ANAIS DO
II CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE DO PARANÁ

II CONIEN 2019

ÁREA:
Ensino de Matemática

Cornélio Procópio, Paraná, Brasil

ISSN: 2526-8899

O ENSINO DE EQUAÇÕES E A ANÁLISE DA PRODUÇÃO ESCRITA COMO FIO CONDUTOR DA AULA DE MATEMÁTICA

Milene Aparecida Malaquias Cardoso[1]
Jader Otavio Dalto[2]

Resumo

Vários são os modos de introduzir a Álgebra no ensino de matemática escolar e isso se deve, em parte, ao entendimento do docente sobre como realizar essa atividade. Para que não seja apenas mecânico o modo dos alunos resolverem tarefas utilizando letras, este trabalho apresenta resultados de uma pesquisa de abordagem qualitativa realizada com três turmas de sétimo ano do Ensino Fundamental de uma escola particular em uma cidade no Norte do Paraná, tendo como objetivo verificar se os alunos, ao observarem a resolução feita por colegas, são capazes de resolver uma equação do primeiro grau. Utilizamos como ferramenta de ensino a análise da produção escrita em matemática, pois ela auxilia o professor na obtenção de informações a respeito dos processos de ensino e de aprendizagem da matemática, subsidiando a elaboração de intervenções. Como resultado, esta investigação aponta que a maioria dos alunos afirmou ter entendido o que o aluno fez, porém nem todos conseguiram resolver a equação corretamente. Também foi possível perceber nesta tarefa, que os alunos se sentiram motivados, despertando a curiosidade de pesquisar em casa sobre o conteúdo que eles estavam prestes a saber. Ficou claro que a análise da produção escrita pode ajudar os alunos a desenvolverem o senso de curiosidade por algo sem que o professor precise pedir.

Palavras-chave: Educação Matemática; Análise da produção escrita; Ensino de equações.

Abstract

There are several ways of introducing algebra in school mathematics teaching, and this is due, in part, to the teacher's understanding of how to do this activity, so that it is not only mechanical how students solve tasks using letters, this paper presents a qualitative research carried out with three seventh-year classes of elementary school from a private school in a city in the north of Paraná, aiming to verify if the students, when observing the resolution made by colleagues, are able to solve an equation of the first degree. We use as a teaching tool the analysis of written production in mathematics, as it assists the teacher in obtaining information about the teaching and learning processes of mathematics, subsidizing the elaboration of interventions. As a result of this research, most students affirm that they understood what the student did, but not all of them were able to solve the equation correctly. It was also possible to realize in this task that the students felt motivated arousing the curiosity to research at home about the content they were about to know. It is clear that the analysis of written production can help students to develop a sense of curiosity about something without the teacher having to ask.

[1] Aluna de doutorado do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática – PECEM da Universidade de Londrina - UEL. milenecmatematica@gmail.com
[2] Professor da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR. jader_math@yahoo.com.br .

ISSN: 2526-8899

Keywords: Mathematics Education; Written production analysis; Teaching of equations.

Introdução

Ao longo dos séculos, os matemáticos, superando muitas dificuldades, foram lentamente aprendendo a substituir as palavras por letras e por pequenos sinais, surgindo assim as noções de Álgebra. (TELLES, 2004). Segundo o mesmo autor, a Álgebra tem diversas aplicações mostrando-se útil como estratégias de resolução de problemas, como outros campos da Matemática. Além disso, segundo os PCNs (1998), o estudo da Álgebra possibilita que o aluno desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização. O mesmo documento que destaca importância da Álgebra em sala de aula, traz também a preocupação de como ela vem sendo ensinada nas escolas, uma vez que as dificuldades apresentadas pelos alunos têm feito com que vários pesquisadores busquem diferentes maneiras de trazer a Álgebra para dentro de sala de aula.

Pensando nisso, este artigo tem por objetivo verificar se os alunos, ao observarem a resolução feita por colegas, são capazes de resolver uma equação do primeiro grau. Para isso o professor aplicou uma tarefa para três turmas de sétimos anos do Ensino Fundamental, em uma escola particular, em uma cidade no norte do Paraná. A tarefa foi baseada em Cardoso (2017), onde a autora aplicou para alunos da Educação de Jovens e Adultos (EJA) uma tarefa na qual os alunos teriam de analisar a escrita do outro, e com isso verificar se seria possível aprender o conteúdo de Progressão Aritmética.

Com o trabalho desenvolvido por Cardoso (2017), foi pensado em elaborar uma tarefa de equação do primeiro grau e aplicar para alunos do sétimo ano que ainda não tiveram contato com este conteúdo. Para isso a primeira autora deste artigo escolheu duas equações e levou para outra turma que já conhecia o conteúdo, para que pudesse ter produções escritas de alunos, em seguida escolheu duas destas resoluções e montou a tarefa que foi aplicada para três turmas do sétimo ano, num total de cinquenta e sete alunos. Para a elaboração deste artigo, escolhemos as respostas dos alunos em relação as perguntas e suas resoluções de dois alunos para fazer a análise.

Neste texto, abordamos inicialmente alguns aspectos da Álgebra escolar e da análise da produção escrita como fio condutor nas aulas de Matemática. Na sequência, apresentamos os procedimentos metodológicos os resultados e as discussões; e por fim apresentamos as considerações e as referências utilizadas.

ISSN: 2526-8899

Álgebra Escolar

Segundo Gemignani (2012), o grande desafio deste início de século é a crescente busca por "metodologias inovadoras que possibilitem uma práxis pedagógica capaz de ultrapassar os limites do treinamento puramente técnico e tradicional, para efetivamente alcançar a formação do sujeito como um ser ético, histórico, crítico, reflexivo, transformador e humanizado" (GEMIGNANI, 2012, p.1). Segundo Groenwald e Becher (2010), a Álgebra é relevante para a formação do pensamento matemático dos estudantes para atuarem no mundo moderno, por servir de base para a programação de equipamentos eletrônicos, já que vivemos em uma sociedade sobre o alicerce na informática.

Vários são os modos de introduzir a Álgebra no ensino de matemática escolar, e isso se deve, em parte, ao entendimento do docente sobre como realizar essa atividade, mas também se deve à multiplicidade de aspectos que podem ser considerados prioritários ou ao menos entendidos como fundamentais quando o assunto é a Álgebra (SESSA, 2009).

Para Branco, Matos e Ponte (2009)

> A linguagem algébrica cria a possibilidade de distanciamento em relação aos elementos semânticos que os símbolos representam. Deste modo, a simbologia algébrica e a respectiva sintaxe ganham vida própria e tornam-se poderosas ferramentas para a resolução de problemas. Mas esta vida própria pode levar ao uso da simbologia de modo abstrato, sem referentes significativos, transformando a matemática num jogo de manipulação, pautada pela prática repetitiva de exercícios envolvendo expressões algébricas (BRANCO; MATOS; PONTE, 2009, p.8).

A respeito do que os autores falam anteriormente de que a Álgebra pode ser levada ao uso da simbologia de modo abstrato é que tentamos apresentar o conteúdo utilizando a análise da produção escrita como fio condutor nas aulas de matemática.

Análise da produção escrita em Matemática como fio condutor nas aulas

Diversas alternativas pedagógicas vêm sendo pesquisadas no âmbito da Educação Matemática, na tentativa de motivar os alunos e de criar um ambiente em que os mesmos possam refletir e construir o conhecimento (BARBOSA, 2001). Pensando nisso, a análise da produção escrita como estratégia de ensino pode "auxiliar o professor na obtenção de informações a respeito dos processos de ensino e de aprendizagem da matemática, subsidiando a elaboração de intervenções." (SANTOS, 2014, p.63-64). Na forma de trajetória de ensino,

ISSN: 2526-8899

pode ajudar o professor a orientar os alunos no processo de matematização, ou seja, ajudá-los "a organizar um assunto, da *realidade* ou não, de um ponto de vista matemático" (SANTOS, 2014, p. 30).

Diante do que foi descrito e ampliando a possibilidade de utilização, Santos (2014) afirma que a análise da produção escrita em matemática pode ser entendida como estratégia de ensino, já que, enquanto estratégia de avaliação, a análise da produção escrita possibilita que o professor possa pensar em sua prática reestruturando suas aulas e pensando em diferentes intervenções, Cardoso (2017), em sua dissertação de mestrado fez a construção de uma proposta de ensino para alunos na Educação de Jovens e Adultos (EJA) que pudessem aprender o conteúdo de Progressão Aritmética. Para a construção dessa proposta a autora baseou-se nos trabalhos do GEPEMA e nas práticas de Cardoso e Dalto (2017a), Cardoso e Dalto (2016) e Cardoso e Dalto (2017b).

Como resultado de sua pesquisa, Cardoso (2017), constatou uma modificação na dinâmica da aula de Matemática, colocando o aluno em posição semelhante à do professor, o qual deve analisar aquilo que o aluno produziu na resolução de uma tarefa. A análise da produção escrita possibilitou aos alunos trabalharem de forma a criar suas próprias estratégias, de uma maneira à qual eles não estavam acostumados. Diante disse surgiu a ideia de levar uma tarefa para os alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental a qual eles teriam que analisar a escrita do outro para aprender o conteúdo de equações do primeiro grau.

Procedimentos Metodológicos

A abordagem metodológica deste trabalho é de cunho qualitativo, pois, o importante é a verificação como os alunos lidam com questões abertas e não apenas fazer um levantamento de acertos e erros destes alunos, ou seja, o interesse está na produção dos alunos. (BOGDAN, BIKLEN, 1994).

Em um colégio particular de em uma cidade do norte do Paraná, onde a pesquisadora leciona, no terceiro bimestre do ano letivo de 2018, um dos conteúdos abordados seria equações do primeiro grau. Por ser um conteúdo difícil na visão dos alunos e, ao se deparar com várias dificuldades apontadas por alunos dos anos anteriores, pensou-se em fazer uma tarefa com três turmas[3] existente na escola sobre a aprendizagem em relação a equação do primeiro grau. Esta

[3] Em relação aos cálculos matemáticos e as discussões, neste texto, não será possível apresentar todos devido às limitações de espaço de um artigo.

ISSN: 2526-8899

tarefa foi realizada em duas aulas de 50 minutos em cada turma, sendo que em duas das turmas que a tarefa foi aplicada as aulas foram em dias diferentes.

Foi elaborada uma tarefa para que os alunos do sétimo ano pudessem analisar uma equação do primeiro grau já resolvida e com ela, além de responder algumas perguntas, tentar resolver duas equações propostas. Para a elaboração da tarefa, o professor levou algumas equações para outros alunos resolverem, em seguida com as resoluções em mãos, foram escolhidas duas delas. Tal escolha foi feita pelo professor, selecionando as que julgava mais detalhadas possível, ou seja, que apresentava todos os passos na resolução. Esta escolha foi feita para que os alunos tivessem mais dados para serem analisados. Depois de escolhidas as resoluções, foi elaborada uma tarefa para os alunos, como é apresentado na Figura 1, contendo as duas resoluções e cinco perguntas.

Foi entregue uma folha para cada aluno e pedido para que eles analisassem as questões resolvidas e com as resoluções respondessem as perguntas. Por fim resolver as duas equações. Desde o início foi solicitado aos alunos que deixassem registrado seu raciocínio como forma de apresentarem seus resultados. Utilizamos como fonte de informação os registros escritos pelos alunos, bem como as anotações e o áudio feito pelo professor no decorrer da atividade.

Figura 1

As resoluções abaixo são de alguns alunos. Observe-as e responda as perguntas a seguir:

a) $2x + 1 - 3x + 1 = 200$

$2x - 3x = 200 - 1 - 1$

$-1x = 198$

$x = -\frac{198}{1}$

$x = -198$

b) $3(x+2) - 2(x - 7) = 0$

$3x + 6 - 2x + 14 = 0$

$3x - 2x = 0 - 6 - 14$

$1x = -20$

$3 - 2 = 1$ $\quad$ $6 + 14 = 20$

1. O que significa aquela a letra **x** na tarefa dos alunos? O que o **x** pode representar?

2. Na letra b, o que o número 3 e o 2 estão fazendo ao lado dos parênteses?

3. Ao analisar essas produções escritas, você acredita que o aluno estava resolvendo que tipo de tarefa?

4. Você identifica alguma tarefa que você já realizou como está? Se sim, qual? Se não, você pensa que vai aprender em que momento?

5. Observando as resoluções dos alunos, tente fazer a tarefa abaixo:
2x + 3x – 10 = – 20 + 40 $\qquad$ **12x + 3(x - 6) = 8x - 25**

ISSN: 2526-8899

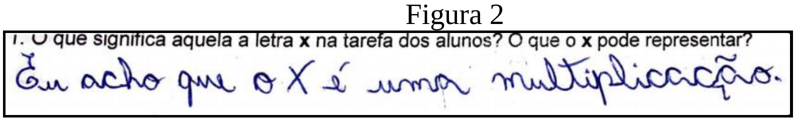
Fonte: Autores.

Resultados e discussões

Depois de entregue a tarefa aos alunos, foi explicado o que eles deveriam fazer. Os alunos já começaram a questionar o professor sobre que conteúdo era aquele, o qual, eles nunca tinham visto. O professor novamente explicou que o objetivo da tarefa era que, sem ele dizer, verificar se eles seriam capazes de entender ou até mesmo de descobrir que conteúdo era esse. Alguns alunos que tinham irmãos mais velhos, começaram a dizer que era um conteúdo de nono ano, pois já tinham visto o irmão fazer tarefas que utilizavam letras. O professor com este comentário começou então a questionar os alunos quanto as perguntas propostas a eles na tarefa.

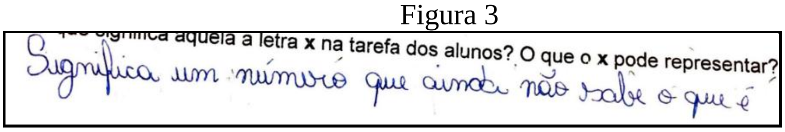
Apresentamos aqui de modo geral as respostas que os alunos escreveram na tarefa. Em relação a primeira pergunta: *"O que significa aquela a letra* **x** *na tarefa dos alunos? O que o* **x** *pode representar?"*, grande parte dos alunos responderam que a letra x era uma multiplicação entre os números. Sabendo desta resposta, o professor questionou-os sobre ser ou não uma multiplicação, pediu para que eles conferissem se os resultados condiziam ou não com a operação que eles assinalaram ter. Mesmo com o questionamento do professor em sala, alguns alunos mantiveram esta resposta. Houve também os alunos que responderam que era um número a ser encontrado ou um valor desconhecido. Na Figura 2, temos uma das respostas dos alunos quanto a acreditar que o x era a representação de uma multiplicação e na Figura 3 de ser um número desconhecido.

Figura 2


1. O que significa aquela a letra **x** na tarefa dos alunos? O que o **x** pode representar?
Eu acho que o X é uma multiplicação.

Fonte: Resposta dos alunos.

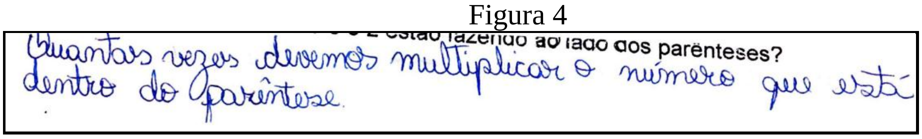
Figura 3


... significa aquela a letra **x** na tarefa dos alunos? O que o **x** pode representar?
Significa um número que ainda não sabe o que é

Fonte: Resposta dos alunos.

Sobre a segunda pergunta: *"Na letra b, o que o número 3 e o 2 estão fazendo ao lado dos parênteses?",* a maioria dos alunos responderam que era uma multiplicação que deveria ser realizada. Podemos ver isso na Figura 4, onde é apresentada uma das respostas dos alunos.

Figura 4

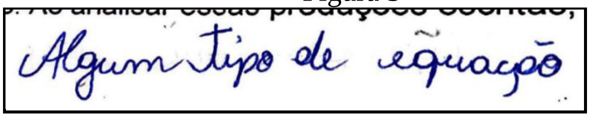

... e o 2 estão fazendo ao lado dos parênteses?
Quantas vezes devemos multiplicar o número que está dentro do parêntese.

Fonte: Resposta dos alunos.

ISSN: 2526-8899

Sobre a terceira questão: “*Ao analisar essas produções escritas, você acredita que o aluno estava resolvendo que tipo de tarefa?”*, a resposta para essa pergunta foi diversificada, pois alguns alunos responderam que é uma expressão algébrica, outros responderam que é uma equação, e alguns alunos que é uma expressão numérica, percebemos com as respostas dos alunos que os que responderam expressão algébrica ou equação, foram os alunos que não tiveram as duas aulas no mesmo dia, ou seja, eles foram atrás de pesquisar sobre o que tinha sido perguntado em sala. Podemos ver a resposta de um dos alunos na Figura 5.

Figura 5



Fonte: Resposta dos alunos.

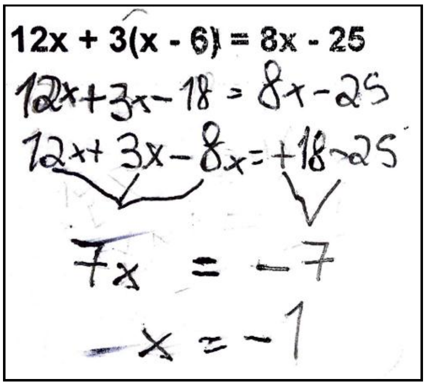
Sobre a quarta pergunta: *“Você identifica alguma tarefa que você já realizou como esta? Se sim, qual? Se não, você pensa que vai aprender em que momento?”*, a maioria dos alunos escreveu que eram expressões, mas com letras, porém que ainda não conheciam o conteúdo, mas acreditavam que logo iriam ver. Alguns até afirmaram que era o próximo conteúdo, pois tinham visto na apostila. Percebemos que os alunos associaram as equações com as expressões aritméticas, pois para eles era o conteúdo mais próximo do que estava sendo apresentado, também foi possível de perceber a curiosidade deles em relação a descobrir que conteúdo seria este, o qual o professor estava fazendo um suspense para contar a eles.

No quinto item proposto a eles, o foco recaía em verificar se eles conseguiriam resolver ou não a equação, ao olhar para a resolução do outro. Dos cinquenta e sete alunos que participaram desta pesquisa, sete deixaram o item cinco em branco, pois alegaram não ter dado tempo de resolver em duas aulas, quarenta e cinco resolveram, mas não corretamente, a maioria dos erros apresentados, foi por quanto da mudança de lado dos números, eles não compreenderam esta passagem na resolução dos alunos. O professor, então, retomou neste momento, a ideia das operações inversas, mas ainda assim, não chegaram na resposta correta, apenas cinco alunos conseguiram resolver corretamente as equações. Percebemos que os que responderam corretamente, além de prestar atenção nas explicações dadas pelo professor, pesquisaram como resolver uma equação fora da sala de aula. Um dos alunos afirmou que ao chegar em casa perguntou a sua mãe e a sua irmã mais velha o que era aquele negócio de x, e elas o ajudaram a entender. Na Figura 6 apresentamos uma das resoluções dos alunos que acertou a questão e na Figura 7 a resolução de um dos alunos que errou a questão.

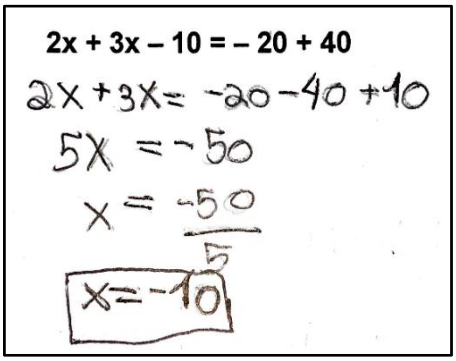
Figura 6

Figura 7

ISSN: 2526-8899



Fonte: Resposta dos alunos.



Fonte: Resposta dos alunos.

A resolução apresentada na Figura 7, nos chamou a atenção quanto ao aluno acertar a junção dos números negativos e ao fazer a operação da adição de inteiros corretamente, também juntou os dois valores que acompanhavam o x, e por fim fez a divisão corretamente, mostrando saber fazer as operações que aprendeu no bimestre anterior, com números inteiros.

Com isso percebemos que por mais que a maioria dos alunos não tenha conseguido resolver totalmente a equação olhando para produção escrita do outro, a tarefa despertou neles o interesse de ir atrás para saber o que era. Segundo Cardoso, Dalto (2016) o importante de utilizar a análise da produção escrita em aulas de Matemática exige habilidades de reflexão e crítica dos alunos que vão além da realização de cálculos, da memorização e da repetição de procedimentos.

Nas aulas seguintes, eles já estavam curiosos para saber como o professor daria o conteúdo. Em uma das aulas posteriores a essa tarefa, um dos alunos disse ao professor: *“Então é assim que resolve aquele exercício, que tínhamos visto naquela tarefa?”*

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Neste trabalho tivemos a intenção de fazer com que os alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental, ao observarem a resolução feita por colegas, são capazes de resolver uma equação do primeiro grau, utilizando como ferramenta de ensino a análise da produção escrita. Em relação a participação dos alunos, no início, os alunos já queriam que o professor falasse sobre o conteúdo que se tratava. Após a explicação e, ao sugerir que eles observassem como os colegas haviam feito, os alunos foram entrando no clima de investigação, de tentar pensar como os outros tinham resolvido a questão, partindo para a resolução. A fala do professor para conduzir a tarefa é de extrema importância, pois pode levar o aluno a refletir e chegar no objetivo desejado.

ISSN: 2526-8899

Pelos resultados obtidos, percebe-se que, quando o aluno tem contato com o que outro aluno realizou, sente-se motivado a fazer, pois considera-se igual a ele. Ao questionar os alunos sobre a atividade realizada com eles, a maioria deles afirmou que conseguiu entender o que os outros tinham feito, e que o x seria um valor a ser encontrado, porém não conseguiram resolver de maneira correta a equação, por fazer a confusão de que o x da equação representava uma multiplicação e não um valor desconhecido. Também foi possível perceber nesta tarefa que os alunos se sentiram motivados, despertando a curiosidade de pesquisar em casa sobre o conteúdo que eles estavam prestes a saber. Neste momento ficou claro que a análise da produção escrita pode ajudar os alunos a desenvolver o senso de curiosidade por algo e ir atrás sem que o professor precise pedir.

Utilizando a análise da produção escrita como ferramenta de ensino com os alunos do sétimo ano, na resolução de exercícios do conteúdo de equações do primeiro grau, está se mostra como uma estratégia diferente, que ajuda tanto aluno como professor no processo de ensino e aprendizagem. Além disso, Santos (2014), afirma que a avaliação como prática de investigação se faz presente implícita, permeando todo o caminho a ser todo o caminho a ser utilizado pelo professor para guiar a aluno em seu processo de aprendizagem (SANTOS, 2014).

REFERÊNCIAS

BARBOSA, J. C. Modelagem na educação matemática: Contribuições para o debate teórico. In: **Reunião anual da ANPED**: Caxambu- RJ. Anais... Rio Janeiro: Caxambu, 2001.

BOGDAN, Roberto C.; BIKLEN, Sari Knoop. **Investigação Qualitativa em Educação**. Portugal: Porto Editora, 1994.

BRANCO, N.; MATOS, A. PONTE, J. P. **Álgebra no ensino básico**. Ministério da Educação, Lisboa, 2009.

CARDOSO, M. A. M.; DALTO, J. O. Mas esta questão já está resolvida!? **Educação Matemática em Revista**, Brasília, v. 1, n. 56, p. 162-175, dezembro, 2017b.

CARDOSO, M. A. M.; DALTO, J. O. O Ensino de Expressões com Frações por meio da Análise Da Produção Escrita In: SIMPÓSIO NACIONAL DE ENSINO E APRENDIZAGEM, 3, 2016, Londrina. **Anais:** Londrina: Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2016.

CARDOSO, M. A. M.; DALTO, J. O. O que os alunos podem aprender ao corrigirem provas de Matemática? In: CONGRESSO IBERO-AMERICANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8, 2017, Madrid. **Anais**: Madrid: Universidad Complutense de Madrid, 2017a.

ISSN: 2526-8899

CARDOSO, M. A. M. **Análise da produção escrita em matemática: quatro histórias da construção de uma proposta de ensino para a educação de jovens e adultos.** Dissertação (Mestrado em ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2017.

GEMIGNANI, E. Y. M. Y. Formação de Professores e Metodologias Ativas de Ensino-Aprendizagem: Ensinar Para a Compreensão. **Revista Fronteira das Educação** [online], Recife, v. 1, n. 2, 2012. ISSN: 2237-9703. Disponível em: <http://www.fronteirasdaeducacao.org/index.php/fronteiras/article/view/14>.

BECHER, E. L. **Características do pensamento algébrico de estudantes do 1º ano do Ensino Médio.** Dissertação (Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2009.

SANTOS, E. R. dos. **Análise da produção escrita em matemática: de estratégia de avaliação a estratégia de ensino**. Tese (Mestrado em ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, 2014.

SESSA, C. **Iniciação ao estudo didático da Álgebra: origens e perspectivas** / Carmen Sessa; tradução Damian Kraus. – 1. ed. São Paulo: SM, 2009.

TELLES, Rosinalda Aurora de Mello. A Aritmética e a Álgebra na matemática escolar. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo: SBEM, ano 11, n. 16, p. 8 -15, maio 2004a.

ISSN: 2526-8899

UMA ANÁLISE DA TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA EXTERNA: COTEJO ENTRE O SABER CIENTÍFICO E O SABER A ENSINAR SOBRE O CONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS

Ana Carolina Bardaçon[1]

Mariana Souza Innocenti[2]

Vanessa Kishi da Silva[3]

Lourdes Maria Werle de Almeida[4]

Resumo

Neste trabalho analisamos a Transposição Didática Externa a respeito da construção dos números que compõem o conjunto ℕ dos números naturais com base nos critérios da Teoria da Transposição Didática de Chevallard (1991). A Transposição Didática Externa trata da adaptação que ocorre do saber científico para o saber a ensinar. No nosso estudo, particularmente, analisamos a transposição didática do saber científico para um livro didático da Educação Básica com relação à construção do conjunto dos números naturais. O saber apresentado no livro didático pode representar um saber transformado e (re)interpretado na noosfera (onde ocorre a Transposição Didática Externa), composta por professores, pesquisadores, escritores de livros, entre outros. Por fim, identificamos nas Diretrizes Curriculares da Educação Básica os critérios de avaliação referentes ao 6º e 8º ano e ao conteúdo relacionado ao conjunto dos números naturais e utilizamos esses critérios para verificar se os livros didáticos viabilizam que os alunos sejam avaliados por meios deles. As informações para esta pesquisa, referentes ao saber a ensinar, foram coletadas em livros didáticos do Ensino Fundamental II e, as informações referentes ao saber científico, foram coletadas em um livro de Análise Real. Como resultado desta pesquisa, verificamos que as Transposições Didáticas Externas são sempre necessárias, relevantes para a aprendizagem dos alunos e, na maioria das vezes, são satisfatórias de acordo com os objetivos estabelecidos pelas Diretrizes Curriculares da Educação Básica.

Palavras-chave: Transposição Didática Externa; Livros Didáticos; Construção dos números naturais; Conjunto dos números naturais.

Abstract

[1] Universidade Estadual de Londrina. ana.bardacon@gmail.com
[2] Universidade Estadual de Londrina. mariinnocenti@gmail.com
[3] Universidade Estadual de Londrina. vanessaksilva@hotmail.com
[4] Universidade Estadual de Londrina. lourdes@uel.br

ISSN: 2526-8899

In this paper we analyze the External Didactic Transposition regarding the construction of the numbers that compose the set ℕ of the natural numbers based on the criteria of the Theory of Transposition Didactics of Chevallard (1991). The External Didactic Transposition deals with the adaptation that takes place from scientific knowledge to knowing how to teach. In our study, in particular, we analyzed the didactic transposition of scientific knowledge into a textbook of Basic Education in relation to the construction of the set of natural numbers. The knowledge presented in the textbook can represent a transformed and re-interpreted knowledge in the noosphere (where the External Didactic Transposition occurs), composed of teachers, researchers, book writers, among others. Finally, we identified in the Basic Education Curriculum Guidelines the evaluation criteria for the 6th and 8th grades and content related to the set of natural numbers and used these criteria to verify if the textbooks enable students to be evaluated by their means. The information for this research, related to the knowledge to teach, was collected in didactic books of Elementary School II and, the information regarding scientific knowledge, was collected in a book of Real Analysis. As a result of this research, we verified that External Teaching Transpositions are always necessary, relevant to students' learning and, in most cases, are satisfactory according to the objectives established by the Basic Education Curriculum Guidelines.

Keywords: External Didactic Transposition; Didactic books; Construction of natural numbers; Set of natural numbers.

Introdução

Uma discussão que tem merecido atenção é a apresentação dos conteúdos nos livros didáticos e sua relação com o saber científico a respeito desse conteúdo. Neste contexto, a pergunta que norteia o presente estudo é: Quais são as diferenças entre a construção dos números naturais apresentada em livros científicos e o que é proposto nos livros didáticos? Para respondermos nossa questão de investigação, adaptamos a construção dos números naturais de um livro científico, para representar o saber científico. Além disso, selecionamos livros didáticos do 6º e 8º ano do Ensino Fundamental para representar o saber a ensinar. Nosso critério de escolha do livro científico e da coleção de livros foi o fácil acesso, por parte das autoras, a este material, e nós selecionamos os livros do sexto e oitavo ano do Ensino Fundamental, pois eles continham um capítulo a respeito do conjunto dos números naturais. Por fim, identificamos nas Diretrizes Curriculares da Educação Básica para o ensino de matemática os critérios de avaliação referentes ao 6º e 8º ano e ao conteúdo números naturais.

Sabemos que há uma certa distância entre o conhecimento produzido pelo cientista (saber científico), entre o saber apresentado nos livros didáticos (saber a ensinar) e o saber ensinado pelos professores (saber ensinado). Por isso, neste trabalho nos propomos a investigar a Transposição Didática Externa do saber a respeito do conjunto dos números naturais e para

ISSN: 2526-8899

isso, apresentamos um cotejo entre o que foi proposto em uma coleção de livros didáticos e uma adaptação do saber científico.

Em um primeiro momento, apresentamos o quadro teórico em que se fundamenta nosso estudo, expondo os elementos da teoria da Transposição Didática com ênfase na Transposição Didática Externa. Posteriormente, apresentamos como é abordada a construção dos números naturais em um livro científico e como é abordado o conjunto dos números naturais nos livros didáticos escolhidos.

Transposição Didática

Na perspectiva da Didática da Matemática Francesa, a Transposição Didática trata de transformações pelas quais passa um saber científico até se tornar um saber ensinado. Ela foi introduzida na década de 70 por Michel Verret, um sociólogo francês interessado em pesquisar temas relacionados à educação e, posteriormente, sistematizada por Yves Chevallard, um educador matemático francês. De acordo com Chevallard (1991) a Transposição Didática é um processo, no qual,

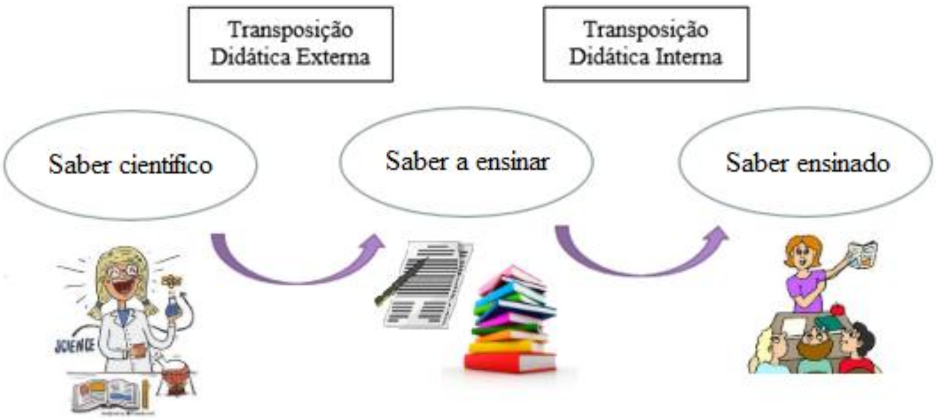
> um conteúdo do saber que foi sido designado como saber a ensinar sofre então um conjunto de transformações adaptativas que vão torná-lo apto para ocupar lugar entre os objetos de ensino. O trabalho que transforma um objeto do saber a ensinar em um objeto de ensino é chamado de *Transposição Didática* (CHEVALLARD, 1991, p. 45).

Menezes (2006) infere que Chevallard não trata a transposição didática como 'boa' ou 'ruim', ela acontece de forma natural, é apenas uma 'didatização' do saber.

Na interpretação de Beltrão (2012), a Transposição Didática é dividida em Transposição Didática Externa (TDe) e Transposição Didática Interna (TDi). Segundo Menezes (2006), a Transposição Didática Externa ocorre na chamada Noosfera (instituição invisível composta por especialistas, pedagogos, pesquisadores, técnicos de instituições do Governo responsáveis por gerir o ensino e professores). Ela trata da transformação dos saberes científicos em saberes a ensinar, isto é, refere-se às transformações pelas quais passam o conhecimento nas instituições que orientam e regulamentam o ensino. Já a Transposição Didática Interna acontece no ambiente escolar e diz respeito à transformação dos saberes a serem ensinados em saber ensinado. A fim de elucidar o conceito de Transposição Didática Externa e Transposição Didática Interna elaboramos um esquema conforme sugere a Figura 1.

ISSN: 2526-8899

Figura 1 – Esquema da Transposição Didática



Fonte: as autoras

Para Chevallard (2013), a relação entre professor e aluno não deve ser vista com uma relação binária, mas sim uma relação ternária que une professor, ensino e conhecimento (saber ensinado). Essa relação que o professor tem com o saber pode tornar possível que o professor realize a Transposição Didática Interna com os estudantes, e, também, pode possibilitar ao professor analisar e até mesmo realizar a transposição didática externa ocorrida em materiais didáticos, diretrizes curriculares.

Desenvolvimento

Para investigar quais são as diferenças entre a construção do conjunto do números naturais apresentada em livros científicos e o que é abordado nos livros didáticos a respeito do tema conjunto dos números naturais, apresentamos aspectos relativos ao saber científico, ao saber a ensinar e algumas considerações evidenciando a relação entre esses saberes, apontando quais aspectos do saber a ensinar apresentam uma Transposição Didática Externa, analisando as condições convenientes aos alunos que acessam os livros didáticos em questão. Abordamos aspectos relativos ao conjunto dos números naturais, mais especificamente sobre a construção desse conjunto, a adição com os números naturais e a relação de ordem no conjunto dos números naturais.

1. A construção do conjunto dos números naturais

ISSN: 2526-8899

A construção do conjunto dos números naturais apresentada no presente artigo é uma adaptação de construções elaboradas por Dedekind e outros matemáticos, como Frege e Peano, no final do século XIX. As primeiras concepções de número, em particular o número natural, estão presentes na vida do homem desde tempos "remotos como os do começo da idade da pedra, o paleolítico" (STRUIK, 1989, p. 29). E foi somente no século XIX, que os matemáticos sistematizaram algo conhecido e utilizado pelo homem desde o paleolítico, e desta forma, os axiomas, as regras da adição e multiplicação, as propriedades da adição e multiplicação e a definição da relação de ordem no conjunto dos números naturais foram elaborados para justificar o que era utilizado há séculos pelo homem. Segundo Lima (2017), o conjunto dos números naturais é caracterizado pelos seguintes fatos, conhecidos como Axiomas de Peano:

1) Existe uma função injetiva, denominada Função Sucessor, tal que $s\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$. A imagem $s(n)$ de cada números natural $n \in \mathbb{N}$ chama-se o sucessor de n. Ou seja, todo número natural possui um sucessor e dois números que possuem o mesmo sucessor são iguais.

2) Existe um único número natural $1 \in \mathbb{N}$ tal que $1 \neq s(n)$, isto é, o número 1 não é sucessor de nenhum outro número natural.

3) Seja $A \subset \mathbb{N}$. Se $1 \in \mathrm{A}$ e se $s(n) \in A, \forall n \in A$, então $A = \mathbb{N}$. Em outras palavras, se um conjunto de números naturais contém o 1 e contém o sucessor de cada um dos seus elementos, então esse conjunto contém todos os números naturais. Este axioma também é conhecido como Princípio da Indução.

Assim, somos levados a entender $\mathbb{N}$ como sendo o conjunto $\mathbb{N} = \{1, s(1), s(s(1)), \ldots\}$. Por conveniência, adotamos a seguinte simbologia para esses elementos $\mathbb{N} = \{1,2,3, \ldots\}$.

No livro didático de Souza e Pataro (2015, p. 58), do oitavo ano, o conjunto dos números naturais é definido da seguinte forma:

> essa sequência surgiu da necessidade que o ser humano teve de quantificar objetos, membros da comunidade, animais do rebanho, etc. A sequência dos números naturais forma o conjunto dos números naturais, indicado pelo símbolo ℕ. ℕ = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12,...}

Em relação ao sucessor, a definição apresentada no livro didático do sexto ano de Souza e Pataro (2015, p. 43) diz:

> A sequência dos números naturais pode ser representada da seguinte maneira.
> 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16 ...
> A reticência {...} indica que a sequência prossegue infinitamente, pois sempre podemos escrever o sucessor de um número natural, bastante acrescentar uma unidade a ele. [...] Assim, por exemplo, dizemos que: O sucessor de 15 é 14, pois 7 + 1 = 8. O sucessor de 101 é 102, pois 101 + 1 = 102.

ISSN: 2526-8899

Os axiomas de Peano envolvem conhecimentos sobre função, função injetora, simbologia de conjuntos, que são conteúdos ou conceitos que não fazem parte do currículo do sexto e do oitavo ano do Ensino Fundamental II. De acordo com Paraná (2008), não há critérios de avaliação referentes aos números naturais no oitavo ano, mas os alunos do sexto e do oitavo ano devem ser capazes de identificar o conjunto dos números naturais, comparando e reconhecendo seus elementos e, por este motivo, é necessária uma transposição didática da construção, somente extraindo a essência da ideia de sucessor para definir o conjunto dos números naturais, bem como é apresentado nos livros didáticos.

Além disso, podemos notar que no caso particular da construção apresentada no livro científico, o conjunto dos números naturais é iniciado pelo número 1 (um) e em ambos os livros didáticos se inicia pelo número 0 (zero). Isso não é um consenso, pois também podemos encontrar construções iniciando pelo número 0 e livros didáticos iniciando pelo número 1, ou seja, é uma escolha do autor e é mais uma evidência das transformações que ocorrem do saber científico para o saber a ensinar.

2. A Adição em $\mathbb{N}$

No saber cientifico, de acordo com Lima (2017), a adição de dois números naturais, m e n, é escrita como $m + n$ e definida indutivamente por meio das seguintes regras:

$$\begin{cases} m + 1 = S(m) \\ m + S(n) = S(m + n) \end{cases}$$

A definição nos fornece a soma de um número arbitrário m com 1, ou seja, a soma é o sucessor de n representada por $S(n)$. Note que as regras são para $n = 1$ e para $S(n)$, isto é, por meio do Princípio da Indução Matemática garantimos que a soma $m + n$ está definida para todo m, n naturais.

Como exemplo, faremos a adição dos números 1 e 3, utilizando as regras acima:

$$1 + 3 = 1 + \mathrm{S}(2) = \mathrm{S}(1 + 2) = \mathrm{S}\big(1 + \mathrm{S}(1)\big) = \mathrm{S}\big(\mathrm{S}(1 + 1)\big)$$

$$1 + 3 = \mathrm{S}(\mathrm{S}(\mathrm{S}(1))) = \mathrm{S}(\mathrm{S}(2)) = \mathrm{S}(3) = 4$$

Nos livros didáticos consultados, não foram encontradas explicações sobre a adição de números naturais e inferimos que os autores do livro consideram que os alunos já saibam realizar a operação, ou seja, eles acreditam que os estudantes já construíram o conceito de adição ao longo dos primeiros anos do Ensino Fundamental. Por esse motivo, o livro do sexto

ISSN: 2526-8899

ano apresenta a adição de alguns números naturais, mas não se preocupa em explicar como essa operação é realizada, levando em consideração o sistema de numeração decimal.

A definição da adição de números naturais, como já foi dito anteriormente, foi apresentada no século XIX, para justificar algo que é conhecido pelo homem há muitos séculos. Usualmente, ninguém utiliza a regra (saber científico) para fazer operações de adição dentro ou fora do contexto escolar e sim da forma como é abordada no Ensino Básico, por meio dos algoritmos, do cálculo mental, da calculadora e da estimativa. Apesar disso, Luccas e Batista (2008) salientam que todas as etapas de transformação do saber - o saber científico, o saber a ensinar e o saber ensinado - tem a mesma relevância. A regra de adição de números naturais surgiu em um contexto no qual era necessário “um conceito abstrato de número, não subordinado à ideia de quantidade” (ROQUE, 2012, p. 407) para que o desenvolvimento da matemática não fosse dificultado e com isso alguns matemáticos propuseram a caracterização do conjunto dos números naturais em termos de conjuntos.

A adição no conjunto dos números naturais é apresentada, normalmente, no Ensino Fundamental I, em conjunto com a subtração, multiplicação e divisão. Porém, um dos critérios de avaliação sugeridos por Paraná (2008), para o 6º ano, é que os alunos realizem operações com números naturais, assim, é necessário que o livro didático aborde tal aspecto. O livro didático escolhido para análise, não apresenta o saber em relação a adição no conjunto dos números naturais, porém há diversos exercícios e problemas que utilizam essa operação, assim, os alunos têm a possibilidade de trabalhar com a adição e, portanto, podem ser avaliados de acordo com esse tema.

Os autores dos livros didáticos, como já dito, consideram que os alunos já adicionem com os números naturais, porém, pode haver estudantes que ainda possuem dificuldades na realização dessa operação e é papel do professor realizar uma Transposição Didática Interna a fim de permitir que o aluno construa esse conhecimento (PEREIRA; PAIVA; FREITAS, 2018). Neste artigo não foram analisadas questões relativas a Transposição Didática Interna, apenas a Transposição Didática Externa.

3. A relação de ordem dos números naturais

A definição de relação de ordem entre os números naturais apresentada por Lima (2017, p. 37) é “Dados os números naturais m, n dizemos que m é menor do que n e escrevemos $m < n$ para significar que existe $p \in \mathbb{N}$ tal que $n = m + p$”. De acordo com essa definição e com o

ISSN: 2526-8899

exemplo apresentado sobre a adição em $\mathbb{N}$ de que $1 + 3 = 4$, podemos afimar que $1 < 4$, pois existe $3 \in \mathbb{N}$ tal que $4 = 1 + 3$.

No livro didático do sexto ano, escolhido para a análise desse artigo, encontramos,

> Podemos representar a sequência dos números naturais em uma linha reta, chamada reta numérica, em que cada ponto corresponde a um números. Nessa reta, os números naturais são escritos do menor para o maior, da esquerda para a direita, a partir de um ponto denominado origem (O), que corresponde ao número zero. Na sequência dos números naturais, as distâncias que separam um ponto de outro consecutivo são iguais. [...] Dessa forma, na sequência dos números naturais, um número à direita de outro é sempre maior que este. Por exemplo: 5 é maior que 3, ou seja, 5 > 3. 127 é menor que 180, ou seja, 127 < 180 (SOUZA; PATARO, 2015, p. 44).

A relação de ordem nos números naturais é pouco explorada, eles abordam apenas a ordem dos números naturais em relação à reta numérica. A definição apresentada pelo saber científico poderia ser exposta no livro didático com o suporte da reta numérica, sendo necessária uma transposição didática apenas para adequar a escrita a uma linguagem acessível aos alunos.

Considerações finais

O fenômeno da Transposição Didática é inerente a qualquer processo de ensino, ou seja, é necessário e importante que o saber científico sofra alterações para que possa ser compreendido pelos estudantes, e, portanto, que eles construam o próprio conhecimento. A Transposição Didática pode ser dividida em externa ou interna, em que Transposição Didática Externa trata das transformações sofridas pelo saber científico para tornar-se o saber a ensinar, realizada por instituições que orientam e regulamentam o ensino, já a Transposição Didática Interna ocorre na mudança do saber a ensinar para o saber ensinado, realizada pelos professores em sala de aula, de acordo com o que os alunos necessitam.

O livro didático tem função de legitimar o saber a ser ensinado no âmbito das relações didáticas. Nesse sentido, o saber apresentado no livro didático pode representar um saber transformado e (re)interpretado na noosfera, onde ocorre a Transposição Didática Externa.

A análise que realizamos no livro didático e no saber científico está carregada de subjetividade, uma vez que olhamos apenas para dois livros e para uma única fonte acadêmica a respeito da construção dos números naturais, já que este artigo possui um número limitado de páginas e não seria possível olhar para outros materiais neste momento. Além disso, nosso objetivo foi realizar um cotejo a respeito das transformações que os autores dos livros didáticos realizaram no saber científico, expondo as principais relações entre os dois saberes.

ISSN: 2526-8899

Podemos verificar que os autores dos livros didáticos, escolhidos neste artigo, realizaram transposições didáticas para abordar o conjunto dos números naturais no Ensino Fundamental II, extraindo a essência da ideia de sucessor, presente nos axiomas, para definir o conjunto dos números naturais. Concluímos que as Transposições Didáticas Externas nestes casos foram sempre necessárias e, na maioria das vezes, foram satisfatórias de acordo com os objetivos estabelecidos das Diretrizes Curriculares da Educação Básica.

Referências

BELTRÃO, Terezinha Monica Sinício. Uma análise da Transposição Didática Externa com base no se propões documentos oficiais para o ensino de gráficos estatísticos. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 1, n. 1, p. 131-152, jul./dez. 2012.

CHEVALLARD, Yves. **Sobre a Teoria da Transposição Didática**: algumas considerações introdutórias. Tradução de Cleonice Puggian. Local: Editora, 2013. 14 p. Tradução de On Didactic Transposition Theory: some introductory notes.

LIMA, Elon Lages. **Curso de análise**. 14. ed. Rio de Janeiro: Associação Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada, 2017. v. 1.

LUCCAS, Simone; BATISTA, Irinéia de Lourdes. **A Importância da Contextualização e da Descontextualização no Ensino de Matemática: uma Análise Epistemológica**. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática/UEL.

MENEZES, Anna Paula de Avelar Brito. **Contrato Didático e Transposição Didática**: inter-relações entre os fenômenos didáticos na introdução à álgebra elementar. 2006. Tese (Doutorado). Programa de Pós-graduação em Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2006.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação do Paraná. **Diretrizes curriculares da Educação Básica**: Matemática. Curitiba: SEED, 2008. 82p.

PEREIRA, Rúbia Carla.; PAIVA, Maria Auxiliadora Vilela; FREITAS, Rony Cláudio de Oliveira. A transposição didática na perspectiva do saber e da formação do professor de matemática. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 20, n. 1, p. 41-60, 2018.

ROQUE, Tatiana. **História da Matemática**: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

SOUZA, Joamir Roberto de; PATARO, Patricia Rosana Moreno. **Vontade de saber matemática, 6º ano.** 3 ed. São Paulo: FTD, 2015.

ISSN: 2526-8899

SOUZA, Joamir Roberto de; PATARO, Patricia Rosana Moreno. **Vontade de saber matemática, 8º ano.** 3 ed. São Paulo: FTD, 2015.

STRUIK, Dirk Jan. **História concisa das matemáticas**. Lisboa: Gradativa. 1989.

ISSN: 2526-8899

USOS DA LINGUAGEM EM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA: UM OLHAR PARA OS MODELOS POPULACIONAIS

Jeferson Takeo Padoan Seki[1]

Bianca de Oliveira Martins[2]

Lourdes Maria Werle de Almeida[3]

Resumo

Neste artigo discutimos o uso de modelos populacionais à luz da perspectiva filosófica de Wittgenstein em uma atividade de modelagem matemática desenvolvida no contexto de uma disciplina de Equações Diferenciais Ordinárias de um curso de Licenciatura em Matemática. A partir de considerações a respeito do desenvolvimento dos modelos populacionais de Malthus e Verhulst apresentamos reflexões sobre o uso da linguagem matemática em atividades de modelagem matemática. Os dados foram coletados por meio de gravações de áudio e de registros escritos dos alunos produzidos no decorrer do desenvolvimento da atividade de modelagem matemática, cujo tema foi "População do estado do Paraná". Com base na abordagem qualitativa, a análise dos dados indicou que o uso de modelos matemáticos envolve inter-relações entre proposições empíricas e proposições gramaticais que remontam aspectos históricos, culturais e sociais do conhecimento matemático.

Palavras-chave: Modelagem matemática; Linguagem; Modelos populacionais; Wittgenstein.

Abstract

In this paper we aim to discuss the use of populational models in light of the Wittgenstein's philosophical perspective in a mathematical modelling activity, that was developed in the context of an Ordinary Differential Equations course in a Mathematics Degree. Our reflections are presented considering the use of mathematical language in mathematical modelling activities from the development of the populational models of Malthus and Verhulst. Data were collected through audio and written records of students produced during the development of a mathematical modelling activity named as "Population of the Paraná state". Based on a qualitative approach, data analysis indicated that the use of mathematical models involve interrelations between empirical propositions and grammatical propositions, which trace historical, cultural and social aspects of mathematical knowledge.

Keywords: Mathematical Modelling; Language; Populational models; Wittgenstein.

[1] Universidade Estadual de Londrina. E-mail: jefersontakeopadoanseki@hotmail.com
[2] Universidade Estadual de Londrina. E-mail: bianca_o.martins@hotmail.com
[3] Universidade Estadual de Londrina. E-mail: lourdes@uel.br

ISSN: 2526-8899

Introdução

O uso de modelos matemáticos permeia diferentes áreas de conhecimento e pode ser feito de acordo com diferentes finalidades. Segundo Ferri e Lesh (2013), modelo matemático é um sistema conceitual, expresso em uma linguagem matemática, para descrever ou desenvolver outro sistema conceitual conforme uma finalidade específica.

O trabalho com modelos matemáticos na Educação Matemática pode ser feito por meio de atividades de modelagem matemática. Nesse contexto, Almeida, Tortola e Merli (2012, p.217) ponderam que a "Modelagem Matemática visa propor soluções para problemas por meio de modelos matemáticos. O modelo matemático, neste caso, é o que 'dá forma' à solução do problema e a Modelagem Matemática é a 'atividade' de busca por esta solução". A elaboração de modelos matemáticos em atividades de modelagem matemática envolve inter-relações entre conhecimentos da situação-problema estudada e conceitos, procedimentos e técnicas da linguagem matemática. Nesse artigo, apresentamos reflexões sobre o uso da linguagem matemática na dedução de modelos populacionais em uma atividade de modelagem matemática desenvolvida em uma disciplina de Equações Diferenciais Ordinárias.

Modelagem Matemática

De modo geral, a modelagem matemática compreende o uso do conhecimento matemático na abordagem de um problema cuja resolução é mediada pela construção de um modelo matemático (POLLAK, 2012). O modelo matemático em uma atividade de modelagem matemática está associado ao uso da linguagem matemática, à dedução matemática que incorpora aspectos da situação-problema, com vistas à descrição, prescrição ou explicação de fatores da situação por meio da matemática (NISS, 2015; PALHARINI; TORTOLA; SILVA, 2018). Neste contexto, a modelagem matemática pode ser entendida como um "procedimento criativo e interpretativo que faz uso ou estabelece uma estrutura matemática que deve incorporar, com certo nível de fidelidade, características essenciais do fenômeno, indicando uma possível solução para um problema" (ALMEIDA; SOUSA; TORTOLA, 2015, p.3).

Pollak (2012) argumenta que em uma atividade de modelagem matemática é preciso que os modeladores se engajem na tomada de decisões sobre quais aspectos, do problema estudado, são importantes e quais são desnecessários no desenvolvimento dos modelos

ISSN: 2526-8899

matemáticos. A essa tomada de decisão podemos trazer à tona reflexões sobre a formulação de hipóteses em atividades de modelagem matemática, bem como sobre a formulação de problemas (POLLAK, 2012; BEAN, 2012; BASSANEZI, 2002; ALMEIDA; SOUSA; TORTOLA, 2015). Autores como Bean (2001), Bassanezi (2002), e recentemente Almeida, Sousa e Tortola (2015) abordam que é na formulação de hipóteses que os modeladores encontram o guia para o desenvolvimento dos modelos matemáticos e, por fim, para as possíveis soluções do problema em estudo. Segundo Bean (2001, p.53) "[...] os aspectos que distinguem a modelagem matemática de outras aplicações de matemática são as exigências das hipóteses e das aproximações simplificadoras como requisitos na criação de modelos".

É a partir da formulação de hipóteses que os alunos se engajam no estudo e dedução dos modelos matemáticos e, é neste contexto que o uso da linguagem matemática é necessário.

A filosofia de Wittgenstein

Ludwig Wittgenstein (1889-1951) foi um filósofo austríaco e um dos principais precursores do movimento da virada linguística. Em sua obra *Investigações Filosóficas* (1953), considera que a linguagem só pode ser entendida pelo exame de seus *usos*, e aos usos da linguagem denomina *jogos de linguagem*, "chamarei de "jogo de linguagem" também a totalidade formada pela linguagem e pelas atividades com as quais ela vem entrelaçada" (WITTGENSTEIN, 2013, §7).

Os usos de uma palavra são governados por regras convencionadas no interior de uma *forma de vida*, o conjunto de tais regras formam uma *gramática* composta de *proposições gramaticais* e *proposições empíricas*. Às proposições gramaticais estão associadas, por exemplo, definições e axiomas, a sentença "azul é uma cor" funciona como uma regra gramatical, "pois não se pode representar o contrário da sentença" (VILELA, 2007, p.201). Já as proposições empíricas podem ser falseadas pela experiência, elas são usadas como hipóteses, por exemplo, a proposição "esta mesa é azul" (VILELA, 2007, p.201) é uma proposição empírica, pois pode ser refutada a partir de uma investigação empírica.

As *proposições matemáticas* podem ser vistas como *proposições gramaticais*. Segundo Gottschalk (2008, p.81, grifos da autora), as proposições matemáticas "não têm, elas próprias, algum significado, são apenas *condições de significado*. Têm a função de *paradigmas*, modelos que seguimos para dar sentido à nossa experiência **empírica**". Funcionam, segundo Wittgenstein (2013, §85), como uma 'placa de orientação', orienta em que direção devemos

ISSN: 2526-8899

prosseguir e ela "não deixa nenhuma dúvida em aberto". Segundo Moreno (2003, p.123), as proposições gramaticais são o "resultado de formas de vida, de instituições e hábitos que podem transformar-se ou mesmo desaparecer, sendo substituídas por outras". Essas formas de vida são definidas como "sistemas regrados de ações convencionais e imersos na prática efetiva de nossa vida com a linguagem; sistemas em que se entrecruzam hábitos, atitudes éticas, concepções a respeito do conhecimento e decisões de vontade" (MORENO, 2003, p.129).

Neste contexto, proposições gramaticais são proposições resultantes de convenções em uma *forma de vida*, que se cristalizam e se tornam 'endurecidas', servindo como condições de sentido para novas proposições empíricas. A partir dessas considerações filosóficas apresentamos reflexões sobre o uso de modelos populacionais à luz da perspectiva filosófica de Wittgenstein enfatizando relações entre proposições empíricas e proposições gramaticais.

Encaminhamento metodológico

O contexto da pesquisa está vinculado ao desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática com 15 alunos de um curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade pública em uma disciplina de Equações Diferenciais Ordinárias (EDO) ofertada em 2017. A coleta de dados foi realizada por meio dos registros escritos dos alunos, da gravação de áudio e do uso de diário de campo, e uma análise qualitativa, de cunho descritivo e interpretativo foi realizada considerando a perspectiva wittgensteiniana de linguagem e os pressupostos da modelagem matemática.

Atividade de modelagem matemática: População do estado do Paraná

A atividade de modelagem matemática População no Paraná foi desenvolvida durante quatro aulas e refere-se ao estudo do crescimento populacional usando os modelos clássicos de Malthus e de Verhulst (as informações disponíveis aos alunos constam no Quadro 1).

Quadro 1 – Atividade 'População do Paraná'

Por meio da consulta ao site do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) coletamos informações a respeito da população do estado Paraná nos censos demográficos de 1940 a 2010 (Tabela 1).

Tabela 1 - População do Paraná nos censos demográficos de 1940 a 2010

Ano	1940	1950	1960	1970	1980	1991	2000	2010
População	1.236.276	2.115.547	4.296.375	6.997.682	7.749.752	8.443.299	9.558.454	10.444.526

Fonte: IBGE, Censo Demográfico 1940, 1950, 1960,1970, 1980,1991, 2000 e 2010.

Problema: *Com base nas informações apresentadas, seguindo a tendência dos dados, qual será a população estimada do Paraná para o ano de 2017?*

ISSN: 2526-8899

Fonte: os autores.

O Modelo de Malthus

Thomas Malthus apresentou sua teoria do crescimento populacional humano fundamentado em dois postulados: "primeiro, que o alimento é necessário para a existência do homem [...] em segundo lugar, que a paixão entre os sexos é necessária e permanecerá quase no seu estado atual" (MALTHUS, 1798, p.4, tradução nossa). Ao assumir os postulados de Malthus (1798, p.4, tradução nossa), "a população, quando não controlada, aumenta em razão geométrica" e "a subsistência aumenta apenas em uma razão aritmética" (Quadro 2).

Quadro 2 – Desenvolvimento do modelo de Malthus usando progressão geométrica.

Sendo $P_{(t)}$ o número de pessoas de uma população (em milhões) no ano t, α uma constante que é igual a taxa de natalidade (n) menos a taxa de mortalidade (m) e P_0 uma população inicial, temos que:

$$\alpha = m - n$$

É a taxa de crescimento específico da população P_t. Assim,

$$\frac{P_{(t+1)} - P_{(t)}}{P_{(t)}} = (n - m) = \alpha$$

Obs: A variação relativa da população é constante ou, em outras palavras, a variação da população é proporcional a própria população em cada período de tempo.

a) O modelo discreto de Malthus é dado por:

$$P_{(t+1)} - P_{(t)} = \alpha\, P_{(t)}$$
$$P_{(t+1)} = \alpha . P_{(t)} + P_{(t)}$$
$$P_{(t+1)} = P_{(t)} . (\alpha + 1)$$

b) Considerando a população inicial $P_{(0)} = P_0$

$$\begin{cases} P_{t+1} = (1+\alpha) . P_t \\ P_{(0)} = P_0 \end{cases}$$

c) Para $t \in \{0,1,2, \dots\}$. Por recursividade escrevemos:

$$P_{(0)} = P_0$$
$$P_{(1)} = (1+\alpha) . P_0$$
$$P_{(2)} = (1+\alpha) . (1+\alpha) . P_0 = (1+\alpha)^2 . P_0$$
$$\vdots$$
$$P_t = (1+\alpha)^t . P_0$$

d) Assim, na base euler P_t fica:

$$P_t = P_{0.} e^{\ln(1+\alpha).t}$$

e, fazendo $k = \ln(1+\alpha).t$, temos:

$$P_t = P_{0.} e^{k.t}$$

Fonte: os autores.

Considerando que a variação da população pode ser analisada em espaços de tempo tão pequenos quanto se desejar, a formulação das ideias de Malthus pode ser escrita em termos de uma linguagem da matemática em que $\frac{dP}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{P_{(t+\Delta t)} - P_{(t)}}{\Delta t}$, e, considerando uma população incial pode se escrever $\begin{cases} \frac{dP}{dt} = kP \\ P(0) = P_0 \end{cases}$, em que $P(t)$ é a população no instante t, k é uma constante de proporcionalidade e $P(0)$ é a população no instante 0, cuja solução é $P(t) = P_0 e^{kt}$.

Modelo de Verhulst

ISSN: 2526-8899

Pierre François Verhulst (1804-1849) expôs a essência de sua teoria de crescimento populacional defendendo que o crescimento populacional não cresce indefinidamente, como proposto por Malthus. Verhulst (1845) propôs que uma população, vivendo num determinado meio, crescerá até um limite máximo sustentável (Quadro 3).

Quadro 3 – Desenvolvimento do modelo de Verhuslt.

Hipótese: a taxa de crescimento é proporcional à população em cada instante e que a queda de crescimento da população está sujeita a um fator inibidor de proporcionalidade, ou seja: $\frac{dP}{dt} = \beta(P).P$

Com $\beta(P) = r\left(\frac{P_\infty - P}{P_\infty}\right), r > 0$ e P_∞ sendo o valor limite da população. Assim, quando $P \to P_\infty$, $\beta(P) \to 0$.

Supondo $P(0) = P_0$, temos o modelo clássico de Verhulst no PVI:

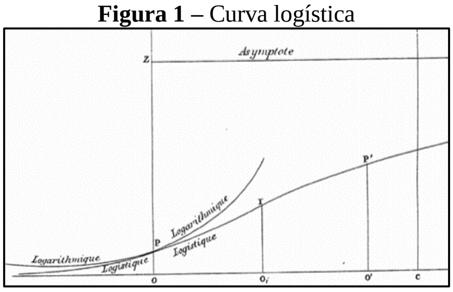
$$\begin{cases} \frac{dP}{dt} = rP\left(1 - \frac{P}{P_\infty}\right) \\ P(0) = P_0, r > 0. \end{cases}$$

Utilizando o método de separação de variáveis e a técnica de frações parciais, obtemos:

$$P(t) = \frac{P_\infty}{\left(\frac{P_\infty}{P_0} - 1\right)e^{-rt} + 1}$$

O gráfico pode ser expresso por meio de uma curva logística, que possui um ponto de inflexão na metade da assíntota, na qual há uma troca de sinal da curvatura e a taxa de crescimento da população em relação ao tempo diminui neste ponto (Figura 1).

Figura 1 – Curva logística



Fonte: Verhulst (1845, p.41).

Fonte: adaptado de Bassanezi (2002, p.333-340).

Resultados

O uso dos modelos de Malthus e Verhulst no desenvolvimento da atividade proposta envolveu, dentre outras coisas, a formulação de hipóteses e o estabelecimento de relações entre informações da situação-problema e conceitos da disciplina de Equações Diferenciais Ordinárias. A partir de uma discussão a respeito do comportamento dos dados, os alunos formularam duas hipóteses, uma relacionada ao crescimento linear e outra relacionada ao crescimento exponencial: "*Ele não é uma reta. Ele não é linear. Elas fizeram a diferença e a cada ano a diferença é uma (A2)*"; *"A função ela vai crescer num padrão. Ela vai ter uma taxa de variação que poderia trabalhar. Ela pode ser multiplicada por uma mesma taxa" (A3).* Após descartarem a hipótese de que o crescimento da população do Paraná é linear, os alunos observaram que a variação da população em relação ao tempo segue uma razão geométrica, reconstruindo a relação exposta por Malthus (1798): *"A6 faz assim, P_1, P_2, P_3, escreve o que é cada um e depois vem dividindo P_2 por P_1, P_4 por P_3 e assim sucessivamente" (A3).*

Tais hipóteses servem de guias para os usos da linguagem matemática, como indicado por Almeida, Sousa e Tortola (2015). À luz da perspectiva filosófica wittgensteiniana, essas

ISSN: 2526-8899

hipóteses desempenham a função de *proposições empíricas*, que podem ser refutadas com base em outros argumentos e estão associadas aos dados observados na atividade (Quadro 1). Na sequência, a partir das percepções dos alunos em relação aos dados, eles determinaram o crescimento populacional mediante um comportamento exponencial, por meio do modelo de Malthus, modelo matemático que nas palavras de Ferri e Lesh (2013) pode ser considerado um sistema conceitual, pois este relaciona regras e técnicas matemáticas que orientam o uso deste modelo em relação a um outro sistema conceitual, o da situação-problema.

As *proposições gramaticais* que orientam os alunos advém da disciplina de Equações Diferenciais Ordinárias, e a partir delas os alunos consideraram que a taxa de variação da população em relação ao tempo é proporcional a população atual. Relacionando essa *proposição gramatical* com os dados dispostos na situação-problema, considerando a população inicial de 1.236.276 pessoas, os alunos formularam e resolveram um problema de valor inicial, por meio do método de separação de variáveis – proposição gramatical, obtendo o modelo matemático $P(t) = 1236276.e^{0,0537.t}$. Modelo este que auxilia os alunos a dar forma à solução do problema, descrevendo por meio da linguagem matemática o conjunto de dados observados inicialmente, como descrito por Almeida, Tortola e Merli (2012).

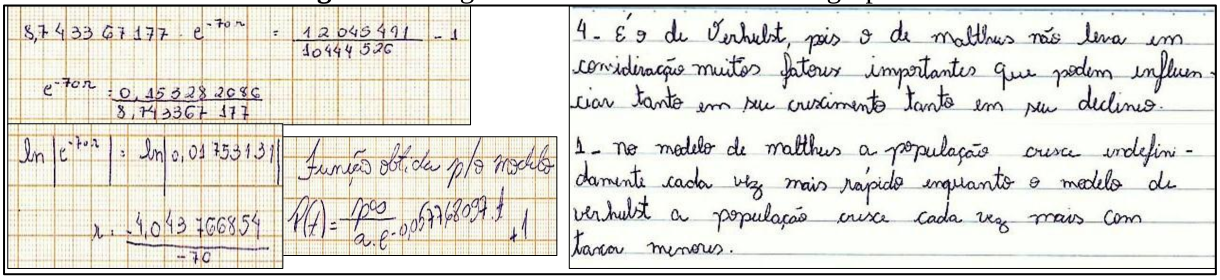
O uso do modelo de Malthus pelos alunos remete à ideia histórica já enfatizada por Wittgenstein (2013) de que as proposições empíricas podem se tornar proposições gramaticais, quando os seus usos se estendem no tempo e cristalizam-se como condições de sentido, no interior de uma *forma de vida*, para novas proposições empíricas, neste caso o estudo da população décadas depois do estudo realizado por Malthus. O modelo matemático advindo da formulação de hipóteses inicial conduz a uma solução para o problema e a interpretação de um crescimento infinito da população, independente do espaço terrestre e das possibilidades de existência. O modelo de Verhulst auxilia na consideração destes e outros fatores externos.

No âmbito da atividade de modelagem matemática, ao considerar fatores externos, como a taxa de mortalidade e natalidade, os alunos observaram que crescimento da população tende a uma população limite e não irá crescer infinitamente. A formulação de uma nova hipótese conduz a um novo uso da linguagem matemática, como explicitado por Almeida (2018). Partindo desse pressuposto, os alunos usaram o modelo de Verhulst, resolvendo a equação diferencial $\frac{dP}{dt} = aP\left(1 - \frac{P}{P_\infty}\right)$ e assumindo que a população N varia em relação a variação do tempo t e que o termo $\left(1 - \frac{P}{P_\infty}\right)$ torna a taxa de crescimento igual a zero quando a população $P = P_\infty$ é atingido. Além desta, uma segunda hipótese assumida é que a constante K é um valor

ISSN: 2526-8899

limitante: *"se a gente considerar que a sala fosse* um ambiente*, nela cabe um tanto de gente, o modelo de Verhulst trabalha com a população inicial e com um limite do tanto de gente que irá caber" (A3).* O modelo matemático obtido pelos alunos pode ser observado na Figura 2.

Figura 2 – Registros do desenvolvimento do grupo 2.



Fonte: os autores.

O modelo matemático que possibilita a solução da situação-problema advém do uso de uma *proposição gramatical* (modelo de Verhulst), que atuou como condição de sentido para os usos da linguagem matemática a partir da segunda hipótese dos alunos. A função obtida visa descrever a situação-problema, mas também explicita o que Niss (2015) argumenta em relação ao potencial dos modelos matemáticos de prescrever comportamentos e explicar comportamentos. Tais 'papéis' podem ser vislumbrados na fala dos alunos ao comparar o modelo de Malthus (obtido na primeira hipótese) com o modelo de Verhulst (obtido na segunda hipótese), como indicado na Figura 2.

A partir da análise do desenvolvimento da atividade é possível ponderar que o uso das proposições matemáticas se dá do empírico ao gramatical, no entanto as proposições matemáticas associadas aos modelos populacionais não são mais empíricas, visto que no decorrer do tempo se cristalizaram como proposições gramaticais, ou seja, regras de como proceder quando está em pauta a análise de crescimento de populações. Nesse sentido, a partir das hipóteses formuladas pelos alunos, diferentes resoluções da atividade podem emergir e, nesse sentido, a análise da atividade parece reforçar o argumento de Almeida (2018) de que em atividades de modelagem matemática, a matemática emerge do problema e diferentes usos da linguagem matemática podem conduzir a diferentes soluções. Neste contexto, a formulação de hipóteses e o uso da linguagem matemática denotam interrelações entre *proposições empíricas* e *proposições matemáticas* como aspectos que caracterizam atividades de modelagem matemática, como já denotado por Bean (2001).

Considerações finais

ISSN: 2526-8899

Nesse artigo, apresentamos reflexões sobre os usos da linguagem matemática pelos alunos no uso de modelos populacionais em uma atividade de modelagem desenvolvida em uma disciplina de Equações Diferenciais Ordinárias. Considerando aspectos da filosofia de Wittgenstein sobre linguagem e da modelagem matemática, os resultados parecem corroborar com a literatura no sentido que a formulação de hipóteses conduz a investigação, e parecem ampliar essa consideração, levando em consideração o papel das proposições matemáticas e proposições empíricas no desenvolvimento da atividade de modelagem matemática. O uso de modelos de Malthus e Verhulst na atividade desenvolvida reflete condições sociais e históricas em que foram desenvolvidos. E, neste contexto, enfatizamos que refletir sobre os usos da linguagem matemática em atividades de modelagem matemática pode auxiliar na introdução de *jogos de linguagem* de práticas matemáticas relacionadas ao contexto histórico, cultural e social do desenvolvimento de conhecimentos matemáticos.

Referências

ALMEIDA, L. M. W. Considerations on the use of mathematics in modeling activities. **ZDM**, v. 50, p. 19-30, 2018.

ALMEIDA, L. M. W.; SOUSA, B. N. P.; TORTOLA, E. Desdobramentos para a modelagem matemática decorrentes da formulação de hipóteses. In: VI Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática - SIPEM, 2015, Pirenópolis. **Anais...** VI SIPEM. Rio de Janeiro: SBEM, v. 1, p. 1-12, 2015.

ALMEIDA, L. M. W.; TORTOLA, E.; MERLI, R. F. Modelagem Matemática – com o que estamos lidando: modelos diferentes ou linguagens diferentes? **Acta Scientiae**: Revista de Ensino de Ciências e Matemática, vol. 14, p. 215-239, 2012.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002.

BEAN, D. O que é modelagem matemática? **Educação matemática em revista**, São Paulo, ano 8, n. 9/10, p. 49-57, 2001.

FERRI, R. B.; LESH, R. Should Interpretation Systems Be Considered to Be Models if They Only Function Implicitly? In: STILLMAN, G. A. et al. (Ed.). **Teaching Mathematical Modelling**: Connecting to Research and Practice. 15 ed. New York: Springer, p. 57- 67, 2013.

GOTTSCHALK, C. M. A transmissão e produção do conhecimento matemático sob uma perspectiva wittgensteiniana. **Cadernos Cedes**, Campinas, v. 28, n. 74, p. 75-96, 2008.

ISSN: 2526-8899

MALTHUS, T. R. **An Essay on the principle of population**. London: J. Johnson, 1798.

MORENO, A. R. Descrição fenomenológica e descrição gramatical – ideias para uma pragmática filosófica. **Revista olhar**. Ano 4, n. 7, p. 93-139, 2003.

NISS, M. Prescriptive Modelling – Challenges and Opportunities. In: STILLMAN, G. A.; BLUM, W.; BIEMBENGUT, M. S. (Eds.). **Mathematical modelling in education research and practice**: Cultural, social and cognitive influences. New York: Springer, p. 67-79. 2015.

POLLAK, H. O. What is mathematical modeling? In: **Mathematical Modeling Handbook**. Bedfort: COMAP, 2012.

VERHULST, P. F. Notice sur la loi que la population suit dans son accroissement. **Correspondance Mathématique et Physique**, Bruxelas, v. 10, p. 113-121, 1838.

VERHULST, P. F. Recherches mathématiques sur la loi d'accroissement de la population. **Nouveaux mémoires de l'Académie Royale des Sciences et Belles-Lettres de Bruxelles**, 18, 1-41, 1845.

VILELA, D. S. **Matemáticas nos usos e jogo de linguagem**: ampliando concepções na Educação Matemática. 247 p. Tese (Doutorado em Educação) — Faculdade de Educação, Unicamp, Campinas, SP, 2007.

SOUSA, B. N. P. A.; TORTOLA, E.; SILVA, C. Modelos matemáticos em atividades de modelagem matemática: uma terapia filosófica. **Anais**... Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Foz do Iguaçu, v. 1, p. 1-13, 2018.

WITTGENSTEIN, L. **Investigações Filosóficas**. 8. ed. Petrópolis: Vozes; Bragança Paulista: Editora Universitária São Francisco, 2013.

ISSN: 2526-8899

A ORGANIZAÇÃO PARA COOPERAÇÃO E DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO-OCDE NO CONTEXTO DO ENSINO DA MATEMÁTICA

Susimeire Vivien Rosotti de Andrade [1]

Patrícia Sandalo Pereira[2]

Anemari Roesler Luersen Vieira Lopes[3]

Resumo

Considerando que a Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) é o Organismo Internacional (OI) responsável pelo levantamento e avaliação da qualidade da educação, influenciando as políticas educacionais dos governos dos Estados membros e parceiros, este artigo apresenta uma pesquisa bibliográfica e documental cujo objetivo é compreender a trajetória inicial da OCDE no tocante ao ensino da matemática que compõem o estudo teórico de uma tese em andamento. Desta maneira, questiona-se: como iniciou a trajetória da OCDE na influência nas políticas educacionais dos países membros e parceiros no tocante ao ensino da matemática? Evidenciou-se que as transformações ocorridas após a Segunda Guerra Mundial mobilizaram a criação de OI, entre eles, a Organização Europeia de Cooperação Econômica – OECE em 1948 dando a origem a OCDE em 1960, que se manteve fiel aos princípios de sua antecessora. Partindo disso, a OECE foi responsável pelo Seminário de Royaumont em 1959 e nele mobilizou a primeira publicação no tocante ao ensino da matemática da OCDE. O referido Programa visava ser um instrumento para contribuir aos países para redigir novos livros didáticos e manuais que corroborassem com a concepção do organismo do que seria uma “boa matemática” oportunizando a formação de capital humano que contribuiria para o desenvolvimento econômico. Diante disso, não objetivava a todos o acesso a uma educação cientifica, que possibilitassem se entenderem como seres históricos, sociais e políticos, que negassem a exploração como algo natural. Isso porque a concretização deste objetivo não corrobora para a OCDE em cumprir a tarefa a que foi designada, pois o sucesso da mesma relaciona-se diretamente a aceitação da exploração pelos trabalhadores.

Palavras-chave: Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômicos-OCDE; Ensino de Matemática; Políticas Educacionais.

Abstract

Considering that the Organization for Cooperation and Economic Development (OCED) it's the International Organization (IO) responsible for collecting and evaluating the quality of education, influencing the educational policies of governments of member states and partners, this article presents a bibliographical and documentary research whose objective is to understand the initial trajectory of the OECD in the teaching of which make up the theoretical study of an ongoing thesis. In this way how did the OCDE trajectory begin in influencing the educational policies of member countries and partners in mathematics education? It was evidenced that the transformations that occurred after World War II mobilized the creation of

[1] Universidade Estadual do Oeste do Paraná.susivivien@hotmail.com.
[2] Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. sandalo.patricia13@gmail.com.
[3] Universidade Federal de Santa Maria. anemari.lopes@gmail.com.

ISSN: 2526-8899

IO, among them, the Organisation for European Economic Co-operation (OEEC) in 1948 giving rise to OCED in 1960, who remained faithful to the principles of his predecessor. From this, the OEEC was responsible for the Royaumont Seminar in 1959 and mobilized the first publication on the teaching of mathematics in the OCED. The Program was intended to be a tool to help countries write new textbooks and manuals that would corroborate the body's conception of what would be a “good mathematics” by providing the formation of human capital that would contribute to economic development. Faced with this, it did not aim at all the access to a scientific education that would enable them to understand themselves as historical, social and political beings, who denied exploitation as a natural thing this is because the achievement of this objective does not corroborate OCED to fulfill the task to which it has been assigned, since its success is directly related to the acceptance of the exploitation by the workers.

Keywords: Organization for Cooperation and Economic Development (OCED); mathematics education; educational policies.

Introdução

De acordo com Libâneo (2016, p. 43), os Organismos Internacionais (OI) “como Organização das Nações Unidas para a Educação, Ciência e a Cultura (Unesco), o Banco Mundial (BM), o Banco Interamericano de Desenvolvimento (BID), o Programa das Nações Unidas para o Desenvolvimento (PNUD) e a Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE)” influenciam as políticas educacionais dos países membros ou parceiros, objetivando que estes sigam seus interesses que se relaciona às grandes potências econômicas mundiais. Desse modo, os referidos interesses voltados à educação institucionalizada visarão atender o mercado e não os pautados pela sociedade civil, o que, como consequência, não contribui para o pleno processo de ensino-aprendizagem dos alunos.

Segundo Freitas (2016), a OCDE é um organismo responsável por indicar a qualidade da educação dos países membros ou parceiros. Assim, por meio de vários indicadores, determina o ranking da qualidade da educação do país, sendo que a Matemática é considerada uma das disciplinas básicas que serve como parâmetro de medida de qualidade.

O Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA), criado e desenvolvido pela OCDE desde 2000 é concebido pelos seus países membros ou parceiros -como o Brasil - um instrumento para analisar a qualidade da educação, bem como organizar as estratégias de mudanças para seus alunos obterem melhores resultados.

Desse modo, no decorrer do estudo teórico da tese em andamento no Programa de Pós-Graduação de Educação Matemática da Universidade Federal do Mato Grosso do Sul (UFMS)

ISSN: 2526-8899

foi evidenciado que o cerne da OCDE, criada em 1960, no tocante ao ensino da Matemática, iniciou com a Organização Europeia de Cooperação Econômica (OECE), pois foi desse organismo que OCDE se originou. Partindo disso, constatou-se que os referidos organismos objetivavam atender os interesses das grandes potências econômicas favorecendo, assim, o desenvolvimento de sua economia. Com esse objetivo, a OECE organizou e patrocinou um evento em 1959 intitulado “Seminário de Royaumont”, que contou com a participação de representantes de dezoito países reunindo, assim, diferentes grupos de pesquisadores que estudavam a importância de propor mudanças ao ensino da Matemática.

Este artigo apresenta uma pesquisa bibliográfica e documental, cujo objetivo é compreender a trajetória inicial da OCDE, no tocante ao ensino de Matemática, em diálogo crítico com Frigotto (2010), Charlot (2013), Freitas (2016), Pinto (2000), Libâneo (2016) e Guimarães (2007), que compõem o estudo teórico de uma tese em andamento. Desta maneira, questiona-se: Como iniciou a trajetória da OCDE e sua influência nas políticas educacionais dos países membros e parceiros no tocante ao ensino da Matemática?

O artigo foi organizado da seguinte maneira: primeiramente apresenta a OCDE; em seguida discute a relação deste organismo com o ensino de Matemática e finaliza com algumas considerações.

Apresentando a Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE)

Os Organismos Internacionais (OI) como UNESCO, BM, PNUD, BID e OCDE originaram-se no final da Segunda Guerra Mundial, voltando-se ao processo de reconstrução dos países devastados pela guerra. Charlot (2013, p. 52) sublinha que a OCDE foi criada objetivando a promoção da economia de mercado, portanto, os pressupostos teóricos relacionados a educação corroboram como o “pensamento neoliberal no que tange à educação”.

De acordo com Frigotto (2010), o neoliberalismo pode ser definido como uma investida pragmática iniciada na década de 1970 liderada por Margaret Thatcher, na Inglaterra, e Reagan, nos Estados Unidos, e a responsabilidade de implementar e supervisionar os OI que objetivavam a planificação social, deixando livre às leis da oferta e da demanda, as características e a orientação do sistema educativo. O pensamento neoliberal, no tocante à educação institucionalizada desvela como a educação era elaborada, em sua maioria, por economistas que visavam à lógica do mercado e que entendiam como necessárias “à relação

ISSN: 2526-8899

custo-benefício e à taxa de retorno", ideias centrais que vão definir a tarefa educativa, as suas prioridades e a sua qualidade.

Ademais, o autor sublinha que a preocupação de formulação de uma proposta de educação internacional em relação à América Latina e ao Caribe, teve início entre o final da década de 1970 e o princípio da década de 1980. Para disseminar o discurso neoliberal, uma vasta documentação internacional produziu diagnósticos, análises e propostas de soluções consideradas cabíveis para todos os países da América Latina e Caribe, patrocinados por Organismos Internacionais Multilaterais que influenciaram as políticas educacionais. Mas apesar de a elaboração ter-se iniciado na década de 1980, somente na década de 1990 sua difusão foi constatada e o Brasil mostrou seu alinhamento.

Especificamente em relação a criação da OCDE, segundo Pinto (2000), deu-se iniciou no ano de 1960 quando foi assinado o Ato constitutivo pelos países membros da organização Europeia para a Cooperação Econômica (OECE), além dos Estados Unidos e Canadá. Mas esse organismo deu continuidade aos princípios de sua antecessora - denominada, OECE - procurando, assim, ser protagonista na liberalização do comércio entre os países membros. Seus documentos enfatizam que suas conclusões são apenas recomendações, mas a trajetória histórica evidencia que acabavam sendo seguidas como orientadoras.

Ademais, Charlot (2013) sublinha que as transformações ocorridas com o fim da Guerra Fria deram condições às grandes potências econômicas mundiais argumentar a respeito da necessidade de abertura de fronteiras - definido como globalização. Consequentemente, oportunizou também a abertura progressiva da economia internacional. Desse modo, organismo como a OCDE no final dos anos oitenta, influenciou também as políticas de países não membros como Brasil.

> [...] globalização é, antes de tudo, um processo socioeconômico. Todavia, ela traz também consequências culturais, através do encontro entre culturas e do aparecimento e espalhamento de novas formas de expressão. Cabe destacar a miscigenação entre povos devido aos fenômenos de migração acrescida, a divulgação mundial de informações e imagens pela mídia audiovisual e a Internet, a ampla difusão de produtos culturais (filmes, novelas, séries televisuais, músicas), a generalização do uso do inglês ou de uma língua internacional baseada nele, em detrimento de outras línguas. As consequências culturais e até sociocognitivas desses fenômenos ainda são difíceis de serem avaliadas, mas não há dúvida de que constituem novos desafios a serem enfrentados pela escola. (CHARLOT, 2013, p. 55).

ISSN: 2526-8899

O autor acrescenta que a globalização e a educação se relacionam e para a compreensão desta relação é imprescindível analisar os acontecimentos que levaram às mudanças no sistema capitalista, fomentando que o Estado se adequasse às referidas transformações.

Partindo disso, Pereira (2016) considera que o período de 1961 a 1980, quando a OCDE criou um departamento de educação fomentando pesquisas voltadas à elaboração de propostas acerca da política educacional, fortaleceu suas influências nessa área. Partindo disso, em junho de 1961 ela realizou na Suíça uma conferência onde apontou a vinculação direta entre o desenvolvimento educacional e as demandas de mercado, consubstanciadas na busca do crescimento econômico.

Vale dizer que no mesmo ano, segundo o autor, ocorreu a segunda conferência no EUA que afirmava que os países deveriam investir na educação, pois haveria uma ampliação nas reservas de capital humano principalmente nas ciências e tecnologias consideradas as áreas que combateria os avanços realizado pela Rússia e favoreceriam o processo de concorrência pacífica. Dando continuidade na consolidação da OCDE no que tange à educação institucionalizada de 1980-2000,

> [...] demonstra que o Departamento de Educação foi criado como espaço político dos seus intelectuais orgânicos e também dos tecnocratas dos países-membros, que deram centralidade aos indicadores educacionais. Esses intelectuais orgânicos caminharam na direção dos pressupostos neoliberais que, no campo da gestão pública, advogam pela racionalidade técnica e burocrática, focando suas ações nos resultados das políticas sociais, ao mesmo tempo que preconizam a retração dos investimentos públicos, particularmente, na educação pública, mas insistem em explorá-la pelas regras comerciais (PEREIRA, 2016, p. 98).

Desse modo, a trajetória da OCDE em relação a educação é marcada primeiramente como um organismo que indicava parâmetros relacionados a sua função, avançando como o responsável em fazer um levantamento de sua qualidade, e consolidou-se como um organismo legítimo que influencia as políticas educacionais dos governos dos Estados membros e parceiros.

Todavia, Charlot (2013, p. 57) ressalta que a concepção de qualidade da educação da OCDE é o cerne do pensamento neoliberal e esse não preconiza a defesa da escola pública como "direito fundamental, de direito antropológico do ser humano" que seja garantido a todos que os favorecem a questionarem a importância da "solidarização dos membros da espécie humana e destes com o planeta Terra".

ISSN: 2526-8899

Neste sentido, Paro (2014) considera que a qualidade da educação institucionalizada deve visar contribuir com uma apropriação cultural que favoreça ao estudante compreender-se enquanto sujeito histórico, social e político. Como histórico necessita acrescentar em sua natureza a produção histórica do homem, pois não se nasce histórico, torna-se, e como político no sentido da produção da convivência entre as pessoas e grupo, que pode ocorrer pela dominação de um grupo por outro, considerando o dominado como objeto - característica de uma sociedade autoritária - podendo, por outro lado, ocorrer uma convivência pacífica e livre, marcada pelo diálogo - caracterizando a sociedade democrática.

No entanto, a concepção de qualidade da educação vislumbrada pelo processo de internacionalização das políticas educacionais que são efetivadas por OI como OCDE fomenta, segundo Libâneo (2016), uma desfiguração das funções emancipadoras do conhecimento escolar a todos os seres humanos, pois caso efetiva-se colocaria em risco os interesses que representa.

Apresentada a OCED, a seguir analisa-se a relação deste organismo no tocante ao ensino da Matemática.

A relação da OCDE e o ensino da Matemática

A OCDE, tem sua origem na OECE, organismo que visava a promoção da economia de mercado já preconizava na década de cinquenta, que o desenvolvimento econômico dos países entrelaçava com sua capacidade de conseguir a formação adequada de capital humano, sendo primordial investimento em áreas chaves como o ensino da Matemática.

De acordo com Charlot (2013, p. 44), várias mudanças ocorreram após a Segunda Guerra Mundial a respeito da relação do Estado acerca da educação institucionalizada, visando a “construção da nação, paz social, inculcação de valores”. No entanto, nas décadas seguintes, essa relação deveria seguir “a lógica econômica e social do desenvolvimento”. Antes da Segunda Guerra Mundial, o Estado, na sua relação com a educação, permanece um Estado Educador: pensa a educação em termos de construção da nação, paz social, inculcação de valores.

Conforme Guimarães (2007, p. 21-22), na década de 1950 a reforma no ensino da Matemática tornou-se alvo de interesses de vários grupos de pesquisadores nos Estados Unidos da América e também na Europa. Desse modo, em 1959 diferentes grupos se reuniram em um evento patrocinado pela a OECE, possibilitando que ocorresse uma reunião na França que foi

ISSN: 2526-8899

intitulada de “Seminário de Royaumont”, que contou com representantes de dezoito países e que evidenciam influência nos estudos de Jean Piaget. Esse evento também é considerado marcante para o movimento denominado de Movimento da Matemática Moderna. Em suas palavras:

> A proposta da Matemática Moderna é hoje considerada um projeto reformador que, na sua concretização e no seu desenvolvimento, se veio centrar essencialmente numa mudança na estrutura e nos assuntos matemáticos do currículo. No entanto, os promotores em **Royaumont consideravam que a reforma era necessária, quer a nível dos conteúdos matemáticos, quer a nível dos métodos de ensino** (GUIMARÃES, 2007, p. 30, grifo nosso)

Ademais, a autora sublinha que nos argumentos do referido seminário patrocinado pela OECE, apesar de enfatizar o triplo papel para o ensino da Matemática no relatório final, constata-se apenas a “preparação dos alunos para a vida quotidiana e para a continuação dos seus estudos” (GUIMARÃES, 2007, p. 30).

Cumpre lembrar, como afirmado anteriormente, que a relação entre a educação institucionalizada e as transformações no sistema capitalista que levaram à criação dos OI tem objetivos a serem concretizado e, segundo Charlot (2013, p. 52), a OCDE “foi explicitamente criada para promover a economia de mercado” e aproximar essa lógica de mercado da educação institucionalizada implicará em “reduzir a educação a uma mercadoria escolar a ser rentabilizada no mercado dos empregos e das posições sociais”. Desse modo, implicará nas formas de aprendizagem que serão “desconectadas do sentido do saber e de uma verdadeira atividade intelectual”.

De acordo com OECE (1965), o Seminário de Royaumont fomentou que se apresentassem as orientações de como deveria ser o ensino da Matemática no nível secundário, pois foi unânime entres os participantes a necessidade de sua modernização. Consequentemente, os países devem redigir “novos livros didáticos e novos manuais”. Após um ano do referido Seminário, foi publicado o documento intitulado “Um Programa Moderno de Matemática para o ensino Secundário[4]” e sua construção visava facilitar essa empreitada.

Vale dizer que o referido documento contou com a participação de pesquisadores dos seguintes países: Alemanha; França; Iugoslávia, Estados Unidos da América; Inglaterra; Dinamarca; Bélgica; Suíça; Suécia e Itália, que estavam convencidos que a “boa matemática”

[4] De acordo com OECE (1965), o ensino secundário abrange a faixa etária dos onze a dezoito anos.

ISSN: 2526-8899

relacionava as mudanças de entrelaçamento que permitiriam pensar em conjunto “a álgebra, a geometria e os elementos de análise” (OECE, 1965, p. 03).

Aqui vale indicar que no Brasil o referido documento da OECE intitulado “Um Programa Moderno de Matemática para o ensino Secundário” foi traduzido em 1965, pelo Grupo de Estudos do Ensino de Matemática (GEEM). Segundo Pinto (2007), o referido grupo foi criado em 1960, coordenado por Osvaldo Sangiorgi[5], e tiveram o papel chave na divulgação da proposta do Movimento da Matemática Moderna (MMM) em vários estados brasileiros.

Como destacado anteriormente, as discussões desencadeadas no Seminário de Royaumont foram emblemáticas para o MMM. Do referido Seminário desencadeou a construção do Programa que foi o cerne no tocante ao ensino da Matemática da OECE. Portanto, era da OCDE que visava influenciar as políticas educacionais dos países membros e parceiros. Nas palavras da OECE (1965) acerca do Programa:

> O programa constituem, além, disso, sugestões destinadas a estimular a reflexão sobre a natureza da matemática que convém ensinar nos estabelecimentos secundários e sobre a maneira como esse ensino deve ser ministrado [...] **trabalho do grupo de peritos só pode ser considerado uma primeira tentativa**, mas uma tentativa que terá o seguimento, graças ao esforços da OECE e ao auxílio que ela oferece aos países membros desejosos de estabelecer, individualmente ou conjuntamente, programas baseados sobre os trabalhos que são objeto de presente relatório (OECE, 1965, p. 05)

Mediante o exposto, a OECE vislumbrava tornar o ensino da Matemática mais eficaz e, para isso, considerava que sua reformulação proposta em OECE (1965) seria o guia perfeito para os países nessa empreitada.

Algumas considerações

Neste artigo objetivou-se compreender a trajetória inicial da OCDE, no tocante ao ensino da Matemática, sendo hoje considerado como um dos indicadores utilizados por este OI para determinar a qualidade da educação dos países membros ou parceiros e influenciar as suas políticas educacionais, entre eles, o Brasil. Assim, questionou-se a trajetória inicial da OCDE na influência nas políticas educacionais dos países membros e parceiros no tocante ao ensino da matemática.

---

[5] Segundo Pinto (2008), Osvaldo Sangiorgi (1921-2017) grande autor de livros didáticos, carrega consigo a autoridade matemática, didática e experiência de grande articulador de ações conjuntas entre a editora de suas obras - a Cia. Editora Nacional - e a Secretaria da Educação, na promoção de encontros e cursos para professores

ISSN: 2526-8899

Realizou-se uma pesquisa bibliográfica e documental, evidenciando que para a OECE, organismo que deu origem a OCDE, a concepção de qualidade da educação relaciona-se com o desenvolvimento econômico, e, apesar de enfatizar a educação institucionalizada como direito, não abarca a luta em defesa da escola pública gratuita.

Diante disso Charlot (2013, p. 57) considera que não favorece a educação institucionalizada que permita a todos os seres humanos, que o "direito fundamental, de direito antropológico" seja garantido, consequentemente os mobilize na luta por um mundo onde os seres humanos sejam mais importantes que o sistema econômico.

Desse modo, a relação da OCDE no tocante ao ensino da Matemática, também, visou atender ao objetivo do desenvolvimento econômico visto que, via-se nesta área do conhecimento uma oportunidade para os países formarem um capital humano que fomentaria a referida empreitada. Assim, em 1959, a OECE patrocinou o Seminário de Royaumont contando com a participação de dezoito países, favorecendo a elaboração de um documento intitulado "Um Programa Moderno de Matemática para o ensino Secundário", publicado em 1961 e que chegou no Brasil em 1965, por meio do GEEM.

O referido Programa foi a primeira tentativa da OECE, portanto, da OCDE influenciar as políticas educacionais no tocante ao ensino de Matemática visando ser um guia para os países redigir novos livros didáticos e manuais didáticos, que seguissem as concepções da "boa matemática", por ela preconizada e sendo elaborado por pesquisadores dos seguintes países: Alemanha; França; Iugoslávia, Estados Unidos da América; Inglaterra; Dinamarca; Bélgica; Suíça; Suécia e Itália.

No referido programa, os pesquisadores evidenciam que o ensino da Matemática do nível secundário organizou-se possibilitando sua modernização, sendo possível de ser implementado em qualquer instituição de ensino. Assim, o entrelaçamento entre álgebra, geometria e os elementos da análise favoreceriam sua compreensão. No entanto, a OCDE tem no cerne o objetivo de sua criação-promoção da economia de mercado-trazendo implicações para a educação institucionalizada, que passa a ser vislumbrada como uma mercadoria. Consequentemente, nem todos terão oportunidades reais de se compreenderem como sujeitos históricos, sociais e políticos.

Considera-se imprescindível que os interesses dos OI como OCDE, no tocante ao ensino da Matemática - consequentemente a educação institucionalizada - sejam pesquisados visando oportunizar a compreensão dos reais motivos dos problemas que perpassam a educação institucionalizada.

ISSN: 2526-8899

Referências

CHARLOT, B. **Da relação com o saber às práticas educativas**. São Paulo: Cortez, 2013.

FREITAS, L. C. **TRÊS TESES SOBRE AS REFORMAS EMPRESARIAIS DA EDUCAÇÃO: PERDENDO A INGENUIDADE.** Cad. Cedes, Campinas, v. 36, n. 99, p. 137-153, maio-ago., 2016 Disponível em < **http://www.scielo.br/pdf/ccedes/v36n99/1678-7110-ccedes-36-99-00137.pdf** > Acessado em: 20 jun. 2018.

FRIGOTTO, G. **A produtividade da escola improdutiva: um (re)exame das relações entre a educação e a estrutura econômico-social capitalista**. 9. Ed. São Paulo: Cortez, 2010.

GUIMARÃES, H. M. Por uma matemática nova nas escolas secundárias: perspectivas e orientações curriculares da matemática moderna. In: MATOS, J. M.; VALENTE, W. R. (orgs.). **A Matemática Moderna nas escolas do Brasil e de Portugal: primeiros estudos**. São Paulo: Capes/Da Vinci Editora, 2007.

LIBÂNEO, J. C. **Políticas educacionais no Brasil: desfiguramento da escola e do conhecimento escolar.** Cadernos de Pesquisa v.46 n.159 p.38-62 jan./mar. 2016. Disponível em < http://www.scielo.br/pdf/cp/v46n159/1980-5314-cp-46-159-00038.pdf > Acessado em: 11 de julho de 2017.

ORGANIZAÇÃO EUROPÉIA PARA A COOPERAÇÃO ECONÔMICA - OECE. **Um programa moderno de matemática para o ensino secundário**. Trad: MONTEIRO, L. H.J. São Paulo: GEEM – Grupo de Estudos do Ensino da Matemática, Série Professor, no 2, 1965.

OCDE. **La definición y selección de competencias clave: Resumen ejecutivo.** Publicações OCDE. 2005. Disponível em < http://deseco.ch/bfs/deseco/en/index/03/02.parsys.78532.downloadList.94248.DownloadFile.tmp/2005.dscexecutivesummary.sp.pdf > Acessado em: 13 maio 17.

PARO, V. H. **Educação como exercício do poder: crítica ao senso comum em educação**. 3. ed. São Paulo: Cortez, 2014.

PINTO, N. B. Na sala de aula com Osvaldo Sangiorgi: Uma estrela-guia da Matemática Moderna no Brasil. In: VALENTE, W. R. (org.). **Osvaldo Sangiorgi – um professor moderno**. São Paulo: Editora Annablume; Brasília: CNPq; Osasco: GHEMAT, p.119 - 144, 2008.

PINTO, D. F. S. **OCDE: uma visão brasileira**. Brasília: IRBr; FUNAG, 2000.

PEREIRA, G. A. M. **O PISA como parâmetro de qualidade para as políticas educacionais: um estudo comparado entre Brasil e Espanha**. 2016. 296 F. Doutorado em Educação).

ISSN: 2526-8899

Universidade Federal do Paraná, Curitiba – PR. Disponível em <file:///C:/Users/susiv/Downloads/D2016_Gisele%20Adriana%20Maciel%20Pereira.pdf>. Acesso em: 23 maio 2018.

ISSN: 2526-8899

O ENSINO DE PROBABILIDADE PARA OS ANOS INICIAIS: UMA REFLEXÃO A PARTIR DO JOGO PROBABILIDADE DA SOMA

Vanessa Cristina Rhea[1]
Sandra Regina D' Antonio Verrengia[2]
Jéssica Suzana Barragan Alves[3]

Resumo

Este trabalho apresenta reflexões sobre a importância do uso de jogos para o desenvolvimento e a aprendizagem da matemática, fazendo menção ao jogo "Probabilidade da Soma", desenvolvido em Oficinas de Matemática realizadas em alguns municípios paranaenses, pela equipe do Laboratório de Ensino de Matemática da Universidade Estadual de Maringá. Esse jogo tem por base o conceito de probabilidade referenciado na Base Nacional Comum Curricular para os anos iniciais do Ensino Fundamental e procura trazer a discussão de que para além de seu caráter lúdico o recurso do jogo pode ser utilizado nas aulas de matemática com vistas ao desenvolvimento de conceitos matemáticos que levem os discentes a refletir a respeito de questões pertinentes relativas à temática em questão.

Palavras-chave: Educação Matemática; Laboratório de Ensino; Jogos Matemáticos; Probabilidade; Ensino Fundamental I.

THE TEACHING OF PROBABILITY FOR THE INITIAL YEARS: A REFLECTION FROM THE SOMA LIKELY GAME

Abstract

This work presents reflections on the importance of the use of games for the development and learning of mathematics, mentioning the game "Probability of Soma", developed in Mathematical Workshops held in some municipalities of Paraná, by the team of the Laboratory of Mathematics Teaching State University of Maringá. This game is based on the concept of probability referenced in the National Curricular Common Base for the initial years of Elementary School and seeks to bring the discussion that in addition to its playful character the game resource can be used in mathematics classes with a view to development of mathematical concepts that lead the students to reflect on pertinent questions related to the subject in question.

Keywords: Mathematics Education; Teaching Laboratory; Mathematical Games; Probability; Elementary School I.

[1] Universidade Estadual de Maringá. vanessarhea@hotmail.com
[2] Universidade Estadual de Maringá. sandradantonio@hotmail.com
[3] Universidade Estadual de Maringá. jessicasbarragan@hotmail.com

ISSN: 2526-8899

Introdução

O homem desde a antiguidade utiliza a matemática, mesmo que inconscientemente, para realizar suas atividades cotidianas. Conforme a sociedade foi se organizando, as necessidades básicas do ser humano, assim como os ensinamentos e aprendizados, foram se modelando para atender às novas perspectivas do mundo que emergia. E assim se faz até os dias atuais. Conscientes do percurso da Matemática e das novas exigências e necessidades do ensino atual torna-se oportuno refletir sobre conteúdos que permitam desenvolver habilidades, raciocínio lógico e estimativas, tal como ocorre com o conceito de probabilidade.

Com base nesses aspectos, a equipe do Laboratório de Ensino da Matemática (LEM), da Universidade Estadual de Maringá, procura desenvolver atividades voltadas para a formação docente, tanto de alunos da graduação quanto de professores da Educação Básica. Tais atividades ocorrem por meio de visitas monitoradas e, principalmente, oficinas e cursos ministrados em diversos municípios do Estado do Paraná. Em uma dessas oficinas, trabalhamos com o jogo *Probabilidade da Soma*, presentes na obra "Jogos Matemáticos para a Educação Básica: a magia de ensinar e aprender" (GUIRADO *et al*, 2018), que aqui apresentaremos como uma sugestão de atividade a ser implementada em aulas de Matemática destinadas aos anos iniciais do Ensino Fundamental. Ressalta-se que o conceito de probabilidade tem sido abordado somente no Ensino Médio, contudo, com a implantação da Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018), esse tema passa a figurar também nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Segundo Lopes (2003), a Combinatória, a Probabilidade e a Estatística são conceitos matemáticos primordiais para a compreensão do mundo atual e capacitam pessoas a enfrentarem tomadas de decisões, quando somente dispõem de dados afetados pela incerteza, situações comuns em nosso cotidiano. Dessa forma, nesse trabalho procuraremos discutir a importância da inserção do conceito de probabilidade nos currículos escolares dos anos iniciais a luz do uso de um recurso facilitador e impulsionador de aprendizagem por seu caráter lúdico e divertido – o jogo.

Algumas considerações sobre o ensino de probabilidade para os anos iniciais do Ensino Fundamental

ISSN: 2526-8899

O pensamento ou raciocínio probabilístico pode ser entendido como uma forma que os indivíduos têm de refletir matematicamente, pautando-se nas informações contidas em seu meio. Assim, a inserção do estudo da probabilidade nos currículos escolares dos anos iniciais torna-se importante por ser esse conteúdo um poderoso meio de comunicação e uma ferramenta para a prática do pensar (CASTRO, 1999).

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018, p. 272),

> No que concerne ao estudo de noções de probabilidade, a finalidade, no Ensino Fundamental – Anos Iniciais, é promover a compreensão de que nem todos os fenômenos são determinísticos. Para isso, o início da proposta de trabalho com probabilidade está centrado no desenvolvimento da noção de aleatoriedade, de modo que os alunos compreendam que há eventos certos, eventos impossíveis e eventos prováveis. [...] Nessa fase, é importante que os alunos verbalizem, em eventos que envolvem o acaso, os resultados que poderiam ter acontecido em oposição ao que realmente aconteceu, iniciando a construção do espaço amostral.

Há que se ressaltar que a importância de se incluir conceitos envolvendo a probabilidade já se faziam presentes em outros documentos oficiais dentre os quais podemos destacar os Parâmetros Curriculares Nacionais de 1ª a 4ª série (BRASIL, 1998, p. 41):

> Com relação à probabilidade, a principal finalidade é a de que o aluno compreenda que grande parte dos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória e é possível identificar prováveis resultados desses acontecimentos. As noções de acaso e incerteza, que se manifestam intuitivamente, podem ser exploradas na escola, em situações nas quais o aluno realiza experimentos e observa eventos (em espaços equiprováveis).

Dessa forma, o início da proposta de trabalho com probabilidade deverá centrar-se no desenvolvimento da noção de aleatoriedade, de modo que os alunos compreendam que há eventos certos, eventos prováveis e eventos impossíveis, bem como entendam a ocorrência de acontecimentos que envolvem fenômenos aleatórios ou não aleatórios, para a tomada de decisões e para fazer previsões a cerca de situações de seu cotidiano.

Piaget e Inhelder (1951) a respeito do desenvolvimento da compreensão da probabilidade argumentam que, inicialmente as crianças não distinguem chances de não chances, mas ao longo de seu desenvolvimento, havendo-se possibilidade de aprendizagem, tornam-se progressivamente mais conscientes sobre aquilo que sabem e podem prever, até que sejam completamente capazes de realizarem uma relação entre o certo e o provável. Essa ideia foi corroborada por Lopes (1998, p. 11-12):

ISSN: 2526-8899

> [...] as noções de probabilidade nessa fase da escolaridade privilegiam o acaso e a incerteza que se manifestam intuitivamente, cabendo portanto à escola, propor situações em que as crianças possam realizar experimentos e fazer observações de eventos.

Segundo a autora, a probabilidade é uma maneira de mensurar a incerteza e matematizá-la, favorecendo a aplicação destes conceitos em situações-problema reais dos indivíduos ou artificiais para a experimentação (LOPES, 1998).

Essa dinâmica tem como objetivo, formar alunos críticos frente aos conteúdos matemáticos, bem como torná-los reflexivos e argumentativos com relação a decisões em âmbito social e, em especial, em circunstâncias nas quais os conhecimentos e saberes matemáticos são ferramentas indispensáveis para o entendimento e compreensão do seu cotidiano.

Assim, o ensino de probabilidade nos primeiros anos do ensino fundamental:

> [...] se mostra como conhecimento que contribui para o desenvolvimento de processos de pensamento, raciocínio e aquisição de atitude, cuja utilidade e alcance transcendem o âmbito do próprio conhecimento. Isso vem favorecer ao aluno a capacidade de resolver problemas, gerando nele hábitos de investigação, proporcionando-lhe confiança e desprendimento para analisar e enfrentar situações novas, bem como propiciando-lhe a formação de uma ampla visão da realidade (PINHEIRO, 2005, p. 17).

Rotunno (2007) destaca que, para se trabalhar nas aulas com tópicos de estatística ou probabilidade, deve-se sempre tentar envolver situações cotidianas ou reais, para gerar interesse nos alunos, indagações e reflexões possíveis a eles, buscando a socialização entre os discentes.

Nessa perspectiva, a utilização de estratégias de ensino como, por exemplo, os jogos educativos, além de favorecer a interação entre docente–discentes e discentes–discentes, auxilia na apreensão de conceitos, no desenvolvimento do raciocínio lógico e no prazer em aprender Matemática.

O uso de jogos no ensino de Matemática

ISSN: 2526-8899

Dentre as várias estratégias para o ensino da Matemática, destacamos aqui a utilização de jogos matemáticos como um auxílio ao processo de ensino e de aprendizagem desta disciplina.

Segundo Guirado *et al* (2010, p. 11):

> O jogo matemático é mais uma ferramenta para auxiliar o professor em sala de aula, pois pode ser utilizado para fixar conteúdos, introduzir e desenvolver conceitos matemáticos, desenvolver estratégias de resolução de problemas, dar significados para os conceitos e promover a participação mais ativa por parte dos alunos.

Como esses autores afirmam, os jogos servem como um auxílio ao docente, mas, para isso, é preciso que o professor saiba como explorá-los com questionamentos pertinentes, de modo a direcionar o aluno para o aprendizado de conteúdos imbricados em cada jogo.

Os jogos na Educação Matemática não têm apenas a finalidade de introduzir conceitos específicos dessa disciplina, pois, de acordo com Rêgo *et al* (2000), eles podem ser utilizados com o propósito de adquirir estratégias de resolução de problemas e de planejamento de ações, desenvolver cálculos mentais, promover trocas de ideias e proporcionar a socialização entre os envolvidos. Esse conjunto de fatores, aliado a outros que possam emergir em cada aula, desenvolvem habilidades nos alunos que enriquecerão a formação geral desses (GUIRADO *et al*, 2010).

Por isso, o professor, ao optar por trabalhar com jogos em suas aulas, deve inicialmente, ter clareza quanto aos objetivos e finalidade que se deseja atingir com a aplicação de tal recurso, conhecer bem a turma e, principalmente, praticar o jogo antes de aplicá-lo, para que além do ato lúdico o jogo possa ser um instrumento facilitador para a construção de novos conceitos.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN's (BRASIL,1998) sugerem que a utilização dos jogos aconteça com frequência nas aulas de Matemática, seja na introdução de um conteúdo específico ou na fixação deste, permitindo que o aluno possa realizar abstrações que o leve à compreensão de outros conceitos.

Diante dessas potencialidades, apresentaremos o jogo *Probabilidade da Soma* e discutiremos qual a sua contribuição na aprendizagem de conceitos relacionados ao tema Probabilidade.

O Jogo Probabilidade da Soma: apresentação e apontamentos

ISSN: 2526-8899

O jogo em questão integra a obra "Jogos Matemáticos para a Educação Básica: a magia de ensinar e aprender" (GUIRADO *et al*, 2018) e tem como objetivo explorar conceitos básicos de probabilidade: espaço amostral; evento; e probabilidade. Para a realização desse jogo, são necessários os seguintes materiais:

- 1 tabuleiro de dimensões 24 cm x 24 cm, conforme segue (FIGURA 1);
- 20 fichas, sendo 10 de cada cor;
- 2 dados convencionais.

Figura 1: Tabuleiro jogo Probabilidade da Soma

2	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
3	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
4	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
5	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
6	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**
7	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**

Fonte: Obra: Jogos Matemáticos para a Educação Básica: a magia de ensinar e aprender (GUIRADO *et al*, 2018)

A prática do jogo requer o atendimento às seguintes regras:

1. Posiciona-se o tabuleiro sobre a mesa.
2. Cada jogador separa para si todas as fichas de mesma cor.
3. Decide-se, por algum critério, quem dará início ao jogo e o número de rodadas a se jogar.

ISSN: 2526-8899

4. Alternadamente, cada jogador escolhe um número do tabuleiro e coloca uma de suas fichas sobre esse número, até que cada um tenha colocado sobre o tabuleiro todos as suas fichas.
5. Cada jogador, na sua vez, lança os dois dados, simultaneamente, e calcula a soma das quantidades registradas nas faces superiores, retirando do tabuleiro uma de suas fichas, correspondente à soma obtida, se isso for possível; caso contrário, passa a vez.
6. O jogo prossegue até que um dos jogadores tenha retirado todos as suas fichas do tabuleiro ou ao término das rodadas.

Vencedor: o primeiro jogador que retirar todas as suas fichas do tabuleiro ou aquele que possuir menos fichas no tabuleiro, após completar o número de rodadas estabelecido (GUIRADO *et al*, 2018, p. 109 - 110).

No decorrer da aplicação da atividade nas oficinas, foram discutidos alguns conceitos relativos ao ensino da Probabilidade para os primeiros anos do Ensino Fundamental. Por exemplo, o conceito de **espaço amostral** foi explorado por meio do questionamento: "Qual é o total de possibilidades desse experimento?". Já o conceito de **evento** foi apresentado por meio do questionamento: "Que nome pode ser dado a cada uma das jogadas?". Finalmente, o conceito de **probabilidade** foi discutido a partir dos seguintes questionamentos: "É mais vantajoso escolher um número par ou um número ímpar?"; "Existe algum número do tabuleiro que seja mais vantajoso, ou seja, aquele que tem maior possibilidade de ocorrer na soma das quantidades registradas nas faces superiores dos dados? Se existir, quais são esses números? Qual é a chance[4] desses números ocorrerem?"; "Existe algum número no tabuleiro que seja menos vantajoso? Se existir, quais são esses números? Qual é a chance desses números ocorrerem?".

Ressalta-se que, inicialmente, os participantes jogaram sem critério. Por isso, para levar os docentes a refletirem quanto aos questionamentos formulados foi solicitado a eles que registrassem em uma folha a parte as possibilidades de soma das faces superiores dos dados, de modo a auxiliar a visualização dos resultados. Essa estratégia teve por objetivo levá-los a observar que os resultados obtidos são exatamente os apresentados no tabuleiro; sendo assim, a resposta a cada uma das questões poderia ser obtida a partir da análise do próprio tabuleiro.

Num segundo momento, após a análise das jogadas, foi solicitado aos docentes que jogassem novamente, mas dessa vez que procurassem estabelecer estratégias com base nas

[4] O termo chance se refere a probabilidade de ocorrência do evento.

ISSN: 2526-8899

conclusões obtidas. Os participantes perceberam que nem sempre a soma dos números registrados nas faces superiores dos dados reflete a maior probabilidade, visto que, nesse jogo, os eventos são aleatórios. Nesse sentido, o jogo propiciou uma reflexão a respeito de que há eventos certos e eventos prováveis. Já para eventos impossíveis, o aplicador sugeriu a inserção do número “1” no tabuleiro.

Finalmente, conforme sugestão dos autores da referida obra, o jogo pode ser adaptado, utilizando o tabuleiro (FIGURA 2) de modo a explorar a probabilidade do produto.

Figura 2: Tabuleiro jogo Probabilidade do Produto

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
2	**4**	**6**	**8**	**10**	**12**
3	**6**	**9**	**12**	**15**	**18**
4	**8**	**12**	**16**	**20**	**24**
5	**10**	**15**	**20**	**25**	**30**
6	**12**	**18**	**24**	**30**	**36**

Fonte: Obra: Jogos Matemáticos para a Educação Básica: a magia de ensinar e aprender (GUIRADO *et al*, 2018)

Considerações Finais

A proposta apresentada neste trabalho mostra a importância do conceito de Probabilidade para o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático e para a tomada de decisões quanto à análise de problemas do cotidiano, bem como alicerça a ideia de que o jogo

ISSN: 2526-8899

pode ser um recurso facilitador de aprendizagem, tendo em vista seu caráter motivacional e sua intencionalidade.

Neste trabalho, apresentamos o jogo *Probabilidade da Soma* como uma possibilidade a ser praticada nos anos iniciais do Ensino Fundamental com vistas a se trabalhar com o conteúdo de Probabilidade presente na BNCC (BRASIL, 2018).

A partir das análises realizadas na prática do jogo, verificou-se que os docentes tiveram a oportunidade de refletir e verbalizar a respeito de questões provenientes do ato de jogar que envolviam os conceitos de espaço amostral, evento e probabilidade, verificando, assim, que há eventos certos, eventos prováveis e eventos impossíveis.

Nesse sentido, ao se trabalhar com uma estratégia de ensino como a de jogos, o professor busca mais do que apenas passar informações sobre o conteúdo, agrega às suas aulas fatores como, a capacidade de o aluno adquirir estratégias de resolução de problemas e de planejamento de ações, o desenvolvimento de cálculos mentais e uma socialização entre os alunos envolvidos.

Este trabalho serve como uma sugestão ao profissional que deseja explorar o conteúdo de probabilidade de uma forma diferenciada e lúdica em suas aulas com vistas a motivar os discentes promovendo, assim, a apropriação de conceitos matemáticos.

Referências

BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/SEF, 2018.

BRASIL, Secretaria de Ensino Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CASTRO, César Sáenz. **Materiales para la enseñanza de la teoría de probabilidades: propuesta de um modelo didáctico**. Universidade Autonoma de Madri, 1999.

GUIRADO, João Cesar *et al.* **Jogos:** um recurso divertido de ensinar e aprender Matemática na Educação Básica. Elograf, Maringá, 2010.

GUIRADO, João Cesar *et al.* **Jogos Matemáticos para a Educação Básica:** a magia de ensinar e aprender. Campo Mourão: Ed. da FECILCAN, 2018.

LOPES, C. A. E. **O conhecimento profissional dos professores e suas relações com estatística e probabilidade na educação infantil.** 2003. 281 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2003.

ISSN: 2526-8899

LOPES, C. A. E. **A Probabilidade e Estatística no Ensino Fundamental**: uma análise curricular. 1998. 125f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1998.

PIAGET, J & INHELDER, B. **A origem da ideia do acaso na criança**. Rio de Janeiro: Distribuidora Record, 1951.

PINHEIRO, M. A. N. **Educação crítico(?)-reflexiva para o ensino médio científico-tecnológico:** a contribuição do enfoque CTS para o ensino-aprendizagem do conhecimento matemático. Tese (Doutorado em Educação Científica e Tecnológica) - Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis (SC), 2005.

RÊGO, R. G. do; RÊGO, R. M. do. **Matematicativa**. João Pessoa: Editora Universitária/UFPB, 2000.

ROTUNNO, S. A. M. **Estatística e Probabilidade:** um estudo sobre a inserção desses conteúdos no Ensino Fundamental. 2007. 117 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal do Paraná. Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2007.

ISSN: 2526-8899

INVESTIGANDO FOREGROUNDS: PERSPECTIVAS DE ESTUDANTES DE UMA CIDADE PEQUENA EM UMA REGIÃO RURAL

Caio Cesar Archanjo[1]

Denival Biotto Filho [2]

Resumo

Neste artigo, discutimos o conceito de *foreground* para entender os motivos, atitudes e ações de um estudante para aprender matemática e para o seu engajamento em atividades educativas. *Foreground* é um conceito desenvolvido por Skovsmose (1994) e faz referência a como um indivíduo vê o seu próprio futuro. Um estudante com um *foreground* arruinado não tem perspectiva de futuro e, por isso, não tem motivos para aprender. *Foregrounds* arruinados são um grande obstáculo para a aprendizagem. Para a realização de uma pesquisa envolvendo *foregrounds*, nós conduzimos entrevistas com um grupo de estudantes que moram em uma pequena cidade em uma região rural do Paraná. Tais estudantes querem ir embora de sua cidade, querem cursar o ensino superior, querem casar e ter filhos. Eles têm medo de que seus sonhos não se realizem e buscam alternativas, tomando ações a fim de criarem novas possibilidades de futuro. A presente pesquisa contribui para o desenvolvimento do conceito de *foreground* ao expor que sonhos podem representar realidades hipotéticas e que caminhos alternativos podem ser configurados nas perspectivas dos alunos. Constatamos também que a visão de futuro desses estudantes tem um impacto fundamental em seus motivos para a aprendizagem e, em particular, para a aprendizagem da matemática.

Palavras-chave: *Foreground*; Educação matemática crítica; Motivos para a aprendizagem.

Abstract

In this paper, we discuss the importance of using the concept of foreground to understand the motives, attitudes and actions for a student to learn mathematics and towards his education. Foreground is a concept developed by Skovsmose (1994) and refers to how individuals see their future. A student with a ruined foreground has no prospect of the future and therefore has no reason to learn. Ruined foregrounds are a major obstacle for learning. To conduct an investigation about foregrounds, we conducted interviews with a group of students who live in a small town in a rural region of Paraná State. Such students want to leave their city, want to attend higher education, want to marry and have children. They are afraid that their dreams will not come true and they seek for alternatives choices, taking action to create new possibilities for the future. The present research contributes to the development of the foreground concept by explaining that dreams can represent hypothetical realities and by explaining that alternative

[1] Faculdade de Ciências de Wenceslau Braz – FACIBRA, caiopioneiro@hotmail.com
[2] Instituto Federal de São Paulo – IFSP, denivaldenival@gmail.com

ISSN: 2526-8899

paths can be configured in the students' perspectives. We also note that the vision of future of these students has a fundamental impact on their motives for learning and, in particular, for learning mathematics.

Keywords: Foreground; Critical mathematics education; motives for learning.

Introdução

A revista *Awake!* (1980) apresenta um relato sobre um menino japonês que aos quatro anos de idade conseguiu fazer uma avaliação de inglês equivalente a um estudante da oitava série. Por que essa criança conseguiu isso? De acordo com a revista, a criança foi estimulada desde bem jovem porque os pais seguiram as sugestões de um livro que recomendava aos pais educarem os filhos desde a infância. A mãe do menino deu para o filho um curso de inglês em áudio quando ele tinha apenas dois anos de idade.

É possível pensarmos em diferentes razões que contribuíram para o aprendizado dessa criança. A revista destacou o estímulo que recebeu dos pais e cita o uso de áudios. No entanto, no que diz respeito à visão da criança, quais foram os motivos que a levaram a corresponder aos estímulos dos pais? Entender os motivos que alguém tem para aprender pode contribuir para uma educação que favoreça o engajamento dos alunos em atividades de aprendizagem. Para Skovsmose (1994), qualquer um pode aprender qualquer coisa se tiver razões para isso.

Nosso interesse nesse artigo é discutir os motivos que levam uma pessoa a aprender. De modo mais específico, queremos discutir razões para a aprendizagem da matemática. Esse tema tem sido tratado em diferentes áreas, incluindo pesquisas psicológicas, culturais, sociais e filosóficas. Em nosso caso, optamos por entender e interpretar os motivos e as atitudes de uma pessoa frente à aprendizagem por considerar o conceito de *foreground*.

Foreground

Foreground é um importante aspecto para entender os motivos e as atitudes de um aluno frente à aprendizagem (SKOVSMOSE, 1994). *Foreground* tem a ver com o modo uma pessoa vê seu próprio futuro. Inclui seus sonhos, alvos, oportunidades, expectativas e esperanças. Inclui também medos e obstáculos. Este conceito é discutido em uma perspectiva social e inclui o contexto social e cultural do indivíduo (BIOTTO FILHO, 2015).

ISSN: 2526-8899

O termo *foreground* faz referência ao termo *background*. D'Ambrosio (1990) utiliza o termo *background* para designar a bagagem cultural de um aluno: sua origem, seus costumes, o que lhe é familiar, e assim por diante. De certa forma, podemos dizer que *background* se refere ao passado de uma pessoa e *foreground* se refere ao seu futuro.

Para exemplificar o significado dos termos *background* e *foreground*, Biotto Filho (2015) considera uma escola em que a principal atividade de lazer dos alunos é empinar pipas. É possível imaginar uma situação em que o professor de matemática produz atividades associadas a construir e empinar pipas: geometria, compra dos materiais, velocidade do vento, etc. Neste caso, o professor estaria trabalhando com o *background* dos alunos. Suponhamos ainda que aquelas crianças nunca tivessem visitado uma praia e possuem um grande interesse de visitá-la. Por isso, os alunos poderiam ter interesse em atividades educativas em temas tais como barcos, surf, animais aquáticos ou correntes marítimas. Neste caso, tais atividades fariam referência aos seus *foregrounds*.

As razões para um estudante aprender são formadas em seu *foreground*. Estudantes podem aprender se tiverem motivos para isso (SKOVSMOSE, 1994). Mas um *foreground* pode ser arruinado. Um estudante com um *foreground* arruinado não tem perspectiva de futuro e, por isso, não tem motivos para aprender. Portanto, *foregrounds* arruinados são um grande obstáculo para a aprendizagem (SKOVSMOSE, 2007).

O contexto social de um estudante pode contribuir para a ruína de seu *foreground*. Por exemplo, Skovsmose (2005) faz uma consideração sobre a sociedade *apartheid* da África do Sul. Trata-se de uma política de segregação racial adotada por esse país de 1948 a 1994. Havia leis de separação que incluíam a proibição de casamentos entre brancos e negros, a proibição do uso de alguns espaços públicos, e a criação de um sistema diferenciado de educação (BYRNES. 1996). Muitas pesquisas buscavam tentar explicar o baixo rendimento escolar das crianças negras por identificar razões na genética ou na sua formação familiar dos negros. Fica claro para Skovsmose (2005) que tais pesquisas tinham um caráter racista. O autor aponta que o real motivo para o baixo rendimento escolar das crianças negras estava em seus *foregrounds*. Ou seja, que motivos os alunos negros na sociedade *apartheid* da África do Sul tinham para se empenharem em aprender matemática, visto que os trabalhos que exigiam habilidades matemáticas não eram para os trabalhadores negros?

A política *apartheid* é algo do passado. No entanto, o *apartheid* ainda pode existir e assumir configurações semelhantes. Por exemplo, Buarque (1993) aponta que é possível encontrar no Brasil uma forma de *apartheid* social. Os apartados são os socialmente excluídos

ISSN: 2526-8899

e inclui os mendigos, os desempregados e os marginalizados. De modo similar ao que acontecia durante o *apartheid* na África do Sul, a escola também exerce um papel decisivo no *apartheid* social brasileiro. Um modo de ela fazer isso é por predeterminar obstáculos para a aprendizagem e ignorar os *foregrounds* dos estudantes. A escola precisa considerar as relações existentes entre as perspectivas de estudantes em situação de risco social e o seu engajamento com a matemática. Se um aluno tem suas perspectivas de futuro arruinadas, seus estímulos para a aprendizagem também podem estar arruinados. Por isso, *foregrounds* arruinados são um grande obstáculo para a aprendizagem (BIOTTO FILHO, 2015).

As relações entre o *foreground*, a matemática e o contexto social de uma pessoa são aprofundadas em Skovsmose (2005), que discorre sobre os obstáculos para a aprendizagem matemática e suas implicações sociais. O autor aponta a matemática como uma espécie de seletor social. Há exemplos que mostram que não dominar a matemática pode significar estar impedido de progredir socialmente. Dessa forma, a escola não é neutra nos processos de exclusão e inclusão social. Uma forma de atuação da escola nesse processo social está no modo como ela identifica os obstáculos de aprendizagem. Por exemplo, se um estudante tem dificuldades em matemática, um possível posicionamento frente a essa situação é afirmar que ele não leva jeito pra matemática. Outro posicionamento totalmente diferente é procurar entender se sua perspectiva de futuro fornece, ou não, motivos para estudar matemática. Assim, a identificação de obstáculos de aprendizagem é uma posição política. É necessário levar em consideração o contexto social do aluno e suas perspectivas de futuro. Ou seja, é necessário considerar seu *background* e seu *foreground*.

O conceito de *foreground* é inicialmente apresentado em Skovsmose (1994) e desenvolvido em Skovsmose (2005, 2007, 2011). Algumas pesquisas envolvendo *foreground* já foram realizadas, por exemplo, Baber (2007) investigou a situação de imigrantes na Dinamarca; Skovsmose, Alrø e Valero com a colaboração de Silvério e Scandiuzzi (2008) pesquisaram *foregrounds* de estudantes indianos; Skovsmose, Scandiuzzi, Valero e Alrø (2008) investigaram foregrounds de estudantes de uma favela brasileira; Alrø, Skovsmose e Valero (2009) pesquisaram *foregrounds* de estudantes de uma região periférica de uma grande cidade na Dinamarca; Biotto Filho e Skovsmose (2014) investigaram *foregrounds* de estudantes brasileiras que, diferentemente das outras pesquisas, não representam comunidades em situação de vulnerabilidade social; e Biotto Filho (2015) investigou *foregrounds* de um grupo de crianças brasileiras em uma instituição social de semi-abrigo.

ISSN: 2526-8899

Encaminhamentos Metodológicos

Neste trabalho procuramos discutir o conceito de *foreground* e o cenário de pesquisa foi configurado por meio de entrevistas com estudantes de uma pequena cidade no interior do estado do Paraná. Inspirado por Kvale e Brinkmann (2009), Biotto Filho (2015) apresenta uma proposta de procedimentos metodológicos para a realização de investigações envolvendo *foregrounds*. O autor utiliza o termo *EntreVistas*, em vez de entrevista, para transmitir a ideia de que um assunto possa ser discutido entre vistas, ou seja, entrevistador e entrevistado veem juntos um objeto de discussão. *Foreground* é um conceito interpretativo e, por isso, não faz sentido pensarmos no desenvolvimento de uma entrevista envolvendo somente perguntas feitas por um entrevistador que supostamente tenta se manter neutro. A *EntreVistas* acontece como uma conversa e o pesquisador não possui a preocupação de se manter neutro. Pelo contrário, entrevistador e entrevistado procuram interpretar juntos o que está sendo investigado. Assim, diferentemente de uma conversa informal, a *EntreVistas* possui uma proposta e uma estrutura.

O cenário da coleta de dados foi configurado por meio de *EntreVistas* realizadas com vinte alunos que moram em uma pequena cidade em uma região rural do Paraná. O assunto da conversa com esses alunos envolveu o modo como eles imaginavam o futuro deles. O modo como um aluno imagina seu futuro pode influenciar suas decisões e seu engajamento em atividades educativas. Um modo de entender e interpretar os motivos de um aluno frente à aprendizagem é por considerar o conceito de *foreground* (SKOVSMOSE, 1994, 2005, 2007, 2011). Assim, fica claro que *foreground* é um conceito interpretativo (BIOTTO FILHO, 2015). Por isso, a análise dos dados se deu por meio de uma leitura atenta e interpretativa dos depoimentos desses alunos.

Resultados

Nosso interesse foi realizar uma investigação sobre as perspectivas de futuro de alunos em uma cidade pequena e em um contexto rural e procurar por possíveis contribuições para o conceito de *foreground*. Algo que chamou a nossa atenção durante a coleta de dados é que todos os alunos entrevistados queriam sair daquela cidade. Por exemplo, uma aluna relatou que quer sair do país e que seus sonhos não podem se concretizar no Brasil. Outro aluno disse é impossível ter boas oportunidades naquela região e que deseja morar na Europa ou nos Estados

ISSN: 2526-8899

Unidos. Também vale a pena ressaltar que todos os alunos relataram que desejam cursar o ensino superior, mas que querem fazer isso fora daquela cidade.

Percebemos assim que o desejo de uma vida melhor pode mover esses estudantes à ação. Ações são guiadas por intenções. O conceito de Skovsmose (1994) sobre ação envolve os motivos, o objetivo e a possibilidade de escolhas de uma pessoa. Uma ação é a concretização de intenções. E tais intenções não surgem por acaso, mas são configuradas no *foreground* de uma pessoa. No caso dos alunos entrevistados, seus *foregrounds* não ofereciam perspectivas atraentes de futuro no local em que viviam. Por isso, eles tinham a intenção de mudar de cidade ou país.

A aprendizagem também é uma forma de ação e *foregrounds* formam intenções para a aprendizagem. Baber (2007) realizou uma investigação com estudantes imigrantes paquistaneses na Dinamarca. O sonho de uma vida melhor produzia naqueles alunos motivos para a aprendizagem, pois eles acreditavam que um imigrante só poderia ser bem-sucedido na Dinamarca se tivesse um desempenho melhor que os alunos dinamarqueses. De forma similar, os alunos que entrevistamos queriam cursar o ensino superior após o ensino médio e encaravam isso como uma forma de ter uma vida melhor e também como uma forma de conseguir sair da cidade. O desejo de ingressar no curso superior certamente teve um importante impacto no atual desempenho escolar desses estudantes.

Mas um caso que chamou a nossa atenção é o de uma aluna que estava matriculada um curso de formação docente. Ela explicou que esse curso faz parte de um programa do governo estadual com a finalidade de ter mais professores no ensino infantil. No entanto, embora estivesse nesse curso, a aluna não tinha intenção de lecionar, pois seu sonho era ingressar num curso de biomedicina. Percebemos assim que *foregrounds* têm a ver com possibilidades e limitações. Apesar do sonho que a aluna tinha de cursar biomedicina, ela procurava alternativas para caso não conseguisse o que queria.

Na verdade, muitas vezes os alunos entrevistados usaram a palavra sonho para se referirem a futuros hipotéticos que, de acordo com o ponto de vista deles, podiam ser considerados utópicos. Por exemplo, um aluno relatou que seu sonho era fazer medicina e estudar em uma boa faculdade brasileira, mas se considerou realista ao procurar outras opções, tal como a de cursar o ensino superior no Paraguai. Assim, consideramos que *foregrounds* incluem sonhos, fantasias, utopias e situações hipotéticas. Mesmo que tais características estejam associadas com coisas impossíveis de alcançar, elas podem criar o desejo de mudança ou de melhoria de uma determinada situação e resultar em ação.

ISSN: 2526-8899

Uma melhor condição de vida e melhores oportunidades no ensino superior não são as únicas razões que motivam os alunos entrevistados a deixarem sua cidade. Uma aluna declarou que queria cursar o ensino superior bem longe da cidade natal. Ela disse que acredita que vai amadurecer mais rápido longe dos pais. Outro aluno disse que quer estudar numa cidade grande em *qualquer* faculdade. Percebemos assim que é possível haver outros motivos para a perspectiva que esses jovens têm em mudar de cidade e que não necessariamente tem a ver com oportunidades de emprego ou de estudo. Talvez queiram fugir de problemas familiares. Ou talvez queiram mudar para uma cidade grande para experimentar uma vida mais urbana.

Também podemos destacar o fato de que todos os alunos entrevistados relataram o desejo de ir embora da cidade. Analisando as entrevistas, não encontramos uma relação direta desse desejo com o *background* dos alunos. Alguns alunos eram de escolas públicas e outros de escola particulares. As condições econômicas e familiares dos alunos eram diversas. Apesar de terem *backgrounds* diferentes, seus *foregrounds* eram muito similares no que diz respeito a ir embora da cidade e cursar uma faculdade. Isso pode ter a ver com a característica coletiva de *foregrounds* (BIOTTO FILHO; SKOVSMOSE, 2014). A partir de uma perspectiva mais ampla, *foregrounds* podem ser coletivos e representar as possibilidades de um grupo de pessoas. Podemos falar, por exemplo, sobre *foregrounds* de crianças que moram em uma favela de uma cidade grande, *foregrounds* de jovens que moram em tribos indígenas, *foregrounds* de estudantes negros na sociedade *apartheid* da África do Sul.

Portanto, podemos falar de modo coletivo e sobre o *foregrounds* dos estudantes que moram nessa cidade pequena em uma região rural no estado do Paraná. Tais estudantes querem ir embora de sua cidade, querem cursar o ensino superior, querem casar e ter filhos. Eles têm medo de que seus sonhos não se realizem e buscam alternativas, tomando ações a fim de criarem novas possibilidades de futuro.

No que diz respeito à aprendizagem da matemática, percebemos que os alunos entrevistados encaram essa disciplina como sendo importante o ensino superior que pretendem cursar no futuro. Por exemplo, uma aluna relatou tem muita dificuldade em aprender matemática. Ela disse gosta da matemática e que quer aprender, apesar das dificuldades que tem. O que motiva essa aluna? Ela explicou que a matemática vai ser importante em sua vida adulta e que se preocupa com o curso superior que fará no futuro se ela não dominar o conteúdo matemático. Dessa forma, concluímos que *foregrounds* são importantes ao interpretarmos os motivos que levam uma pessoa a aprender matemática. Concordamos com Skovsmose (1994) que acredita que qualquer pessoa pode aprender qualquer coisa se tiver razões para isso.

ISSN: 2526-8899

Considerações finais

Neste trabalho, investigamos *foregrounds* de alunos que moram em uma pequena cidade em uma região rural do Paraná e constatamos a intenção coletiva desses estudantes em emigrar dessa cidade. Acreditamos que a presente pesquisa contribui para o desenvolvimento do conceito de *foreground* ao expormos que sonhos podem representar realidades hipotéticas e que caminhos alternativos podem ser configurados nas perspectivas dos alunos. Além disso, constatamos que a visão de futuro desses estudantes tem um impacto fundamental em seus motivos para a aprendizagem e, em particular, para a aprendizagem da matemática. Esse trabalho também pode contribuir com outras pesquisas, em particular, aquelas que tratam dos sonhos e frustrações de imigrantes e o impacto disso em seus motivos para a aprendizagem da matemática.

Referências

ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O.; VALERO, P. Inter-viewing Foregrounds: Students' Motives for Learning in a Multicultural Setting. *In*: CÉSAR M.; KUMPULAINEN K. (Eds.), **Social Interactions in Multicultural Settings**. Rotterdam: Sense Publishers, 2009. p. 13-37.

AWAKE! **Observando o mundo**, 1980. Disponível em: https://wol.jw.org/pt/wol/d/r5/lp-t/101980013. Acesso em: 12 Março 2019.

BABER, S. A. **Interplay of citizenship, education and mathematics**: Formation of foregrounds of Pakistani immigrants in Denmark. Doctoralthesis. Aalborg: Aalborg University, 2007.

BIOTTO FILHO, D. **Quem não sonhou em ser um jogador de futebol?**: trabalho com projetos para reelaborar foregrounds. 2015. 234 p. Tese - (doutorado) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2015.

BIOTTO FILHO, D.; SKOVSMOSE, O. Researching foregrounds: About motives andconditions for learning. *In*: SKOVSMOSE O. **Critique as uncertainty**. Charlotte, NorthCarolina, USA: Information Age Publishing, 2014. p. 87-94

BUARQUE, C. **O que é apartação**: o apartheid social no Brasil. São Paulo: Brasiliense, 1993.

BYRNES, R. **South Africa**: A Country Study. Washington: GPO for the Library of Congress, 1996. Disponível em: http://countrystudies.us/south-africa/. Acesso em: 23 fev. 2019.

ISSN: 2526-8899

D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática**: arte ou técnica de explicar e conhecer. São Paulo: Ática, 1990.

KVALE, S.; BRINKMANN, S. **InterViews**: learning the craft of qualitative research interviewing, Los Angeles, Calif., Sage, 2009.

SKOVSMOSE, O. **An Invitation to Critical Mathematics Education**. Rotterdam: Sense Publishers, 2011.

SKOVSMOSE, O. et al. Learning Mathematics in a Borderland Position: Students' Foregrounds and Intentionality in a Brazilian Favela. **Journal of Urban Mathematics Education**, v.1, n.1, 35-59, 2008.

SKOVSMOSE, O. Foregrounds and politics of learning obstacles. *In*: GELLERT, U.; JABLONKA E. **Mathematisation – demathematisation**: Social, philosophical, sociologicaland educational Ramifications. Rotterdam: Sense Publishers, 2007. p. 81-94.

SKOVSMOSE, O. **Towards a philosophy of critical mathematics education**. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1994.

SKOVSMOSE, O. **Travelling through education**: Uncertainty, mathematics, responsibility. Rotterdam: Sense Publishers, 2005.

SKOVSMOSE, O.; ALRØ, H.; VALERO, P. em colaboração com SILVÉRIO, A. P.; SCANDIUZZI, P. P. "Before you divide you have to add": Inter-viewing Indian students' foregrounds. *In*: B. SRIRAMAN (Eds.), **International Perspectives on Social Justice in Mathematics Education**: The Montana Mathematics Enthusiast. Charlotte, NC: Information Age Publishing, Inc. 2008. p. 209-230.

ISSN: 2526-8899

A INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA DO MEIO FIO

Leandro Caciolato de Souza[1]

Elaine Cristina Ferruzzi[2]

Resumo

Neste artigo abordamos o Ensino de Matemática por Investigação, tratando da Investigação Matemática. Defendemos essa prática pedagógica como positiva para a inserção em sala de aula, pois elenca características que proporcionam uma metodologia ativa, envolvendo aluno e professor, permitindo que saia do ensino transmissivo e entre em um ensino no qual o aluno ocupe o papel principal na construção de seu conhecimento. Analisamos uma atividade de cunho investigativo, desenvolvida em uma turma do quarto ano dos anos iniciais. Essa atividade proporcionou uma mudança no processo de ensino, visto que, tanto os alunos quanto a professora regente da turma, não estavam habituados com essa prática em sala de aula. A professora e os alunos foram convidados, e ambos aceitaram o convite para desenvolverem uma situação problema. A atividade proposta foi desenvolvida na realidade dos alunos, que definimos como "Cenário para a Investigação". Após essa primeira experiência, dos alunos e da professora, podemos inferir que o envolvimento de ambos e a participação dos alunos como agentes ativos do conhecimento, proporcionaram motivação no processo de ensino, alcançando com êxito o objetivo da atividade, que foi inserir o Ensino da Matemática por Investigação, saindo do ensino transmissivo e inserindo a Investigação Matemática como prática pedagógica eficaz para a sala de aula, ao ensinar Matemática.

Palavras-chave: Investigação Matemática; Prática Pedagógica; Ensino de Matemática; Ensino por Investigação

Abstract

In this article we approach the Teaching of Mathematics by Investigation, dealing with Mathematical Investigation. We defend this pedagogical practice as positive for the insertion in the classroom, since it has characteristics that provide an active methodology, involving student and teacher, allowing them to leave the transmissive education and start a teaching in which the student occupies the main role in the construction of their knowledge. We analyzed an investigative activity, developed in a group of the fourth year of the initial years. This activity provided a change in the teaching process, since both the students and the teacher were not used to this practice in the classroom. The teacher and the students were invited, and both accepted the invitation to develop a problem situation. The proposed activity was developed in the students' reality, which we defined as the "Scenario for Investigation". After this first experience, of the students and the teacher, we can infer that the involvement of both and the participation of the students as active agents of knowledge, provided motivation in the teaching process, successfully reaching the objective of the activity, which was to insert the Teaching of Mathematics by Investigation, leaving the transmissive teaching and inserting the Mathematical

[1]Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) Campus Londrina-PR, Brasil. lecaciolato@hotmail.com
[2]Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) Campus Londrina-PR, Brasil. elaineferruzzi@utfpr.edu.br

ISSN: 2526-8899

Investigation as an effective pedagogical practice for the classroom, when teaching Mathematics.

Keywords: Mathematical Investigation; Pedagogical Practice; Mathematics Teaching; Teaching by Investigation

Introdução

Em praticamente todas as semanas de planejamento/capacitação que ocorrem nas Instituições de ensino e em grande parte dos congressos e seminários da área de Educação, os professores são desafiados a migrarem do ensino transmissivo para um ensino em que o aluno se torne o ator principal da sua construção do conhecimento. Este desafio é gerado em parte pela cobrança presente nos documentos oficiais, os quais defendem a inserção de práticas não tradicionais no processo de ensino, incentivando o professor para que saia da sua "zona de conforto" e adentre em uma "zona de risco", implementando o novo em suas aulas.

Esta cobrança/desafio conduz os professores e os pesquisadores à procura de práticas pedagógicas que possuam a capacidade de envolver o aluno de maneira ativa em sala de aula e, de acordo com nossas pesquisas, o Ensino por Investigação (E.I.) é uma prática que oportuniza este envolvimento.

Quando esta prática (E.I.) utiliza conceitos e procedimentos matemáticos, chamamos de Investigação Matemática (I.M.) e é sobre esta prática que falaremos neste artigo.

Com o intuito de provocar discussões em torno deste tema, nosso objetivo neste texto é apresentar algumas contribuições ao aprendizado do aluno vislumbradas no desenvolvimento de uma atividade de cunho investigativo, mais precisamente a I.M. quando inserida em uma turma de matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Investigação Matemática

De acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2016), após vários estudos na área de educação, verificou-se que o processo de ensino por Investigação possibilita um rico método de ensino, pois, ao ser inserido em sala de aula, pode proporcionar o envolvimento do aluno no desenvolvimento do seu conhecimento e consequentemente da sua aprendizagem.

Diferente do ensino tradicional, em que o professor expõe informações e o aluno repete mecanicamente os conteúdos explanados (SAVIANI, 1991), ao criar um "Cenário para

ISSN: 2526-8899

Investigação" para o Ensino de Matemática os alunos são convidados a "formularem questões e procurarem explicações" (SKOVSMOSE, 2000, p. 6), tornando-se assim, o ator principal no processo. Neste cenário, o aluno é instigado a "fazer matemática", sendo esta uma "característica essencial em atividades de Investigação Matemática". As ações oportunizadas no processo de I.M., como por exemplo "experimentar, visualizar, argumentar, duvidar, sondar, inferir, explorar, interpretar, abstrair, procurar" (CACIOLATO DE SOUZA e FERRUZZI, 2018, p. 3) tiram o aluno da passividade e coloca-o em atividade, propiciando a construção do seu conhecimento matemático.

Entendemos, assim como Ferruzzi, Borssoi e Silva (2018) que o Ensino por Investigação abarca três características essenciais: i) aluno e professor devem aceitar o convite à investigação, ou seja, devem estar dispostos à pesquisar com afinco, indagar, elaborar hipóteses e testá-las; ii) a situação deve apresentar-se um problema para o aluno e iii) oportunizar a elaboração de testes e conjecturas e a procura por provas ou refutações.

Além destas três características do E.I., entendemos que a I.M. possui a característica fundamental de envolver conceitos e procedimentos matemáticos.

Neste sentido, comungando com Ponte, Brocardo e Oliveira (2016), de que as atividades de Investigação Matemática, por suas potencialidades, devem ser experimentadas e estimuladas para todos os alunos, defendemos que sua inserção proporciona uma sala de aula mais ativa, tanto por parte do professor, quanto por parte de aluno, havendo um envolvimento e engajamento geral no seu desenvolvimento. Esse envolvimento e engajamento só ocorre se o convite para a Investigação for aceito por ambas as partes, professor e aluno.

Deste modo, como salientam Caciolato de Souza e Ferruzzi (2018), o aluno, ao ser colocado como ator principal nesse cenário e com papel ativo no processo de construção do conhecimento, se sente mais motivado e estimulado por envolver-se, tendo o professor como mediador e estimulador desse processo. Ou seja, ao desenvolver atividades de Investigação Matemática permite-se aos alunos

> envolvimento e criatividade, tornando a aula, por meio da investigação, mais dinâmica, participativa, motivadora e significativa, envolvendo os alunos na busca de soluções para os problemas apresentados, desfiando-os a realizarem conjecturas para a construção dos conhecimentos (CACIOLATO DE SOUZA, FERRUZZI, 2018, p. 10).

Assim como a Modelagem Matemática, as atividades de I.M, por não serem desenvolvidas exclusivamente dentro da sala de aula, proporcionam um convite para que os

ISSN: 2526-8899

alunos "investiguem situações com referência na realidade por meio da Matemática"[3] (BARBOSA, 2008, p. 48), direcionando assim para uma matemática com significado para o aluno.

Ao proporcionar essa relação da Matemática com a realidade do aluno, coloca-se em prática a segunda competência específica da Matemática para o Ensino Fundamental da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) que é "Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo" (BRASIL, 2017, p. 265). Isso permite que, ao inserir a Investigação Matemática em sala de aula, cumpra-se uma das recomendações dos documentos oficiais e o mais importante, evolui positivamente o ensino da disciplina para uma relação entre Matemática e o mundo que o aluno está inserido.

Ao trabalhar com Investigação Matemática em sala de aula, o professor deve ficar atento em todas as etapas, desde a elaboração da atividade, seu desenvolvimento e a socialização. Todas as etapas são igualmente importantes, porém, consideramos que a elaboração merece muita atenção, tendo em vista que dependendo de como for planejado pode ou não se configurar uma atividade investigativa.

Além disso, ao utilizar a Investigação Matemática em sala de aula, não se deve esperar que o aluno chegue imediatamente em uma resposta única e certeira. O aluno deve envolver-se no processo, investigando possibilidades, testando conjecturas, inferindo possibilidades e validando as conclusões, sempre sendo indagados e estimulados em pensar e raciocinar para construir o conhecimento. Para isso deve estar inserido em um "Cenário para investigação", que Skovsmose (2000) define como "um ambiente que pode dar suporte a um trabalho de investigação".

Sem pormenorizar, o desenvolvimento de uma atividade de Investigação Matemática ocorre em três fases, podendo ser em aula unitária ou em aulas geminadas, conforme proposto por Ponte, Oliveira e Brocardo (2016, p.): "(i) introdução da tarefa, em que o professor faz a proposta à turma oralmente ou por escrito, (ii) realização da investigação, individualmente, aos pares, em pequenos grupos ou com toda a turma, e (iii) discussão dos resultados, em que os alunos relatam aos colegas o trabalho realizado."

Defendemos ainda que, de acordo com Mendes (1997), ao trabalhar com atividades de Investigação Matemática em sala de aula, norteia-se o aluno para uma ação ativa, que cria um

[3] Esta característica – referência com a realidade- não é determinante para a Investigação Matemática como é para a Modelagem Matemática, porém, pode ocorrer na I.M. também.

ISSN: 2526-8899

ambiente de aprendizagem estimulante, promovendo novas aprendizagens, com "soluções pessoais para problemas novos, o desenvolvimento do espírito crítico e um sentido de uma maior cooperação" (MENDES, 1997, p. 221).

Essa concepção possibilita uma abordagem mais desenvolta em sala de aula, proporcionando uma Matemática que permita compreender e atuar no meio em que o aluno está inserido, opondo-se àquela que predomina na maioria das aulas e no meio social, como conhecimento imutável e único, que deve ser assimilado e reproduzido pelo aluno.

Assim, consideramos a Investigação Matemática como uma possibilidade de ensinar Matemática de forma não tradicional, como metodologia diferenciada e estimulante para o aluno, entendendo sempre que

> Esta alternativa é uma mudança no processo, e para tanto, faz-se necessário que o professor seja criativo e inovador, atraindo a atenção dos alunos, motivando-os em despertar o interesse pelo aprendizado, buscando a construção do conhecimento, tornando assim o processo de ensino e aprendizagem da Matemática mais ativo, atrativo e significativo para o educando. (CACIOLATO DE SOUZA, FERRUZZI, 2018, p. 2).

Ancorados na literatura da área e com base em nossa compreensão sobre a Investigação Matemática, convidamos uma professora das séries inicias para desenvolver uma atividade de I.M. com seus alunos. Nosso convite teve o intuito de lhe apresentar, na prática, algumas potencialidades da I.M. quando inserida em uma aula de Matemática das series iniciais. Neste artigo apresentamos alguns resultados observados durante o desenvolvimento desta atividade.

Encaminhamento Metodológico

De cunho qualitativo, a coleta de dados foi realizada em 6 aulas do 4° ano dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, em uma escola particular do município de Cornélio Procópio. Para tanto, foi realizada a observação das ações, com registros escritos e fotográficos feitos pelos pesquisadores e professores. A análise foi realizada sobre estes registros.

O conceito matemático subjacente escolhido foi a Geometria Plana, mais especificamente o cálculo de perímetros, pois era o conteúdo trabalhado no momento.

Descrição da atividade e reflexões sobre seu desenvolvimento[4]

[4] Em virtude da limitação quanto ao número de páginas, optamos por descrever e realizar nossas reflexões sobre a atividade em um único tópico.

ISSN: 2526-8899

Antes de iniciar a atividade propriamente dita, o pesquisador - primeiro autor deste artigo - entrou em contato com a professora da turma e questionou sobre seu conhecimento em I.M. e sobre seu uso em sala de aula. Como a professora tinha pouco conhecimento sobre esta prática e ainda não tinha desenvolvido com seus alunos, o pesquisador sugeriu que desenvolvessem juntos, com o intuito de que ela vivenciasse suas potencialidades na prática.

A professora aceitou o convite, mesmo não conhecendo profundamente a prática proposta, pois como bem salienta "apesar de não conhecer muito bem sobre o assunto... eu sabia que seria algo muito bom para as crianças e para mim também"[5]. Assim, a professora conversou com a direção da escola, com os pais dos alunos e, tendo suas autorizações, agendou o dia com o pesquisador que compareceu à sala de aula. Juntos, professora, pesquisador e monitores auxiliaram os alunos no desenvolvimento da atividade.

Início- Provocação- Desafio

Tendo trabalhado o conceito de medidas e perímetro e, após uma série de exemplos e exercícios, os alunos consideravam-se aptos a realizar qualquer medição. Para instigar os alunos o pesquisador fez o seguinte questionamento, provocando-os: *Vocês conseguiriam determinar a medida do meio fio do Cristo?* O "Cristo" como comumente é chamado, é o Monumento Cristo Rei, ponto turístico de Cornélio Procópio- Pr, e por este motivo muito familiar a todos os alunos.

Este desafio configurou-se uma provocação aos alunos e, assim como a professora aceitou o convite, seus alunos também aceitaram e demonstraram empolgação: "as crianças ficaram muito eufóricas, eles gostam... tem sede desta aprendizagem" (fala de P).

Diante do desafio e da resposta afirmativa dos alunos, iniciou-se o processo de investigação. A professora e o pesquisador continuaram a provocação: *Como podemos obter esta medida?* Observamos neste questionamento que não foi explicitado aos alunos como deveriam proceder. Muito pelo contrário. Deixou-se nas mãos deles traçar estratégias de soluções e "eles mesmos foram falando... dizendo que era o perímetro... observando que poderiam colocar em prática o que aprenderam em sala. Mas como faríamos isso? Eles não sabiam... até chegarmos lá e descobrir... as crianças mesmo foram tendo ideias" (fala de P.).

[5] Neste artigo utilizaremos algumas palavras da professora, gravadas em um depoimento. A gravação encontra-se em posse do pesquisador e da professora. Em suas falas representaremos a professora por P.

ISSN: 2526-8899

Com o problema definido, o pesquisador entregou aos alunos um folheto com algumas informações sobre o local, como forma de expandir o conhecimento a respeito do objeto. Na sequência, o grupo (pesquisador, professor, alunos e monitores) dirigiu-se à praça Cristo Rei. Lá os alunos foram divididos em grupos e mais uma vez o pesquisador esclareceu que eles estavam no comando da situação e deveriam decidir como proceder.

Com um caderno para anotações, lápis, borracha e caneta os alunos assumiram o papel principal e utilizaram diversas estratégias para solucionar o problema: mediram a dimensão do contorno, em partes ou no total, com passos, palmos e pés (Figuras 1, 2 e 3), registrando as informações para posteriormente analisarem os dados.

Figura 1: Alunos investigando	Figura 2: Alunos investigando	Figura 3: Alunos investigando
		
Fonte: Autores	Fonte: Autores	Fonte: Autores

Deste modo, cada grupo optou por realizar a atividade de uma maneira. Um grupo optou por medir com passos todo o contorno, alegando que, por ser uma dimensão grande, essa estratégia seria a mais viável. Outros grupos optaram por medir com os pés, pois daria um resultado mais próximo do real. Enquanto outro grupo optou por utilizar palmos para o contorno, por ser uma medida pequena, e passos para o restante da medição por ser uma dimensão maior. Observamos assim que cada grupo teve uma estratégia de resolução, realizando registros para a execução que resultariam em modelos matemáticos diferentes, no entanto com conclusões próximas umas das outras.

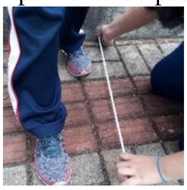
No próprio "Cenário de Investigação", os alunos, após investigarem a situação com suas estratégias, reuniram os dados coletados e foram investigando e criando modelos matemáticos para chegarem a conclusão. Durante todo o desenvolvimento, a professora e o pesquisador fizeram o papel de motivadores, norteando os alunos por meios de indagações e questionamentos, para que os alunos desenvolvessem estratégias para a solução do problema. Assim, os primeiros resultados encontrados foram apresentados em função de "partes do corpo".

Com estes resultados em mãos começaram a discutir como encontrar o resultado em metros ou centímetros. Foi então que lhes foi entregue uma trena de 100cm e solicitado que investigassem como encontrar o resultado em centímetros.

ISSN: 2526-8899

Como utilizaram partes do próprio corpo para o processo de investigação, resolveram neste momento, medir as dimensões dos membros utilizados na situação proposta (Figuras 4 e 5), para então determinarem a medida do entorno da praça. Como a trena estava em centímetros, além de determinarem a dimensão, transformaram as medidas em metros, visto que concluíram que era a unidade ideal para a medida.

Foram realizados registros pelos grupos, para concluírem o processo de Investigação por meio de cálculos e direcionamentos que os levasse a finalização (Figuras 6 e 7).

Figura 4: Alunos medindo o comprimento do pé	Figura 5: Alunos medindo o comprimento do passo	Figura 6: Alunos desenvolvendo os modelos matemáticos	Figura 7: Alunos desenvolvendo os modelos matemáticos
			
Fonte: Autores	Fonte: Autores	Fonte: Autores	Fonte: Autores

Um aluno, argumentou que deveriam saber a medida real do contorno da praça, para então compararem com as medidas que encontraram. Os professores então questionaram, como poderiam ter essa medida. Rapidamente responderam que poderiam fazer a volta de carro e medir com o medidor de quilometragem do carro. Assim, um aluno se propôs a realizar essa medição com o auxílio dos pais, utilizando esse dado para a validação dos resultados.

Finalmente, na aula seguinte, os grupos fizeram a socialização e discussão dos resultados obtidos por cada grupo, explanando a estratégia e o motivo que os levaram a utilizá-la no processo investigativo, comparando seus resultados, discutindo-os e comparando com a medida trazida pelo aluno que fez a medição de carro com os pais.

> Para minha surpresa, após as conversões, os resultados foram muito parecidos. Eu achei que não fosse dar este resultado, mas deu resultado sim. Eles puderam notar que ... apesar de cada um fazer de um jeito, estavam no caminho certo (Fala de P.).

Palavras finais

O desenvolvimento da atividade descrita neste artigo tinha como objetivo apresentar na prática algumas potencialidades da I.M. quando inserida em aulas de Matemática nos anos iniciais. Como este objetivo buscamos a inserção da Investigação Matemática como Prática Pedagógica em um ambiente de aprendizagem denominado por Skovsmose (2000) "Cenário para Investigação de Referencia à realidade". Este cenário é considerado por nós como sendo um ambiente real da sociedade, onde o aluno pode estar presente para realizar o processo de

ISSN: 2526-8899

Investigação, utilizando para isso conhecimentos prévios ou desenvolvendo estratégias que oportunizem a construção do conhecimento e a aplicabilidade da Matemática na sua realidade.

Com este intuito, fizemos um convite a uma professora que, assim como seus alunos, o aceitou, oportunizando, aos alunos, tornarem-se agentes ativos no processo de construção do seu conhecimento. Neste sentido, os encaminhamentos foram realizados por meio de ações e estratégias dos alunos, norteados e motivados pela professora, proporcionando um cenário de aprendizagem matemática estimulador e significativo.

> O que eu vejo é que esta atividade...(...) foi uma atividade dinâmica, inclusiva, todos participaram, participaram em equipe... esta atividade extraiu o melhor do aluno, que é sua participação ativa no processo (Fala de P).

Ou seja, a integração durante o processo investigativo gerou benefícios para coletividade da turma, por meio do desenvolvimento do pensamento matemático e da oportunidade de o aluno trabalhar de forma autônoma, atribuindo novos significados e relações ao conhecimento matemático.

Conforme relato da professora, o desenvolvimento desta atividade trouxe uma prática pedagógica positiva para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, pois,

> Eu percebi que é possível trabalhar de forma que o aluno seja o participante da sua aprendizagem. Foi muito enriquecedora esta situação. Isso me deu uma nova visão a respeito do que os alunos são capazes de fazer e que muitas vezes não acreditamos ou ... na potencialidade que eles têm e também não acreditamos que isso seja possível. Estamos acostumados a chegar na sala de aula, aplicar o que nos é proposto e os alunos resolverem os exercícios (Fala de P).

Além dos benefícios em relação à participação do aluno na busca de estratégias e soluções para o problema, o incentivo à criatividade e a emissão de opiniões, observamos que esta prática pedagógica possibilitou maior familiaridade com a disciplina e sua relação com a realidade. Assim, inferimos que, para este grupo de alunos e professora, o objetivo do desenvolvimento da atividade foi alcançado com louvor, como podemos observar na seguinte fala da professora:

> Aquela insegurança que eu senti na abordagem inicial ... hoje eu vejo quanto tempo eu perdi e que poderia ter trabalhado de uma forma diferenciada que levasse os alunos a serem participantes da sua aprendizagem. Quero dizer que as crianças aprenderam muito, eu também aprendi e quero dizer que esta atividade colaborou muito no nosso conhecimento. As crianças ficaram motivadas e viram que são capazes de dar suas opiniões e elas foram aceitas. As opiniões delas foram levadas em conta e elas viram que deu muito resultado. E deste projeto eu posso dizer que a I.M. pode trazer para o professor e para o aluno, uma visão diferente de que se pode trabalhar não somente a transmissão do conhecimento, mas a transmissão com motivação, participação e que leva ao autoconhecimento. Isto foi muito enriquecedor. Quero agradecer ao professor por me proporcionar este aprendizado, porque não foram só as crianças que aprenderam. Eu aprendi muito também. E esta atividade vai ficar gravada na cabecinha deles para

ISSN: 2526-8899

> sempre. Jamais vão esquecer. E é assim que deveria ser o processo mesmo... o aluno tomasse gosto por aquilo, que fosse participante deste processo e que isso com certeza traria muito mais benefícios do que apenas transmissão de conteúdo (Fala de P).

Acreditamos que a descrição desta atividade e o depoimento da professora revelou algumas contribuições da I.M. para o aprendizado dos alunos, conforme era nosso objetivo neste artigo - apresentar algumas contribuições ao aprendizado dos alunos, vislumbradas no desenvolvimento de uma atividade de Investigação Matemática quando inserida nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Acreditamos ainda que nossas inferências abrem caminhos para discussões a respeito desta prática pedagógica e esperamos ter contribuído para a disseminação e inserção da I.M. em sala de aula.

Referências

BARBOSA, J. C. **As discussões paralelas no ambiente de aprendizagem modelagem matemática**. In. Revista eletrônica Acta Scientiae. Canoas. V. 10 n. 1 p. 47–58 jan/jun.2008.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular: Educação Infantil e Ensino Fundamental**. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2017.

CACIOLATO DE SOUZA, L.; FERRUZZI, E. C. **Investigação matemática, tangram e área das figuras planas**. In. Simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia (SINECT), VI. 2018. Ponta Grossa. *Anais*...(on-line). Ponta Grossa. 2018. Disponível: *http://www.sinect.com.br/2018/selecionados.php* Acesso em 30/01/2019.

FERRUZZI, E. C. BORSSOI, A. H. SILVA, K. P. **Investigação Matemática em foco: evidenciando possibilidades para a sala de aula**. In. Simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia (SINECT), VI. 2018. Ponta Grossa. *Anais*...(on-line). Ponta Grossa. 2018. Disponível: *http://www.sinect.com.br/2018/selecionados.php* Acesso em 30/01/2019.

MENDES, E. Actividade matemática escolar numa perspectiva investigativa e exploratória na sala de aula: Implicações para a aprendizagem. (Tese de mestrado, Universidade de Lisboa). Lisboa: APM, 1997.

PONTE, J. P.; BROCADO, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula.** Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2016.

SAVIANI, D. **Escola e democracia**. 24. ed. São Paulo: Cortez, 1991.

SKOVSMOSE, O. **Cenários de investigação**. Bolema- Boletim de Educação Matemática, Rio Claro (SP) n.14, p. 66-91, 2000.

ISSN: 2526-8899

APRENDIZAGEM BASEADA EM PROJETOS: EM FOCO AS PROPRIEDADES REFLEXIVAS DAS CÔNICAS

Enéas Mendes de Jesus[1]

Charlles Monteiro[2]

Cassia Aparecida Gobeti dos Santos[3]

Humberto Silveira Gonçalves Filho[4]

Resumo

A educação matemática tem alcançado resultados notórios nos últimos anos, tendo em vista a adoção de novas práticas pedagógicas e a produção científica por profissionais da área. No entanto, ainda estamos longe da situação ideal. Isto fica mais claro no nível superior, uma vez que o perfil do aprendente desta modalidade de ensino está associado a uma responsabilidade e autonomia. Porém esta responsabilidade é utilizada por muitos professores para requerer do aluno as iniciativas no processo de aprendizagem, isentando-se de adotar práticas pedagógicas que auxiliem o aluno neste nível. O presente trabalho utiliza a metodologia de Aprendizagem Baseada em Projetos, para romper com este paradigma. Para tanto, potencializa-se a autonomia inerente aos estudantes, mas de forma organizada e metodológica, por meio da verificação das propriedades reflexivas das cônicas em objetos do cotidiano, mas que podem ser manufaturados pelos aprendentes. A participação direta no processo de fabricação garantiu aos alunos que os objetos físicos (palpáveis) realmente possuem as características dos objetos matemáticos (abstratos) e consequentemente, a validade das propriedades verificadas na prática pode ser utilizada para substituir o modelo convencional de prova matemática, sem perdas na aprendizagem do conceito. Como resultado, verifica-se uma desconstrução da ideia de que a matemática só se faz de forma teórica e em sala de aula. Mais ainda, que o conhecimento também se constrói de forma colaborativa por meio de projetos que desenvolvam o protagonismo e a aprendizagem ativa estimulando o interesse dos estudantes pela disciplina.

Palavras-chave: Metodologias Ativas; Aprendizagem Baseada em Projetos; Educação Matemática; Educação Superior.

Abstract

Mathematics education has achieved remarkable results in recent years, in view of the adoption of new pedagogical practices and the scientific production by professionals of the area.

[1] Instituto Federal do Espírito Santo – campus Piúma. e-mail: eneas.jesus@ifes.edu.br
[2] Instituto Federal do Espírito Santo – campus Piúma. e-mail: charlles.monteiro@ifes.edu.br
[3] Instituto Federal do Espírito Santo – campus Piúma. e-mail: cgsantos@ifes.edu.br
[4] Instituto Federal do Espírito Santo – campus Piúma. e-mail: hsgfilho@ifes.edu.br

ISSN: 2526-8899

However, we are still far from the ideal situation. This becomes clearer at the higher level, since the learner profile of this mode of teaching is associated with a responsibility and autonomy. However, this responsibility is used by many teachers to require the student's initiatives in the learning process, exempting themselves from adopting pedagogical practices that assist the student at this level. The present work uses the methodology of Project-Based Learning to break with this paradigm. For this, the autonomy inherent in students is strengthened, but in an organized and methodological way, by means of the verification of the reflective properties of the conics in everyday objects but that can be manufactured by the learners. Direct participation in the manufacturing process assured students that physical objects (palpable) actually have the characteristics of mathematical objects (abstract) and consequently, the validity of properties verified in practice can be used to replace the conventional model of mathematical proof, without loss of concept learning. As a result, there is a deconstruction of the idea that mathematics is only done theoretically and in the classroom. Moreover, knowledge is also built collaboratively through projects that develop protagonism and active learning by stimulating students' interest in the discipline.

Keywords: Active Methodologies; Project-Based Learning; Mathematical Education; College Education.

Introdução

O ensino da matemática está repleto de desafios em todos os níveis da educação. Em particular, no ensino superior, como destaca Trevisan e Tavares (2013), este ainda se encontra baseado em modelos tradicionais de ensino, nos quais o professor apresenta os conteúdos aos estudantes e dá informações ou instruções de como resolver exercícios-tipo por meio de aulas expositivas. Como consequência, as competências desenvolvidas pelos alunos restringem-se às habilidades de reprodução e memorização, muitas desaparecendo logo após a realização de exames e provas centrados em aspectos classificatórios que priorizam o rendimento (nota) em detrimento de processos avaliativos emancipatórios que potencializam a efetiva aprendizagem e compreensão dos conceitos matemáticos (LUCKESI, 2018).

Esta problemática está intimamente ligada às estruturas curriculares dos cursos, uma vez que os conteúdos a serem estudados são organizados, desde a ementa até ao livro texto, para apresentar o conteúdo de forma objetiva, a partir de definições, teoremas, exemplos e exercícios. Acrescente a isto a falta de tempo para que as disciplinas sejam aprofundadas e como resultado se obtém uma formação fragmentada e sem mudanças significativas para o aluno (ALMEIDA; FATORI; SOUZA, 2007).

Como alternativa a um paradigma de ensino centrado estritamente na transmissão dos conteúdos pelo professor e na recepção passiva das informações pelos alunos, a Aprendizagem

Baseada em Projetos apresenta-se como uma metodologia que envolve os alunos em tarefas e desafios para a solução de um problema ou desenvolvimento de um projeto que vincule os conhecimentos apreendidos na sala de aula (teoria) com a realidade da vida cotidiana (prática).

A perspectiva de projetos possibilita aos alunos lidar com questões interdisciplinares, tomar decisões e agirem sozinhos ou em equipe uma vez que tornam-se protagonistas na construção do conhecimento por meio do livre desenvolvimento de suas habilidades, do pensamento crítico e criativo e na percepção de que existem várias maneiras de se realizar uma tarefa, competências tidas como necessárias para o estudante do século XXI (BACICH; MORAN, 2018)

A inserção de práticas que vão além de aulas expositivas é uma ferramenta que auxilia o professor no processo de ensino com vistas a superar as dificuldades de aprendizagem dos alunos. Muitas discussões em torno dessas práticas são feitas no âmbito da educação matemática como o uso de materiais (CRISOSTOMO; JANUARIO; LIMA, 2017), informática (BORBA; PENTEADO, 2001) entre outros.

Este artigo apresenta uma proposta de atividade que concorda com o uso de ferramentas para o ensino da matemática (FIRMINO; SIQUEIRA, 2017). Inicialmente, discorremos sobre as metodologias ativas, focando na Aprendizagem Baseada em Projetos que é uma das várias vertentes de aplicação dessa teoria. Posteriormente, discutimos as definições das cônicas sob o ponto de vista de lugar geométrico e em seguida suas propriedades reflexivas, abordando apenas o que for indispensável para compreensão do funcionamento das propriedades, uma vez que nosso foco principal está na metodologia de ensino aplicada e não no tema por si só. Por fim, apresentaremos alguns encaminhamentos metodológicos e os resultados obtidos.

Metodologias Ativas e Aprendizagem Baseada em Projetos

Na atual conjuntura as demandas sociais não se restringem apenas ao acesso à educação, mas que esta seja de qualidade e garanta a efetiva aprendizagem e o desenvolvimento de competências com vistas a preparar os alunos tanto para a vida quanto para o mundo do trabalho por meio de uma formação crítica e reflexiva e não apenas instrumental e operatória.

Nesse cenário as Metodologias Ativas têm se apresentado como uma das alternativas de superação de práticas pedagógicas centradas estritamente na figura do professor como expositor

ISSN: 2526-8899

do conhecimento e do aluno como receptor passivo e depositário de conteúdos em um processo de formação inócuo, enfadonho e sem significado para ambas as partes.

Assim, as Metodologias Ativas apresentam-se como estratégias de ensino focadas na participação efetiva dos estudantes no processo de construção do conhecimento, de maneira flexível, interligada e híbrida, isto é, de variadas formas, tipos de recursos e múltiplos espaços. Isto é, com o desenvolvimento direto, participativo e reflexivo do aluno em todas as etapas do processo educativo sob a orientação e acompanhamento pedagógico do professor, como por exemplo a Aprendizagem Baseada em Projetos (ABProj) (BACICH; MORAN, 2018).

Derivada da teoria das Metodologias Ativas, a ABProj é uma estratégia didático-pedagógica em os alunos são desafios a desenvolver um projeto que tenha ligação com a realidade fora da sala de aula. Essa abordagem adota o princípio da aprendizagem colaborativa mobilizando conhecimentos, habilidades, atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana e do mundo de trabalho.

Nessa perspectiva, o professor abandona a figura de um simples transmissor dos conteúdos e explicador de teorias para adotar uma postura mediadora na construção do conhecimento, organizadora do planejamento das aprendizagens e orientadora do trabalho colaborativo potencializando a autonomia, criatividade e protagonismo dos estudantes.

Na ABProj a avaliação acontece durante o processo (e não apenas em um momento estanque como prova ou exame final) numa dinâmica formativa por meio do acompanhamento do aluno em suas interações com seus pares, tendo sempre em foco o alcance dos conhecimentos, competências e habilidades previstos no planejamento das atividades.

As Cônicas e suas Propriedades

As seções cônicas, ou simplesmente cônicas, são estudadas desde os tempos antigos, a propósito, a definição atual consta de um tratado de Apolônio de Perga (262-190 a.C. aproximadamente), intitulado “As Cônicas” (BOYER, 2012). Mas sem dúvida a maior notoriedade da aplicação de tal ferramenta é devido a Galileu (1564-1640) que em 1604 concluiu que a trajetória da bala de um canhão descreve uma parábola, bem como a Johannes

ISSN: 2526-8899

Kepler e Isaac Newton que em seus estudos descobriram que as órbitas planetárias são elípticas. No entanto, as aplicações vão muito além de lançamento de projétil e estudo das órbitas. Estas são encontradas na construção de teatros, conchas acústicas, abóbadas, faróis e antenas parabólicas, refletores, telescópios, fornos solares, iluminação, radares, etc. Muitas dessas aplicações são devidas as propriedades reflexivas das cônicas, por exemplo as antenas parabólicas e os fornos solares, dentre muitas outras.

As cônicas são objetos matemáticos comumente estudados em cursos de Geometria Analítica. Sua definição, em geral, é dada a partir de dois pontos de vista: interseção de um plano com um cone e como lugar geométrico de pontos. As cônicas são divididas entre circunferência, parábola, elipse e hipérbole, sendo que para o nosso interesse não faremos menção da circunferência. A definição sob o ponto de vista da interseção de um plano com um cone justifica a nomenclatura “cônica”, mas não explicita os elementos principais das cônicas. Sendo assim, apresentamos a seguir as definições para a parábola, para a elipse e para a hipérbole do ponto de vista de lugar geométrico (WINTERLE, 2014).

A *parábola* é o conjunto dos pontos de um plano que são equidistantes a uma reta fixa, chamada de diretriz, e um ponto fixo fora da reta, chamado foco. A reta que passa pelo foco e é perpendicular à reta diretriz é chamada eixo da parábola e o ponto médio entre o foco e o ponto de interseção da reta diretriz com o eixo é chamado vértice da parábola. A *elipse* é o conjunto dos pontos de um plano cuja soma das distâncias a dois pontos fixos, chamados focos da elipse, é constante e essa constante é maior que a distância entre os focos. A *hipérbole* é o conjunto dos pontos de um plano tais que o valor absoluto da diferença das distâncias a dois pontos fixos, chamados focos da hipérbole, é constante e essa constante é menor que a distância entre os focos.

A reflexão de uma reta (ou segmento de reta) num ponto P qualquer de uma curva é definida como sendo outra reta na qual o ângulo de incidência em relação à reta tangente que passa por P é igual ao ângulo de reflexão. A partir da definição de reflexão de uma reta em relação a uma curva, podemos enunciar as propriedades reflexivas das cônicas.

- Parábola: Uma reta que incide na parábola paralelamente ao eixo da parábola (ou perpendicularmente à diretriz) reflete no foco da parábola. Sob outra perspectiva, uma reta que passa pelo foco da parábola é refletida paralelamente ao eixo da parábola;
- Elipse: Uma reta que passa por um dos focos, digamos foco 1, é sempre refletida no outro foco, digamos foco 2;

ISSN: 2526-8899

- Hipérbole: Uma reta que incide na hipérbole na direção de um dos focos, digamos o foco 1, é sempre refletida no outro foco.

As propriedades reflexivas das cônicas têm aplicações que são bastante exploradas fora do ambiente acadêmico matemático, como é o caso da antena parabólica, que já traz no nome a identificação com a parábola, refletores odontológicos, os telescópios, os faróis de automóveis, dentre outras.

Encaminhamentos Metodológicos

Segundo Gerhardt e Silveira (2009), "só se inicia uma pesquisa se existir uma pergunta, uma dúvida para a qual se quer buscar a resposta". Neste sentido, a pergunta que motivou a presente pesquisa foi: Como utilizar a autonomia inerente aos estudantes do ensino superior de modo que eles desenvolvam outras competências relevantes como trabalho colaborativo, criatividade, protagonismo na construção do conhecimento?

Em resposta a esta pergunta desenvolveu-se uma pesquisa qualitativa, quanto à abordagem, e classificada como pesquisa-ação, quanto aos procedimentos (GERHARDT; SILVEIRA, 2009). A coleta de dados foi feita através de observações e depoimentos dos alunos envolvidos durante o processo. Utilizou-se ainda registros no diário de bordo e fotográficos para auxiliar na demarcação dos estágios e consequentemente perceber a evolução ao longo do desenvolvimento da pesquisa (TRIVIÑOS, 1987; LUDKE; ANDRÉ, 1986).

Segundo Tripp (2005), a pesquisa-ação é caracterizada pelo uso de técnicas de pesquisas para efetuar transformações nas práticas do próprio pesquisador, ou seja, a pesquisa-ação ao mesmo tempo altera o que está sendo pesquisado. Este foi o caráter da pesquisa. De fato, na busca por um aprimoramento de suas práticas pedagógicas, o professor utilizou a ABProj (a técnica) e, durante o processo, todos os sujeitos envolvidos sofreram uma ação da pesquisa, de modo que as práticas pedagógicas (o que estava sendo pesquisado) foram aprimoradas ao mesmo tempo em que se realizava a pesquisa e não apenas no final a partir de dados observados.

A pesquisa foi desenvolvida com alunos de uma turma de Geometria Analítica do primeiro período do curso de Engenharia de Controle e Automação. Os alunos desenvolveram projetos didáticos (ou explicativos) segundo Barbosa e Moura (2013), cuja essência, do ponto de vista matemático, estava em verificar a validade das propriedades reflexivas das cônicas na prática, fixando o conteúdo apresentado de forma teórica.

ISSN: 2526-8899

Segundo Moura e Barbosa (2013), algumas diretrizes são consideradas fundamentais para o desenvolvimento de Projetos de Trabalho. São elas: a quantidade de participantes por grupos; o tempo de realização do projeto; a escolha do tema; a finalidade; recursos disponíveis no desenvolvimento; socialização dos resultados. Nos parágrafos que seguem, apresentaremos como estas diretrizes foram empregadas na pesquisa.

Na perspectiva da ABProj, em sala de aula foram apresentadas as propriedades reflexivas das cônicas sem a verificação prática ou teórica das mesmas. A partir daí, os grupos de até sete alunos iniciaram o trabalho de pesquisa sobre possibilidades de aplicações. Não simplesmente aplicações gerais, mas aplicações que pudessem ser reproduzidas por eles próprios envolvendo materiais e tecnologia acessíveis (FIRMINO; SIQUEIRA, 2017), de modo que eles participassem ativamente do processo e forma autônoma.

Tendo definido a aplicação, iniciou-se o processo de produção da ferramenta onde se verificaria tais propriedades (VALE, 1999). Durante este processo que perdurou pouco mais de um mês, foi indispensável o acompanhamento do professor para garantir que o material produzido realmente possuía as características matemáticas da cônica em questão, para que a validade da propriedade na ferramenta produzida fosse transferida para o objeto matemático. Mais ainda, para evitar que, em caso de falha por descuido na produção, não houvesse dúvidas da validade da propriedade para o objeto matemático.

Foram gerados relatórios com detalhes dos projetos como: material utilizado, metodologia empregada, divisão de tarefas e outras particularidades que estão associadas a escolha da aplicação. Por fim, os projetos foram compartilhados com a turma, para que os demais alunos tivessem acesso a tal aplicação e com isso entendessem melhor o funcionamento da propriedade reflexiva da cônica utilizada em cada projeto.

Resultados

A finalidade dos projetos era exemplificar as propriedades reflexivas das cônicas em objetos palpáveis. Para tal, o primeiro estágio do projeto consistia em pesquisar possibilidades de aplicações. Como resultado a esta pesquisa, os alunos elaboraram os projetos, dos quais destacamos dois: o refletor parabólico e a sinuca elíptica.

ISSN: 2526-8899

O *refletor parabólico* foi produzido a partir de uma antena parabólica revestida com fita espelhada. A superfície espelhada, quando exposta a uma fonte luminosa, concentra toda a luminosidade no foco. Em particular, se esta fonte luminosa for o sol, devido ao calor presente nos raios luminosos, este projeto pode ser visto como uma fonte para um forno solar. A *sinuca elíptica* reproduz a sinuca com formato elíptico, com uma única caçapa localizada em um dos focos. Assim como a sinuca convencional, o objetivo é encaçapar as bolas. No entanto, o uso da "tabela" (a borda) deve levar em consideração a propriedade reflexiva da elipse.

Figura 1 – Refletor parabólico à esquerda e a Sinuca elíptica à direita.

Fonte: Acervo do autor.

Além da fixação dos conceitos, a ABProj estimulou a criatividade, a autonomia e o protagonismo dos estudantes desenvolvendo competências e habilidades para além dos conceitos e conteúdos matemáticos, como por exemplo: inovar, colaborar e compartilhar (saberes e experiências).

Considerações Finais

Propor atividades práticas de aplicação imediata é um recurso que auxilia na superação do desafio de manter o aluno sempre estimulado. Os projetos desenvolvidos despertaram nos alunos o interesse em pesquisar e obter maiores informações sobre o funcionamento de objetos que fazem parte do cotidiano. Eis uma curiosidade sobre o projeto que abordou as propriedades reflexivas da parábola: durante a pesquisa sobre o tema, os alunos "descobriram" um prédio projetado com uma fachada em formato parabólico que causou transtorno refletindo os raios solares em alta temperatura em alguns pontos em frente ao prédio (ISTOE, 2019). Os alunos identificaram a propriedade reflexiva da parábola neste episódio e perceberam a importância de se ter domínio das ferramentas utilizadas.

Por meio da ABProj os alunos perceberam que a matemática está presente de maneira relevante no nosso cotidiano e que sua aplicação é verificada em situações e objetos que vão

ISSN: 2526-8899

além de operações numéricas básicas ou formas geométricas. Muito embora a atividade tenha sido aplicada em um conteúdo específico, foi possível notar que os alunos tornaram-se mais acessíveis a outros componentes curriculares da matemática, além de desenvolverem outras competências relevantes como trabalho colaborativo, criatividade, protagonismo e autonomia na construção do conhecimento.

Referências

ALMEIDA, L.M.W., FATORI, L.H., SOUZA, L.G.S. **Ensino de Cálculo:** uma abordagem usando Modelagem Matemática. RCT. v. 10, n. 16, 2007.

BACICH, L.; MORAN, J. (Orgs.). **Metodologias ativas para uma educação inovadora:** uma abordagem teórico-prática. Porto Alegre: Penso, 2018. 238 p.

BARBOSA, E. F; MOURA, D. G. Metodologias ativas de aprendizagem na educação profissional e tecnológica. **Boletim Técnico do Senac**, Rio de Janeiro, v.39, n. 2, p. 48-67, maio/ago. 2013.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática.** 2a ed. Belo Horizonte: Editora Autêntica, 2001.

BOYER, C. B. **História da matemática**. 3ª ed. São Paulo. Editora Blücher, 2012.

CRISOSTOMO, E.; JANUARIO, G. ; LIMA, K. Relação professor-materiais curriculares em Educação Matemática: análise de alguns resultados de pesquisas. **Educação Matemática em Revista, Brasília**, v. 22, n. 53, p. 62-74, jan./mar. 2017.

FIRMINO, G. L; SIQUEIRA, A.M. O. A matemática no ensino de engenharia. **The Journal of Engineering and Exact Sciences - JCEC**, v. 03, n. 03, p. 331-345, 2017.

GERHARDT, T. E.; SILVEIRA, D. T.; **Métodos de pesquisa**. 1ª ed. Porto Alegre. Editora da UFRGS, 2009.

ISTOE. Arquitetura Incediária. Disponível em:< https://istoe.com.br/323011_ARQUITETURA+INCENDIARIA/>. Acesso em: 15 de Março de 2019.

LUCKESI, C. C. **Avaliação em Educação:** questões epistemológicas práticas. São Paulo: Cortez, 2018.

LUDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A.; **Pesquisa em educação:** abordagens qualitativas. São Paulo, E. P. U., 1986.

MOURA, D. G.; BARBOSA, E. F. T**rabalhando com projetos: planejamento e gestão de projetos educacionais.** Petrópolis: Vozes, 2011.

ISSN: 2526-8899

TREVISAN, A.; TAVARES, M. M. Possibilidades para matematizar em aulas de Cálculo. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**. 6. 10.3895/S1982-873X2013000100008, 2013.

TRIPP, D. Pesquisa-ação: uma introdução metodológica. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 31, n. 3, p. 443-466, set/dez. 2005.

TRIVIÑOS, A. **Introdução à pesquisa em ciências sociais: a pesquisa qualitativa em educação.** São Paulo: Atlas, 1987.

VALE, I. **Materiais manipuláveis na sala de aula:** o que se diz, o que se faz. In APM (Eds), Actas do ProfMat 99. Lisboa: APM, p. 111-120, 1999.

WINTERLE, P. **Vetores e geometria analítica.** 2ª. ed. São Paulo. Editora Pearson, 2014.

ISSN: 2526-8899

PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO INFANTIL E SUAS RELAÇÕES COM A DISCIPLINA

Sidney Lopes Sanchez Júnior[1]

Marília Bazan Blanco[2]

Resumo

As experiências que se tem com a Matemática, desde os anos iniciais da escolarização, podem refletir de forma positiva ou negativa na relação dos indivíduos com os conhecimentos matemáticos e inclusive no ensino desses conteúdos. Este estudo tem como objetivo discutir a relação do professor que ensina Matemática na Educação Infantil com esta disciplina. Os dados foram coletados durante a realização de um curso de capacitação e foram analisados a partir dos pressupostos da Análise Textual Discursiva – ATD. Os resultados revelam que a Matemática causa desconforto na maioria das participantes, ora por falta de domínio dos conteúdos ora por insucesso na vida escolar. Assim destaca-se a necessidade de uma formação sólida e consistente sobre os conhecimentos e estratégias de ensino da Matemática.

Palavras-chave: Professores; Matemática; Educação Infantil;

Abstract

Experiences with Mathematics, from the earliest years of schooling, may reflect positively or negatively on the relationship of individuals with mathematical knowledge and even on the teaching of such contents. This study aims to discuss the relationship of the teacher who teaches Mathematics in Early Childhood Education with this discipline. The data were collected during the accomplishment of a training course and were analyzed from the assumptions of Discursive Textual Analysis – ATD. The results reveal that Mathematics causes discomfort in the majority of the participants, sometimes due to a lack of mastery of the content and sometimes due to failure in school life. Thus, the need for a solid and consistent training on Mathematics teaching knowledge and strategies is highlighted.

Keywords: Teachers; Mathematics; Child education;

Introdução

O professor da educação infantil é tratado pelos pesquisadores em Educação Matemática como “professores que ensinam Matemática”, ou seja, professores polivalentes que ensinam a Matemática apesar de não serem denominados “professores de Matemática” e nem serem

[1] Pedagogo da Universidade Federal do Paraná. Mestre em Ensino pela Universidade Estadual do Norte do Paraná – Campus Cornélio Procópio. E-mail: sidney.sanchez@ufpr.br]

[2] Docente do Centro de Ciências Humanas e da Educação e do Programa de Pós-graduação em Ensino da Universidade Estadual do Norte do Paraná, Campus Cornélio Procópio. E-mail: mariliabazan@uenp.edu.br

ISSN: 2526-8899

especialistas nessa área. Nacarato e Paiva (2008) destacam que poucas pesquisas têm se voltado a esses profissionais, e afirmam ser este um campo bastante amplo para pesquisa.

Tardif (2014) retrata o saber do professor como social, pois é compartilhado por um grupo com aspectos em comum e provêm das múltiplas relações do profissional em seu cotidiano e não das instituições de formação e dos currículos. Ensinar, então consiste em "mobilizar uma ampla variedade de saberes, reutilizando-os no trabalho para adaptá-los e transformá-los pelo e para o trabalho" (TARDIF, 2014, p. 21).

Este estudo, parte da dissertação de Mestrado Profissional em Ensino intitulada "O Ensino da Matemática na Educação Infantil e o desenvolvimento da Cognição Numérica" (SANCHEZ-JUNIOR, 2018) tem como objetivo discutir a relação dos professores que ensinam Matemática na Educação Infantil com esta disciplina, bem como as suas percepções e experiências quanto ao ensino e aprendizagem da Matemática.

Referencial Teórico

De acordo com Cezari e Grando (2008), as aulas de Matemática estão pautadas em modelos e técnicas que os professores reproduzem das práticas que tiveram contato durante a sua escolarização. Assim, experiências negativas com a Matemática, que se manifestam na forma de trauma, medo ou angústia, podem se manifestar no ensino destes conteúdos.

Para Chacón (2000) há uma relação cíclica entre o afeto e a aprendizagem da Matemática: a experiência dos estudantes ao aprender a Matemática influencia diretamente no comportamento e na capacidade de aprender. Para o autor, se não houver um processo de discussão, reflexão, tomada de consciência, compreensão e problematização, as experiências negativas podem impor obstáculos ao processo de ensino e aprendizagem, e esses sentimentos podem ser transmitidos aos alunos.

Estudos sobre a ansiedade matemática, revelam reações fisiológicas desagradáveis, "postura tensa; expressão facial cansada; movimentos sem direção; dores de cabeça; distúrbios estomacais; mãos pegajosas" (CARMO; SIMIONATO, 2012, p. 318). Ainda, ocasiões de fuga e antecipação da punição são observados, especificamente, em situações que exigem aplicação dos conhecimentos matemáticos.

Um estudante com ansiedade apresenta dificuldades para se concentrar ao fazer exercícios dessa disciplina, poderá ter comportamentos agressivos quando questionados pelo

ISSN: 2526-8899

professor, apresentar taquicardia em contato com um exame de matemática, entre outras. Reações como estas podem prejudicar o desempenho nas áreas que envolvem a matemática, sobretudo em situações vivenciadas no dia a dia (CARMO, 2011; CARMO; SIMIONATO, 2012).

É importante destacar os saberes dos professores, ao compreendê-los a partir de uma íntima relação com o trabalho que eles desempenham, levando em conta a diversidade e pluralismo provenientes de saberes curriculares, de programas, dos livros didáticos, da própria experiência familiar, vida escolar, dos cursos de capacitação e outros. É um saber "plural, formado pelo amálgama, mais ou menos coerente, de saberes oriundos da formação profissional e de saberes disciplinares, curriculares e experienciais" (TARDIF, 2014, p. 36).

Esses quatro saberes essenciais são elencados por Tardif (2014), para o exercício da docência. Os saberes da formação profissional são transmitidos pelas instituições de formação de professores, tanto inicial quanto continuada, e estão relacionados ao modo de ensinar. Os saberes disciplinares são aqueles que emergem da tradição cultural e dos grupos sociais, integrando-se a formação inicial e contínua, que são respectivos aos diversos campos de conhecimento, como por exemplo: história, geografia, matemática (TARDIF, 2014).

Já os saberes curriculares são apropriados ao longo da carreira e são provenientes das instituições de ensino. São apresentados e definidos em forma de técnicas de ensino, discurso, objetivos e conteúdos que os professores aprendem e aplicam (TARDIF, 2014). Os saberes experienciais se constroem no cotidiano e no conhecimento do professor com seu meio, são incorporados à experiência individual e coletiva por intermédio de habilidades de "saber-fazer e de saber-ser" (TARDIF, 2014, p. 39).

Encaminhamentos Metodológicos

Esta pesquisa, de caráter qualitativo, visou analisar, a partir do relato de oito professores da Educação Infantil de um município do Norte do Paraná, a relação destes com a disciplina de Matemática, destacando suas percepções e experiências quanto ao ensino e a aprendizagem desta disciplina. Os dados foram coletados durante a realização de um curso de capacitação intitulado "O ensino da Matemática na Educação Infantil e a compreensão da Cognição

ISSN: 2526-8899

Numérica”,[3] e foram analisados a partir dos pressupostos da Análise Textual Discursiva – ATD (MORAES; GALIAZZI, 2014).

Para a presente pesquisa, analisou-se a categoria de análise definida *a priori*, intitulada “Relação com a Matemática”, que teve como objetivo identificar a relação das participantes com a Matemática, ao relatarem suas experiências pessoais com a disciplina e o modo como estas influenciaram suas práticas como professoras que ensinam Matemática para crianças pequenas.

Resultados

O curso de formação contou com a participação de oito professoras da rede municipal de ensino, com idades entre 29 a 55 anos, com tempo de atuação na Educação Infantil entre três a onze anos. Vale destacar que 75% das participantes (06 participantes) são pedagogas, 12% (1 participantes) possui graduação em Administração de Empresas e 13% (1 participante) em Ciências com Habilitação em Física. Convém mencionar que a cursista formada em Administração de Empresas possui curso de formação de professores em nível médio, o que lhe permite atuação na Educação Infantil.

Ao relatarem sobre suas experiências com a disciplina de Matemática, pode-se observar situações positivas e negativas, as quais são evidenciadas no Quadro 1 abaixo:

Quadro 1: Relação com a Matemática.

Categoria	**Excertos**
Relação com a Matemática	“*[...]quando eu estudei eu tive muita dificuldade em assimilar alguns conteúdos de matemática*” (participante P1). *“Tenho pavor de matemática, lembro que outro professor ficava na porta da sala tomando a tabuada [...] me sinto frustrada em não saber os conteúdos de matemática mesmo sendo professora, pois preciso saber para ensinar [...] meus professores diziam que, se não soubéssemos o conteúdo, tínhamos que correr atrás sozinhos. Eu desenvolvi um bloqueio”* (participante P2). **“***[...]número é tudo, e tudo na vida envolve matemática. [...]Tive professores excelentes de matemática”* (participante P3). *“[...]faz parte da vida do ser humano em todos os aspectos, faz parte de todos os conteúdos. Eu amo matemática, sempre fui boa aluna e tirei boas notas. [...] Na escola*

[3] O curso de capacitação intitulado “O ensino da Matemática na Educação Infantil e a compreensão da Cognição Numérica”, foi desenvolvido com professores da educação infantil de uma cidade do Norte do Paraná, em que houve a implementação das atividades propostas no produto educacional “Um guia prático e visual para o ensino da Matemática na Educação Infantil e o desenvolvimento da Cognição Numérica”.

ISSN: 2526-8899

	éramos praticamente uma família, e um estudava com o outro. As professoras eram unidas, ajudavam umas às outras. Isso era muito bom" (participante P4). *"Matemática pra mim sempre foi um bicho de sete cabeças, nunca gostei, nunca aprendi, nunca me dei bem, não sei como fui aprovada"* (participante P5). "*[...]tive dificuldades na aprendizagem da matemática, e lembro de uma professora muito boa que me ajudou e me ensinou"* (participante P8).

Fonte: os autores.

Pode-se observar que 62% (5 participantes) relataram aspectos negativos em relação à Matemática, que compreendem desde as dificuldades acadêmicas até a falta de domínio dos conteúdos para ensinar em suas práticas.

A fala: "*quando eu estudei eu tive muita dificuldade em assimilar alguns conteúdos de matemática*" (participante P1), evidencia o que retrata o documento "Currículo Básico da Escola Pública do Estado do Paraná" (2003) ao discorrer que a Matemática é a disciplina que mais reprova e que os alunos apresentam maiores dificuldades.

Outro aspecto relevante é identificado na fala de duas participantes:

> *"Tenho pavor de matemática [...] Eu desenvolvi um bloqueio"* (participante P2).
>
> *"Matemática pra mim sempre foi um bicho de sete cabeças, nunca gostei, nunca aprendi, nunca me dei bem, não sei como fui aprovada"* (participante P5).

Os autores Carmo e Simionato (2012) compreendem esse fenômeno relacionado a experiências inadequadas e negativas no ensino da Matemática como ansiedade em relação à Matemática, ou seja, são reações emocionais negativas que ocorrem quando o sujeito é exposto a situações em que é necessário o uso de conhecimentos matemáticos.

Para os autores citados acima, a própria sociedade apresenta a Matemática como uma disciplina difícil, e que apenas os mais inteligentes são bem-sucedidos. Sendo assim, reiteram:

> [...] controle coercitivo, metodologias de ensino inadequadas, formação básica e continuada insuficiente dos professores e fatores culturais e familiares concorrem para gerar o quadro chamado de ansiedade em relação à matemática, o qual poderia, resumidamente, ser descrito como padrões de fuga e esquiva diante de situações que envolvem a matemática, acompanhado por reações fisiológicas desagradáveis e reações cognitivas autodepreciativas (CARMO, SIMIONATO, 2012, p. 312).

Por se tratar de um fenômeno multideterminado, as reações fisiológicas podem impedir um bom desempenho nas tarefas que envolvem a Matemática, tanto escolares quanto as que envolvem situações do dia a dia (CARMO; SIMIONATO, 2012).

ISSN: 2526-8899

A história escolar do indivíduo é uma fonte para identificar experiências negativas marcantes. A participante P2 retrata esta realidade quando diz:

> *[...] lembro que outro professor ficava na porta da sala tomando a tabuada. [...] meus professores diziam que, se não soubéssemos o conteúdo, tínhamos que correr atrás sozinhos* (participante P2).

Para Carmo e Simionato (2012), muitos professores, por meio de metodologias de ensino inadequadas e controle aversivo, geram a ansiedade matemática, e professores com ansiedade em relação à matemática podem reproduzir modelos e regras causadoras de preconceito.

Cabe ressaltar a importância da relação interpessoal entre professor e aluno, pois segundo Vasconcellos (2002), esta tem sido um dos entraves no trabalho educativo, e trata-se de uma postura a ser desenvolvida pelo profissional ao acolher, respeitar o aluno na sua forma de ser, expressar, interagindo de maneira a ajudá-lo no crescimento da "consciência, caráter e cidadania" (VASCONCELLOS, 2002, p. 113).

A atuação do professor na Educação Infantil é polivalente, ou seja, que trabalha com conteúdos provenientes de várias áreas do conhecimento (BRASIL, 1998). A participante P2 apresenta, em sua fala, o que é abordado por Carmo e Simionato (2012) acerca da formação do professor:

> *[...] me sinto frustrada em não saber os conteúdos de matemática mesmo sendo professora, pois preciso saber para ensinar* (participante P2).

Parte dos professores que ensinam Matemática para as crianças são formados em Pedagogia, e durante seus cursos de graduação não recebem uma formação sólida quanto ao "conhecimento e a metodologias de ensino da matemática" (CARMO, SIMIONATO; 2012, p. 320). Nessa perspectiva, o RCNEI (BRASIL, 1998, p. 41) afirma que se faz necessário que os profissionais da Educação Infantil "tenham ou venham a ter uma formação sólida e consistente acompanhada de adequada e permanente atualização em serviço"; afim de dominar os conhecimentos matemáticos, e transformá-los em conhecimento matemático escolar (NACARATO; PAIVA, 2008, p. 14).

Em contrapartida, as participantes P3 e P4 relatam aspectos positivos em relação à matemática. Os excertos abaixo revelam que um bom relacionamento entre professor e aluno contribui para um bom desempenho em relação ao ensino-aprendizagem:

> *"[...]Tive professores excelentes de matemática"* (participante P3).

ISSN: 2526-8899

> *"Eu amo matemática, sempre fui boa aluna e tirei boas notas [...] na escola éramos praticamente uma família, e um estudava com o outro. As professoras eram unidas, ajudavam umas às outras"* (participante P4).

A disposição do professor em oferecer, em diversas situações, espaço para que todos participem, respondendo as indagações, permitindo que a criança se familiarize e participe do ambiente, facilita os processos de ensino e aprendizagem (MAHONEY, ALMEIDA; 2005). Os autores afirmam que, quando não satisfeitas, as necessidades afetivas resultam em barreiras nesses processos.

Ainda em relação à fala da participante P4 sobre o ambiente escolar, os RCNEI (BRASIL; 1998), ressaltam que o bom desenvolvimento só acontece em um clima de segurança, tranquilidade, alegria e afetividade. Assim, o adulto deve criar essa atmosfera amigável e um ambiente institucional acolhedor. Essa relação fica evidente nas considerações da participante P4, que relata a presença de um ambiente acolhedor que favoreceu a sua afeição e bom desempenho na disciplina, assim como destacado nos documentos oficiais e corroborado por Mahoney e Almeida (2005), que afirmam que um ambiente acolhedor e participativo facilita aprendizagem da criança

Seguindo análise das percepções acerca da Matemática, as participantes P3 e P4 pronunciaram:

> *"[...] número é tudo, tudo na vida envolve matemática"* (participante P3).
>
> *"[...] matemática faz parte da vida do ser humano em todos os aspectos, faz parte de todos os conteúdos"* (participante P4).

Os excertos evidenciam que as participantes compreendem que, desde o nascimento, as crianças já estão inseridas em um mundo em que os conhecimentos matemáticos estão presentes, e que o trabalho deve ser baseado na exploração e manipulação de objetos e brinquedos, e partir de situações relacionadas à realidade, como contar figurinhas, os pontos de um jogo, mostrar a idade nos dedos, repartir balas, manipular dinheiro (BRASIL; 1998, LORENZATO; 2006). Desta maneira, cabe ao professor planejar e oportunizar diversas situações que promovam aprendizagem dos conteúdos.

Considerações finais

A Matemática está presente no cotidiano e faz parte da vida de todo ser humano. A partir das análises, fica evidente que a Matemática é uma disciplina que causa desconforto na maioria

ISSN: 2526-8899

das participantes, tanto pela falta de domínio dos conteúdos quanto pelo insucesso na vida escolar.

Experiências negativas com a Matemática podem resultar em dificuldades, medos, angústias, influenciando de forma negativa o ensino desse conteúdo. A ansiedade à matemática, causada por experiências inadequadas com a disciplina, pode relacionar-se com prejuízos na vida acadêmica dos alunos, repercutindo na vida social quando expostos a situações que envolvem os conhecimentos matemáticos.

Os aspectos negativos ora estão relacionados aos métodos de ensino, ora à postura do professor, sobretudo por exercerem uma função polivalente, com uma formação que não contempla os conhecimentos matemáticos e as abordagens metodológicas de ensino de forma sólida. Em relação aos aspectos positivos, estão ligados à relação professor/aluno, que contribui para facilitar a aprendizagem ao propiciar um ambiente escolar acolhedor, com clima de segurança, afetivo e alegre. Assim, ao compreender a importância do papel deste professor na aprendizagem das crianças, destaca-se a necessidade de uma formação sólida e consistente sobre a Matemática e suas metodologias de ensino.

Referências

CARMO, J. do S. **Comportamento conceitual numérico:** um modelo de rede de relações equivalentes (Tese de Doutorado). Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, SP, 2002.

CARMO, J. do S. SIMIONATO, A. M. Reversão da Ansiedade à Matemática: alguns dados da literatura. **Psicologia em Estudo**. Maringá, v. 17, n. 2, p. 317-327, abr./jun., 2012.

CEZARI, V. G. F.; GRANDO, Regina C. Cultura de aula de matemática presente nas narrativas de formação por professores do ensino fundamental. **Horizontes**, Itatiba, v. 26, n. 1, p. 89-96, jan./jun. 2008.

CHACÓN, I. M. G. **Matemática emocional: los afectos en el aprendizaje matemático**. Madrid: Narcea, 2000. 276p

LORENZATO, S. **Educação infantil e percepções matemática**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006. 197 p.

MORAES, R. GALIAZZI. M. do C. **Análise Textual Discursiva**. Ijuí: Editora: Unijuí, 2014.
NACARATO, A. M. PAIVA, M. A. V. **A formação do professor que ensina Matemática: perspectivas e pesquisas**. Belo Horizonte. Autentica. 2008.

PARANÁ. Secretaria Estadual de Educação. **Currículo Básico para a Escola Pública do Estado do Paraná.** Matemática. Versão eletrônica. Curitiba, 2003.

SANCHEZ-JUNIOR, S. L. **O Ensino da Matemática na Educação Infantil e o desenvolvimento da Cognição Numérica**. Dissertação de Mestrado (Mestrado Profissional

ISSN: 2526-8899

em Ensino) – Universidade Estadual do Norte do Paraná – Campus Cornélio Procópio – PR, 2018, 154 f.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional.** 17. ed. Petrópolis, Vozes, Rio de Janeiro, 2014.

VASCONCELLOS, C. S. **Planejamento Projeto de ensino e aprendizagem e projeto político pedagógico.** Elementos metodológicos para elaboração e realização. 10° ed. São Paulo, Libertad, 2002.

ISSN: 2526-8899

O USO DA LINGUAGEM EM UMA ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Ademir Pereira Junior[1]

Lourdes Maria Werle de Almeida[2]

Tânia Camila Kochmanscky Goulart[3]

Resumo

Nesse trabalho apresentamos a análise de uma atividade de modelagem matemática desenvolvida com alunos da 2ª série do Ensino Médio de uma escola pública do Estado do Paraná. Por meio de uma abordagem qualitativa, investigamos como os alunos lidam com o problema de estimar a altura de um local escolhido usando uma fotografia. Para realizar essa investigação, nos apoiamos em dois conceitos da filosofia de Ludwig Wittgenstein *jogos de linguagem* e *ver como*. Para resolver o problema os alunos usaram conceitos de proporção e trigonometria no triângulo retângulo. A caracterização desses conceitos aconteceu nos jogos de linguagem da modelagem e da matemática.

Palavras-chave: Educação Matemática. Wittgenstein. Modelagem Matemática.

Abstract

In this paper we present the analysis of a mathematical modeling activity developed with students of the second grade of the High School of a public school in the State of Paraná. Through a qualitative approach, we investigate how students deal with the problem of estimating the height of a chosen location using a photograph. To carry out this research, we rely on two concepts of Ludwig Wittgenstein's philosophy of language games and see how. To solve the problem the students used concepts of proportion and trigonometry in the right triangle. The characterization of these concepts happened in the language games of modeling and mathematics

Keywords: Mathematical Education. Wittgenstein. Mathematical Modeling.

INTRODUÇÃO

A modelagem matemática neste trabalho é entendida como uma alternativa pedagógica para o ensino e aprendizagem da matemática (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012). Um de seus objetivos é preparar o aluno para lidar com situações da vida real por meio da matemática, interpretando e analisando os acontecimentos do mundo que o cerca.

[1] SEED – Secretaria de Educação do Estado do Paraná. profadjr@hotmail.com
[2] Universidade Estadual de Londrina. lourdes@uel.br
[3] Universidade Estadual de Londrina. maya.tcamila@gmail.com

ISSN: 2526-8899

Nosso objetivo é analisar uma atividade de modelagem matemática realizada em uma turma de alunos da 2ª série do Ensino Médio em um colégio estadual de uma cidade do Paraná. Os alunos foram instruídos a *estimar a altura de um local escolhido por meio de uma fotografia*.

Nossa análise para essa atividade fundamenta-se em conceitos da filosofia da linguagem de Ludwig Wittgenstein, um filósofo que revolucionou o modo de entender a linguagem. *Jogos de linguagem* e *ver como* são expressões que aparecem na obra póstuma de Wittgenstein intitulada *Investigações Filosóficas*.

Com base na abordagem qualitativa fundamentada em Bogdan e Biklen, (1994), buscamos em uma atividade de modelagem matemática elementos a serem analisados à luz da perspectiva wittgensteiniana de linguagem.

MODELAGEM MATEMÁTICA

Nesse trabalho nos baseamos nos entendimentos de Almeida Silva e Vertuan (2012), que uma atividade de modelagem matemática inicia com uma situação inicial (problemática) e pode ser considerada concluída quando se chegar a uma situação final que corresponde a uma resposta para essa situação em estudo. O caminho entre a situação inicial e a resposta para o problema é caracterizada por ações e procedimentos dos alunos em que se define variáveis, formula hipóteses, matematiza a situação e, de modo geral, é construído um modelo matemático que viabiliza a obtenção e análise da resposta encontrada para o problema que se deseja estudar nessa situação.

Levando em consideração esta caracterização, a modelagem matemática na sala de aula é caracterizada por Almeida, Silva e Vertuan (2012) como uma alternativa pedagógica “em que se aborda, por meio da matemática um problema não essencialmente matemático”. Segundo os autores, o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática em sala de aula é uma oportunidade para o aluno aprender novos conceitos matemáticos, bem como aplicar conceitos já conhecidos.

As ações dos alunos no desenvolvimento da atividade de modelagem matemática são mediadas por diferentes linguagens bem como a transição entre elas.

Na interlocução entre Modelagem Matemática e Linguagem algumas pesquisas já foram desenvolvidas, Merli (2012), Souza (2012), Tortola (2012), Tortola (2016), Sousa (2017), Souza (2018), Seki (2019) que investigaram, por exemplo, os usos da linguagem, procedimentos e o seguir regras em atividades de Modelagem Matemática, compreensão e

ISSN: 2526-8899

linguagem em atividades de modelagem matemática, bem como que aprendizagem matemática se constitui na modelagem matemática.

LINGUAGEM NA PERSPECTIVA WITTGENSTEINIANA

Ludwig Wittgenstein foi um filósofo austríaco que viveu no século XX e que revolucionou o modo de pensar a linguagem. A partir do que se costuma chamar de *segunda fase da filosofia de Wittgenstein,* cuja obra póstuma mais relevante é *Investigações Filosóficas,* o filósofo passou a caracterizar o significado das palavras a partir dos usos que se faz delas. Neste contexto o autor define e caracteriza os *jogos de linguagem.*

Wittgenstein denominou de *jogos de linguagem* os diversos usos das palavras em diversos contextos.

> Chamarei também de "jogos de linguagem" o conjunto da linguagem e das atividades com as quais está entrelaçada. A expressão "*jogo* de linguagem" deve aqui salientar que o falar da linguagem é uma parte de uma atividade ou de uma forma de vida (WITTGENSTEIN, 2016, p. 19; 27).

Levando em consideração os diferentes usos da linguagem, Wittgenstein também passa a observar que existentes diferentes possibilidades de sujeitos dirigirem seu olhar ou sua atenção para as situações e, emerge nesse contexto a expressão *ver como.*

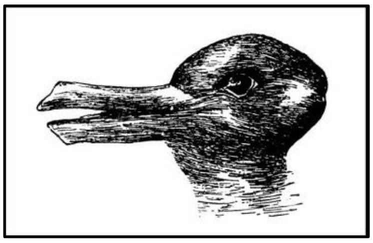
Segundo Silva e Silveira (2014) o conceito de *ver como* que está relacionado com o conceito de interpretar que é um pensar, um ver de novo. Os autores fazem sua argumentação a partir de ideia do próprio Wittgenstein:

> "É um pensar? É um ver?". Não seria isso equivalente a "É um *interpretar*? É um ver". E interpretar é uma espécie de pensar, e frequentemente ocasiona uma repentina mudança de aspecto. Posso dizer que ver aspectos está *relacionado* com interpretar? Minha inclinação era de fato dizer: "É como se eu *visse* uma *interpretação*". Pois bem, a expressão desse ver está relacionada com a expressão do interpretar (WITTGENSTEIN, 1998, p. 26).

A ideia de ver como já é identificada em um exemplo clássico apresentado em Jastrow (1901), é retomado por Wittgenstein e também é discutido por Silveira e Silva (2014). Trata-se da imagem (Figura 1), em que o leitor ao olhar pode ver um pato ou um coelho, dependendo do olhar dirigido à imagem.

Figura 1 – cabeça de coelho ou de pato

ISSN: 2526-8899



Fonte: Silveira e Silva (2014)

Ver essa figura tem relação com ver aspectos, ora uns, ora outros. Para o filósofo quando olhamos para uma imagem nós a interpretamos, e a vemos como a interpretamos.

> Vejo, realmente, cada vez algo diferente, ou apenas interpreto o que vejo de uma maneira diferente? Estou inclinado a dizer a primeira coisa. Mas por que? – Interpretar é pensar, agir; ver é um estado. Bem são fáceis de reconhecer os casos em que interpretamos. Se interpretamos, então fazemos hipóteses que podem revelar-se falsas. – "Vejo essa figura como um..." pode ser tão pouco verificada (ou só no sentido) quanto "Vejo um vermelho brilhante". Existe, portanto, uma semelhança no emprego de "ver nos dois contextos. Não pense, porém, que você saberia de antemão o que "estado de ver" significa aqui! Deixe que o uso lhe ensine o significado (WITTGENSTEIN, 2016, p.276).

Ver como é como um ver e ver de novo que pertence à percepção e não se trata de um ver único. De fato, um observador olha para a figura vê um pato, olha novamente e percebe algo diferente. É um coelho! Ao ver de novo, há uma diferença entre notificação e exclamação.

> Ambos, a notificação e a exclamação, são expressão de uma percepção e de uma vivência visual. Mas a exclamação o é em sentido diferente da notificação. Ela nos escapa. – Relaciona-se com a vivência como o grito se relaciona com a dor (WITTGENSTEIN, 2016, p. 258-259).

O domínio de técnicas, uso de regras que possibilita ver a figura ora de uma maneira, ora de outra. Para Gottschalk, 2004:

> aprender o significado de uma palavra pode consistir na aquisição de uma regra, ou um conjunto de regras, que governa seu uso dentro de um ou mais jogos de linguagem. [...]. Uma palavra só adquire significado quando se opera com ela, ou seja, seguindo uma regra em um determinado contexto linguístico (GOTTSCHALK, 2004, p.31).

Silva e Silveira (2014) consideram técnica como

> [...] no sentido de um "saber fazer", do domínio do uso de regras. Quando dizemos "Eu sei...", estamos dizendo algo semelhante a "Eu posso..." ou "Sou capaz de..." ou ainda "Eu compreendo" (SILVA, SILVEIRA, 2014, p.25).

Saber seguir uma regra é uma capacidade técnica, porém não mecânica. A aprendizagem de uma regra não acontece de uma só vez, ela surge por meio de uma prática constante. Além

ISSN: 2526-8899

disso, uma regra não contém todos os casos de aplicação no interior da gramática[4] de nossa linguagem (Silveira, 2015).

> Ver imediatamente na figura um coelho implica em já dominarmos uma série de técnicas de apresentação do simples. Já nos apresentaram coelhos, sabemos que se trata de um animal, que come cenouras, tem orelhas grandes, comparamos vários coelhos entre si, etc. São esses diversos empregos da palavra "coelho" que nos permitem atribuir significado aos traços empíricos diante de nossos olhos e atribuir significado à figura. Ver a mesma figura como um pato, também pressupõe que se tenha de antemão o conceito de pato, e que se possa lançar mão de determinadas técnicas de comparação, para que se atribua aos mesmos traços empíricos o significado de pato (GOTTSCALK, 2006, p.75-76).

A ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA

A atividade que analisamos nesse trabalho foi desenvolvida por alunos da 2ª série do Ensino Médio de uma escola pública de uma cidade do noroeste do Estado do Paraná. A situação-problema consiste em *estimar a altura de um local escolhido por meio de uma fotografia*.

Os alunos foram orientados a tirar uma foto de um local elevado como uma igreja, um prédio, o prédio da escola, sendo que os alunos deveriam aparecer na fotografia. Já com as fotografias em mão, os alunos foram organizados em duplas ou trios, e cada grupo deveria *Estimar qual é a altura do local escolhido, utilizando a fotografia*.

A atividade foi desenvolvida em quatro aulas, sendo dois encontros de duas aulas. No primeiro encontro, os alunos resolveram o problema e validaram a resposta nos pequenos grupos. No segundo encontro, cada grupo expôs para todos os demais grupos a maneira como tinham resolvido o problema.

No decorrer da atividade, fizemos o uso de áudio para gravação das falas dos alunos e do professor. Além disso, tiramos fotos das apresentações feitas pelos alunos. Cada grupo entregou, para além da apresentação, um relatório descrevendo suas estratégias na escolha do local, as hipóteses utilizadas, bem como a solução do problema.

Participaram da atividade 36 alunos o que conduziu à formação de 18 duplas. Para a análise agrupamos os relatórios do seguinte modo: alunos que apresentaram como solução proporção/regra de três (C1), os que fizeram o uso das relações trigonométricas do triângulo retângulo (C2). Por uma questão de espaço nesse artigo vamos nos referir às soluções de duas duplas identificadas por G1 e G2.

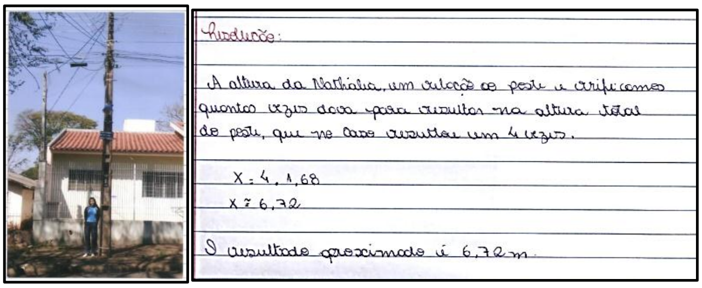
---

[4] A expressão gramática para Wittgenstein orienta um conjunto de usos de uma mesma palavra ou expressão linguística em diversos contextos. Esses usos expressam as regras que seguimos.

ISSN: 2526-8899

O Grupo G1, apresentou apenas o uso do conceito de proporcionalidade como solução para estimar a altura de um poste. Esse grupo investigou quantas vezes a altura de uma da pessoa que estava na fotografia (Figura 2) "cabia" na altura do poste e, conhecendo a medida da altura da pessoa, multiplicou-a pelo "número de vezes que cabia na fotografia" e estimou a altura do poste. Entendemos que com isso esse grupo utilizou como hipótese o uso de proporção para representar a situação.

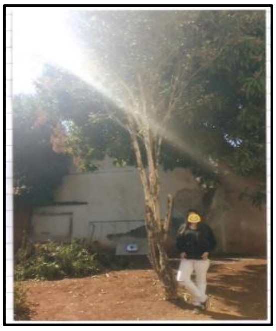
Figura 2: Solução do grupo G1



Fonte: relatório dos alunos

Já o grupo G2, tinha como objetivo estimar a altura de uma árvore, conforme mostra a figura 3.

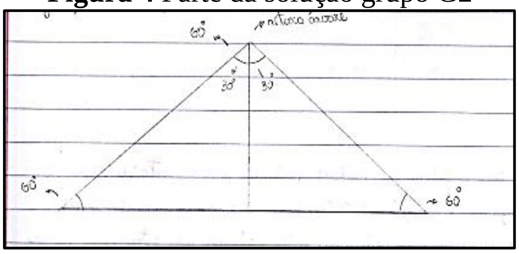
Figura 3 foto tirada pelo grupo G16



Fonte: relatório dos alunos

A hipótese inicial desse grupo foi considerar um triângulo equilátero para representar a situação, pois conhecem as medidas dos ângulos internos.

Figura 4 Parte da solução grupo G2

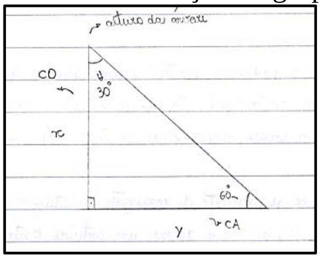


Fonte: registro dos alunos

ISSN: 2526-8899

A partir daí os alunos trabalharam com um triângulo retângulo e, consequentemente, observaram que poderiam utilizar as razões trigonométricas.

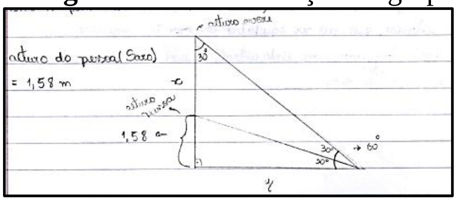
Figura 5 Parte da solução do grupo G16



Fonte: registros dos alunos

Como o grupo sabia que a altura de uma das integrantes era de 1,58 m, consideraram outra hipótese: que a bissetriz do ângulo de 60º ao encontrar o lado oposto do triângulo mede 1,58 m, que corresponde à altura da aluna que aparece na fotografia. Desse modo eles poderiam trabalhar com dois triângulos retângulos como mostra o desenho a seguir.

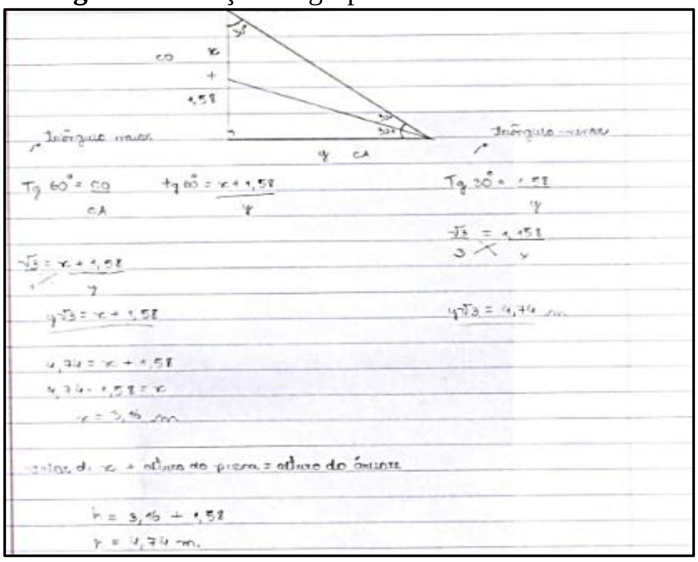
Figura 6 Parte da solução do grupo G16



Fonte: Registros dos alunos

Em seguida, utilizaram a tangente do ângulo de 60º, escrevendo a seguinte igualdade: $tg\ 60^0 = \frac{x+1,58}{y}$. Consideram o triângulo retângulo menor no desenho e escreveram a igualdade: $tg\ 30^0 = \frac{1,58}{y}$. Resolvendo as duas equações que aparecem anteriormente, estimaram a altura da árvore 4,74 m.

Figura 7: Solução do grupo G2



ISSN: 2526-8899

Fonte: relatório dos alunos

Análise das resoluções dos alunos

Para discutirmos as estratégias e procedimentos de como esses alunos estimaram as alturas, vamos olhar para as resoluções feitas por eles e fazer nossas inferências.

O grupo G1, utilizou como única estratégia, proporção. Assim, observamos que estes alunos *viram* no problema proposto a ideia de proporção. Nesse caso, os jogos de linguagem da matemática e da modelagem possibilitaram aos alunos a utilizarem a proporção como uma estratégia de resolução.

O grupo G2 fez uso da trigonometria no triângulo retângulo como única estratégia de solução. A hipótese inicial foi a de representar a situação por meio de um triângulo equilátero, em seguida um triângulo retângulo. O relatório desse grupo não mostra a ideia de proporção de modo explícito, no entanto, entendemos que isso não revela que eles não têm domínio de tal conceito, apenas que se justifica pelo fato de que no momento em que a atividade aconteceu[5] esses alunos estavam estudando trigonometria no triângulo retângulo.

Considerando a perspectiva de Wittgenstein (1998), podemos ponderar que isso foi um modo de pensar, de interpretar a situação. O conteúdo que eles estudavam é que propiciou interpretar tal situação dessa maneira. Interpretar essa situação dessa maneira, evidencia que seguir uma regra não é uma capacidade não mecânica. "Saber seguir uma regra é uma capacidade técnica, porém, a regra não é mecânica, porque ela não contém todos os casos de sua aplicação" (SILVEIRA, 2008, p.111)

Essa dupla viu aspectos ocultos da fotografia, representaram a situação com um triângulo equilátero. Recorrer a essa estratégia de resolução acontece, provavelmente porque, eles têm conhecimento das medidas de cada ângulo interno de um triângulo equilátero e a partir do triângulo equilátero trabalharam com um triângulo retângulo para solucionar o problema proposto por meio dos usos das razões trigonométricas.

Considerações finais

[5] Fazemos essa afirmação, pois essa atividade foi desenvolvida pelo primeiro autor do artigo que também era professor da turma.

ISSN: 2526-8899

Nesse trabalho apresentamos o resultado de uma investigação realizada com alunos da Educação Básica de uma escola pública do Paraná a respeito do Problema: *Estimar a altura de um local escolhido (por eles) por meio de uma fotografia*.

A investigação realizada teve como objetivo olhar para o modo como os alunos lidam com esse problema, com isso fizemos uso de dois conceitos da Filosofia de Wittgenstein Ver como e Jogos de linguagem.

Os jogos de linguagem da Modelagem e da Matemática oportunizaram usar os conceitos de proporção e das razões trigonométricas no triângulo retângulo como estratégia para a resolução do problema. A compreensão deste jogo de linguagem exigiu o domínio de técnicas, aprendizagem das regras.

O problema proposto deu a oportunidade aos alunos de verem diferentes modos de resolução, isso mostra que o domínio de técnicas e uso de regras que possibilitam aos alunos interpretar, pensar a respeito do problema que queriam resolver.

Uma das nossas intenções com essa atividade, enquanto professores desses alunos, era que eles tivessem a oportunidade de utilizar o conceito matemático de trigonometria no triângulo retângulo como estratégia para estimar a altura do local escolhido por eles com o auxílio de uma fotografia. Nas palavras de Wittgenstein, não adianta ensinar a regra e esperar que os alunos vejam a possibilidade de aplicá-la em outros contextos.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação.** Portugal: Porto Editora, 1994.

GOTTSCHALK, C. M. C. A Natureza do Conhecimento Matemático sob a Perspectiva de Wittgenstein: algumas implicações educacionais. **Cadernos de História e Filosofia da Ciência**, Campinas, v. 14, n. 2, p. 305-334, jul.-dez. 2004.

GOTTSCHALK, C. M. C. Ver e ver como na construção do conhecimento matemático. In: IMAGUIRE, Guido; MONTENEGRO, Maria Aparecida; PEQUENO, Tarcísio (Org.). **Colóquio Wittgenstein.** Fortaleza: Edições UFC, 2006, pp. 73-93.

GOTTSCHALK, C. M. C. Educational implications of some of wittgenstein's remarks on mathematics: proposition, inference and proof. **Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**, SBEM, v. 4, n. 2, p. 36-51, 2014.

ISSN: 2526-8899

JASTROW, J. **Fact and fable in psychology.** London: Macmillan, 1901.

MERLI, R. F. **Modelos clássico e fuzzy na educação matemática**: um olhar sobre o uso da linguagem. 2012. 154 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2012.

SEKI, J.T.P. **MODELAGEM MATEMÁTICA, COMPREENSÃO E LINGUAGEM: INTERLOCUÇÕES FUNDAMENTADOS NA FILOSOFIA DE WITTGENSTEIN**. 2019.150F. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, 2019.

SILVEIRA, M. R. A. **Aplicação e interpretação de regras matemáticas**. Educação Matemática Pesquisa, São Paulo, v.10, n.1, p. 93-113, 2008.

SILVA, P. V.; SILVEIRA, M. R. A. O ver-como wittgensteiniano e suas implicações para a aprendizagem da Matemática: um ensaio. **Boletim Online de Educação Matemática**, Joinville, v.2. n.3, p. 17-34, ago./dez. 2014.

SILVEIRA, M.R.A **Matemática, discurso e linguagens:** contribuições para a Educação Matemática. São Paulo: Livraria da Física, 2015. 305 p.

SOUSA, B.N.P.A. **A Matemática em atividades de modelagem matemática: uma perspectiva wittgensteiniana.** 2017. 316f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, 2017.

SOUZA, E. G. **A aprendizagem matemática na modelagem matemática**. Tese (Doutorado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) - Universidade Federal da Bahia, Instituto de Física. Universidade Estadual de Feira de Santana, Salvador, 2012.

SOUZA, H.C.T.de. Um olhar sobre o fazer modelagem matemática à luz da filosofia de Wittgenstein. 2018. 210f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2018.

TORTOLA, E. **Os usos da linguagem em atividades de modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2012. 168 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2012.

TORTOLA, E. **Configurações de Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2016. 304f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

ISSN: 2526-8899

WITTGENSTEIN, L. **Investigações Filosóficas**. 9. ed. Petrópolis: Vozes; Bragança Paulista: Editora Universitária São Francisco, 2016.

ISSN: 2526-8899

HISTÓRIA DOS SISTEMAS DE NUMERAÇÃO: uma análise nos livros dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental I da rede pública do município de Assaí

Thayane France Pereira[1]

Marlize Spagolla Bernardelli[2]

Simone Luccas[3]

Resumo

O trabalho busca analisar como o princípio da contagem e a história dos sistemas de numeração está presente nos livros dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental I, do 1º ao 5º ano da rede pública do município de Assaí. Essa análise poderá ampliar e motivar o olhar dos professores em relação a este assunto de relevância para os conceitos matemáticos. Nesse sentido, o presente trabalho teve como encaminhamento metodológico a análise de conteúdo, que foi realizado a pré-análise, a exploração do material e interpretação dos resultados. Na pré-análise foi realizada a escolha do material em seguida observações e leituras, para o levantamento de hipóteses. Na exploração do material organizou-se um quadro com os conteúdos apresentados nos livros. A última fase foi a interpretação do que constava nos livros realizamos a descrição dos conteúdos abordados, relacionando com a literatura. Os resultados dos livros didáticos analisados evidenciaram que o princípio da contagem e o conteúdo histórico dos sistemas de numeração são apresentados superficialmente. Em contrapartida restam aos professores buscarem outros recursos didáticos que abordem esse assunto, e com o uso da tendência metodológica, história da Matemática, possam trabalhar historicamente o princípio da contagem e os sistemas de numeração. Assim, ressaltamos a importância em abordar esse tema com os alunos nos anos iniciais.

Palavras-chave: História da Matemática; Anos Iniciais do Ensino Fundamental I; Sistemas de Numeração; Análise de conteúdo; Livros didáticos;

Abstract

HISTORY OF NUMBERING SYSTEMS: an analysis in the books of Initiatives of Elementary Education of the Public Network of the Municipality of Assaí

The paper aims to analyze how the counting principle and the history of numbering systems are present in the books of the Initial Years of Elementary School I, from the 1st to 5th year of the public network of the municipality of Assaí. This analysis may broaden and motivate the teachers' view of this subject of relevance to mathematical concepts. In this sense, the present work had as a methodological approach the content analysis, which was carried out the pre-analysis, the exploration of the material and interpretation of the results. In the pre-analysis the

[1] Mestranda do Programa de Pós-Graduação em Ensino da Universidade Estadual do Norte do Paraná PPGEN-UENP. Professora dos Anos Iniciais do Fundamental I no município de Assaí. any_enayaht@hotmail.com
[2] Doutora pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina UEL. Mestre em Educação pela UENP. Docente e pesquisadora no PPGEN-UENP marlizespagolla@uenp.edu.br
[3] Doutora e Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática UEL. Docente efetiva da UENP, vice coordenadora e docente do PPGEN-UENP. simoneluccas@uenp.edu.br

ISSN: 2526-8899

choice of material was made, followed by observations and readings, for the hypothesis analysis. In the exploration of the material a picture was organized with the contents presented in the books. The last phase was the interpretation of what was included in the books we carried out the description of the contents addressed, relating to the literature. The results of the textbooks analyzed showed that the counting principle and the historical content of the numbering systems are presented superficially. On the other hand, it is still up to the teachers to seek other didactic resources that approach this subject, and with the use of the methodological tendency, history of Mathematics, can work historically the principle of counting and the numbering systems. Thus, we emphasize the importance of addressing this topic with students in the early years.

Keywords: History of Mathematics; Early Years of Primary Education I; Numbering Systems; Content analysis; Didatic books

Introdução

No decorrer do ensino a história é usada como uma estratégia em várias disciplinas, assim como na Matemática o uso da história, é uma tendência metodológica bem vista, pois a compreensão do passado auxilia na interpretação do presente. A história da Matemática é uma das tendências metodológicas que as Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica, propõem para fundamentar a prática docente.

> É importante entender a história da Matemática no contexto da prática escolar como componente necessário de um dos objetivos primordiais da disciplina, qual seja, que os estudantes compreendam a natureza da Matemática e sua relevância na vida da humanidade. (PARANÁ, 2008, p.66).

Esse trabalho é uma análise dos livros dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental I, na rede pública municipal de Assaí, que tem por objetivo identificar como o uso da História da Matemática está inserido ao conteúdo acerca dos Sistemas de Numeração do 1º ao 5º ano.

O tema é abordado nos livros superficialmente, essa análise poderá ampliar e motivar o olhar dos professores em relação a este assunto de importância para conceitos matemáticos, relacionando as operações básicas, assim como diz MORETTI (1999) "O entendimento do funcionamento dos sistemas de numeração é fundamental na compreensão dos algarismos e mesmo na realização das operações básicas". (p.27).

História da Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental I

ISSN: 2526-8899

Os números estão presentes em quase tudo, é só observarmos quantas vezes utilizamos no dia a dia, é quase que impossível imaginar no nosso cotidiano sem os números.

> O uso dos algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0 nos parecem em geral tão evidentes que chegamos quase a considerá-lo como uma aptidão inata do ser humano, como algo que lhe aconteceria do mesmo modo que andar e falar. (IFRAH, 2005, p. 9).

Mas nem sempre foi assim, segundo registros povos antigos utilizaram modelos de contagem usando o sentido numérico que é a capacidade de distinguir pequenas quantidades, além do uso de pedras para contar animais, cada pedra significava um animal. Cada sociedade mediante suas necessidades desenvolveram o seu modo de contar passando por várias transformações e aperfeiçoamentos até chegar ao sistema indo-arábico o mais utilizado.

> E também uma história completamente anônima apesar da importância das invenções feito por e para as coletividades, ela não concedeu certificado. (IFRAH, 2005, p. 11).

No entanto, o surgimento histórico do princípio da contagem é mais antigo do que se imagina, sabe-se que ao longo dos anos surgiu a necessidade de contar, então cada povo de maneira distinta com suas características e utilidade iniciaram o que hoje chamamos de Matemática essa que é moldada até os dias atuais.

A disciplina de Matemática, nas escolas é temida por alguns alunos, pois já trazem consigo um pré-conceito da disciplina. Os alunos já sabem contar, mesmo sem saber o conceito, sabem que existem quantidades, códigos, medidas, idade, entre outras noções importantes para que o professor inicie seu trabalho com esse conhecimento empírico.

> Pesquisas na área da Educação Matemática apontam que o trabalho com os números e com o sistema de numeração na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental é muito importante, isso porque se a criança não souber contar e não compreender as regularidades do sistema de numeração decimal, não irá operar, isto é, calcular, já que para resolver algumas situações-problema a contagem poderá ser sua única estratégia. (CARVALHO, 2010, p. 32).

Nos anos iniciais percebemos que as crianças utilizam os dedos para representar a idade, e realizar as primeiras contagens, esse é o extinto do princípio da contagem do qual aconteceu

ISSN: 2526-8899

naturalmente na história da Matemática, por isso a necessidade da compreensão historicamente dos números, para ensinar.

Quando as crianças se apropriam dos números, elas percorrem historicamente o que aconteceu com a criação do sistema de numeração, com isso, cada vez mais a prática da história da Matemática deve se fazer presente na sala de aula, assim como cita Carvalho (2010) "é essencial propor aos alunos atividades que favoreçam a contagem simples por correspondência termo a termo e também o desenvolvimento da ideia da composição aditiva, a fim de que entendam o sistema de numeração". (CARVALHO, 2010, p.24).

Com essa valorização da história dos sistemas de numeração além de resgatar pontos importantes, os alunos irão se familiarizando com o conceito dos números, sem a necessidade de uma decoração mecânica.

Encaminhamentos Metodológicos

Com objetivo de analisar os livros dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental I, na rede pública municipal de Assaí, identificando como a história da Matemática está inserida no conteúdo acerca dos Sistemas de Numeração do 1º ao 5º ano, utilizou-se a análise de conteúdo que segundo Bardin (1991) a análise do conteúdo é composta por fases e essas se organizam em três polos "1. A pré-análise; 2. A exploração do material; e, por fim, 3. O tratamento dos resultados: a inferência e a interpretação" (p.121).

Na primeira fase, pré-análise, foram realizadas leituras superficiais e a escolha dos livros adotados na rede pública do município de Assaí do 1º ao 5º ano, que pertencem à mesma coleção com o título: A conquista da Matemática.

Na segunda fase, exploração do material da análise, procurou-se identificar se esses livros apresentavam o princípio histórico da contagem e os conteúdos históricos acerca dos sistemas de numeração.

O tratamento dos resultados indica a terceira fase, do qual foi realizado o quadro com as informações dos conteúdos presentes nos livros a respeito dos sistemas de numeração, em seguida descrevemos com detalhes a respeito dos conteúdos relacionando com a literatura.

A tabela abaixo indica quais são esses livros, com suas respectivas informações, legenda, turma, título, autores, editora, edição, ano e ISBN.

ISSN: 2526-8899

Tabela 1- Livros didáticos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental I utilizados na rede pública no município de Assaí.

Livro/ Leg.	Turma	Título	Autores	Editora	Edição	Ano	ISBN (aluno)
L1	1º Ano	A conquista da Matemática	José Ruy Giovanni Jr.	FTD S.A	1. ed.	2014	978-85-322-9446-3
L2	2º Ano	A conquista da Matemática	José Ruy Giovanni Jr.	FTD S.A	1. ed.	2014	978-85-322-9451-7
L3	3º Ano	A conquista da Matemática	José Ruy Giovanni Jr.	FTD S.A	1. ed.	2014	978-85-322-9456-2
L4	4ºAno	A conquista da Matemática	José Ruy Giovanni Jr.	FTD S.A	1. ed.	2014	978-85-322-9461-6
L5	5 º Ano	A conquista da Matemática	José Ruy Giovanni Jr.	FTD S.A	1. ed.	2014	978-85-322-9466-1

Fonte: As autoras (2019)

Após a escolha do material a segunda fase da análise foi a exploração do mesmo~~,~~ realizada por meio de leituras, identificando se apresentavam o princípio histórico da contagem, e a história dos sistemas de numeração. Os resultados serão apresentados de maneira descritiva e em seguida uma tabela, especificando, o livro, e qual conteúdo abordado.

Análise e Resultados

Para análise dos dados, procuramos seguir os passos propostos por Bardin. Na pré análise elaboramos a tabela 1 com as informações dos livros selecionados para a análise. Após a escolha do material, foram realizadas leituras superficiais e levantamento de hipóteses.

A segunda fase trata-se da exploração do material, do qual foi realizada minuciosamente a leitura de todos os livros verificando quais continham a presença do princípio da contagem e os sistemas de numeração.

Para o tratamento dos resultados a terceira fase da análise, realizamos o quadro 1 que aborda a exploração do material a respeito do princípio da contagem e quais sistemas de numeração estão presente em cada livro, em seguida é descrito detalhadamente o que contém em cada livro a fim de relacionar os fatos históricos ocorridos pertinentes aos nossos conhecimentos, com base na literatura.

ISSN: 2526-8899

Quadro 1- Conteúdo de sistemas de numeração abordado nos livros.

		Sistemas de Numeração					
Livro	Princípio da contagem	Indo Arábico	Egípcios	Romano	Maia	Babilônio	Chineses
1º	**X**	**X**					
2º		**X**					
3º	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	
4º		**X**		**X**			
5º	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**		

Fonte: As autoras (2019)

No **L1** é apresentado o princípio da contagem por meio de uma problematização com imagem ilustrativa usando da história da Matemática, a problemática corresponde à relação um a um que o homem usava ao contar seus animais e fazer correspondência a uma pedra**.** O sistema de numeração decimal indo-arábico também é exposto, mas sem conteúdo histórico. Segundo Imenes "A palavra cálculo originou-se da palavra latina calculus, que significa 'pedrinha'. Esssa deve ser a origem da palavra calcular: contar pedrinhas" (IMENES, 1989, p.15)

No **L2** não é apresentado nada relacionada a história dos sistemas de numeração, apenas o sistema indo-arábico, sem sua história.

No **L3** são apresentados os símbolos dos sistemas de numeração dos: indo-arábicos, egípcios, romanos, maias e babilônios, só não é apresentado símbolos do sistema de numeração dos chineses. O conteúdo inicial é o sistema de numeração decimal, um pequeno trecho histórico desse sistema dizendo que os seres humanos realizavam contagem, com uso de pedras, nós em cordas, marcas em pedaços de madeira e ossos e com tempo começou a usar símbolos. Em seguida de maneira considerável é apresentada a história dos símbolos indo-arábicos ou algarismos, junto com uma imagem da localização dos hindus, e imagem em que Al-Khwarizmi trabalhou como tradutor de livros de matemática hindu para a língua árabe.

> No contato com os indianos, os árabes assimilaram o sistema de numeração decimal posicional. Ao invadirem a Europa, por volta do século VIII, para lá levaram essa representação dos números. Por terem árabes, dessa forma, difundido o sistema numérico indiano, ele passou a ser conhecido como indo-arábico. (IMENES, 1989, p.38).

ISSN: 2526-8899

Na página vinte e um é descrito como os seres humanos realizavam contagem, fazendo marcas em pedaços de madeira, entre outros, e que os dedos das mãos favoreceram a contagem por agrupamento, que em vez de contar um por um contavam de dez em dez, e foto de uma caverna com pinturas nas paredes com o registro das mãos. Segundo EVES “Como os dedos do homem constituíam um dispositivo de correspondência conveniente, não é de estranhar que o 10 tornasse frequentemente o número *b* da base” (p.27).

No **L4** aborda somente o sistema de numeração indo-arábico e o sistema de numeração romano, há outros exemplos, mas apenas em um jogo de tabuleiro com nome o “Sábio dos Números” esse jogo consiste em uma trilha com informações aos sistemas de numeração, envolvendo entre eles o sistema de numeração Romano, Indo-arábico, Egípcio, da antiga Mesopotâmia, e o Maia. Na página onze é apresentada a numeração romana, com uma breve explicação histórica e as regras deste sistema. Na página dezesseis é superficialmente apresentado o relato histórico do sistema de numeração decimal. É brevemente citado pela civilização inca que utilizava um sistema muito preciso, denominado “quipu”, que significa ‘nó”, eles faziam nós nas cordas para representação da contagem.

> Para os árabes, as cordinhas de nós serviram, durante muito tempo, mas não apenas para a enumeração concreta, mas também para os contratos e os recibos, ou ainda como sistema de arquivos administrativos. (IFRAH, 2005, p.102).

No **L5** contém o princípio da contagem e os sistemas de numeração, dos egípcios, maias, romanos, e indo-arábico. O livro faz um breve relato acerca da necessidade dos seres humanos a criar símbolos. É exposto o sistema de numeração dos egípcios e dos maias, os seus símbolos e usos, bem como as atividades além da imagem da localização no mapa. O sistema de numeração dos romanos apresenta a localização do Império Romano, os símbolos que utilizavam, as regras para a utilização desses símbolos, quais lugares eram encontrados esses números e quais as atividades usando esse sistema de numeração.

Segundo IMENES (1989) com a vida urbana se intensificando cada vez mais, a necessidade de um sistema prático foi cada vez aumentando.

> “O aparecimento de um sistema de numeração mais eficiente, que permitiu escrever os números e calcular com eles de forma mais simples e rápida, tornou ultrapassados os outros sistemas”. (IMENES, 1989, p.46).

ISSN: 2526-8899

No sistema de numeração indo-arábico são apresentados seus símbolos, um mapa da localização dos árabes, e as transformações que esses símbolos passaram, finalizando a unidade com uma atividade de interpretação entre os diferentes sistemas de numeração.

Considerações

A análise exposta realizada nos livros didáticos dos Anos iniciais do Ensino Fundamental I da rede pública do município de Assaí permite inferir que o princípio da contagem e a história dos sistemas de numeração não estão evidenciados com a devida relevância, vale ressaltar que segundo Moretti (1999) “A história dos sistemas de numeração é muito, rica ela acompanha a própria história antiga da humanidade em milhares de anos” (p. 14).

O conteúdo presente, nos livros analisados está de forma superficial, e não contém o básico da história que seria o princípio da contagem. Sabe- se que o livro didático é um suporte teórico aos professores, mas que poderiam ser explorados pelos autores no sentido de explicitar as principais características da história dos sistemas de numeração, envolver um conteúdo que é familiar aos alunos a fim de que ela seja um exemplo de aprendizagem útil a eles.

É possível que os autores deixem a cargo do professor, pois há vários conceitos que os autores desconhecem e/ou não atribuem à devida importância, cabe ao professor em sala de aula dar maior atenção às dificuldades que os alunos apresentam, e recorrer a outros recursos, que favoreçam positivamente a aprendizagem.

Uma das alternativas seria durante a aprendizagem do princípio da contagem, envolver os alunos historicamente com os sistemas de numeração, facilitar a compreensão por um todo do aluno, apresentar possibilidades de atividades que levem os alunos a pensarem historicamente como surgiram os números, dessa forma, os alunos são incentivados a pensar e a elaborar suas próprias conclusões.

Os livros didáticos são apenas um apoio e não o guia no ensino e aprendizagem dos professores e alunos, cabe ao professor buscar conteúdos históricos, uma metodologia que se faça a partir da interação constante com os alunos, além de reconhecer as dificuldades que eles apresentam. O professor é o principal agente na construção de ensino, cabendo a ele ser mais criativo, dar suporte as situações em que os alunos resolvem e/ou elaboram problemas e

ISSN: 2526-8899

constroem hipóteses. Dessa forma, o trabalho dos professores passa a ter um peso no ambiente escolar, de não deixar que o livro didático torne a aula apenas teórica, e promover concomitantemente com o livro didático, discussões e debates, fazendo seus alunos críticos ao mundo a sua volta.

Desse modo, foi de grande eficácia a utilização da metodologia de análise de conteúdo para melhor compreensão dos fatos, pois com ela foi possível notar, que os livros estão apresentando superficialmente conteúdos históricos dos sistemas de numeração, do qual deveria ser mais explorado. Acreditamos que a análise feita acima pode ser um ponto de desafio para novos estudos nessa área.

Referências

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. Trad. Luiz Antero Reto e Augusto Pinheiro, Lisboa: Edições 70, 2002.

CARVALHO, M. **Números**: conceitos e atividades para Educação Infantil e Ensino Fundamental I. Petrópolis- RJ: Vozes, 2010.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Campinas: Editora da Unicamp, 2004.

IFRAH, Georges. **Os números**: a história de uma grande evolução. 11º edição. Vol.5. São Paulo: Globo, 2005.

IMENES, L. M. **Os números na história da civilização**. São Paulo: Scipione, 1989

MORETTI, M. T. **Dos sistemas de numeração ás operações básicas com números naturais**. Florianópolis: Editora da UFSC, 1999.

PARANÁ. **Diretrizes Curriculares Estaduais de Matemática**, SEED, Curitiba: 2008.

ISSN: 2526-8899

ENSINO FUNDAMENTAL I: METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS EM AULAS DE MATEMÁTICA

Cláudia Cristina Figueiredo Alves do Couto [1]

Edinéya Miguel Pereira [2]

Annecy Tojeiro Giordani[3]

Resumo

O estudo objetivou investigar como os professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental I tem utilizado a metodologia da Resolução de Problemas nas aulas de matemática, assim como identificar quais procedimentos e métodos são selecionados por eles na abordagem desta metodologia. Também, foi averiguado se durante sua formação inicial e/ou continuada foram preparados para utilizar a Resolução de Problemas enquanto abordagem metodológica. Para tanto, realizou-se primeiramente uma busca por referenciais teóricos que subsidiassem a análise e em seguida uma pesquisa qualitativa com professores do Ensino Fundamental I. Como instrumento de coleta de dados, foi aplicado um questionário o qual, foi analisado e categorizado conforme a Análise de Conteúdo proposta por Bardin. Foram coletadas informações acerca da capacitação inicial e/ou continuada dos professores assim como, de que forma selecionam e aplicam esta metodologia e, compreendem seu papel neste processo. Os resultados demonstraram que todos os professores utilizam a Resolução de Problemas em sala, mas desconhecem os métodos e etapas desta metodologia ativa, propostos por estudiosos na área da Educação Matemática.

Palavras-chave: Resolução de Problemas; Matemática; Análise de Conteúdo.

Abstract

The study aimed to investigate how the teachers of the early years of Elementary School I have used the methodology of Problem Solving in mathematics, as well as identify which procedures and methods are selected by them in the approach this methodology. Also, it was examined if during your initial training and/or continuing were prepared for use while Solving methodological approach. To do so, first a search for theoretical references that subsidize the cost analysis and then a qualitative research with teachers of Elementary School I. As data collection instrument, a questionnaire was applied which was analyzed and categorized according to Content Analysis proposed by Bardin. We collected information on initial training

[1] Estudante do Programa de Pós-Graduação em Ensino – Mestrado Profissional - Universidade Estadual do Norte do Paraná (UENP). E-mail: claudia.couto70@gmail.com

[2] Estudante do Programa de Pós-Graduação em Ensino – Mestrado Profissional - Universidade Estadual do Norte do Paraná (UENP). E-mail: edy.mp@hotmail.com

[3] Professora Permanente do Programa de Pós-Graduação em Ensino – Mestrado Profissional – Universidade Estadual do Norte do Paraná (UENP). E-mail: aneccy@uenp.edu.br

ISSN: 2526-8899

and/or continuing teachers as well as how select and apply this methodology and understand your role in this process. The results showed that all teachers use Problem Solving in class, but unaware of the methods and steps in this methodology, proposed by scholars in the area of Mathematics Education.

Keywords: Problem Solving; Mathematics; Content Analysis.

Introdução

Conforme fundamentado nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), a compreensão da metodologia de Resolução de Problemas como facilitadora no ensino de Matemática tem sido alvo de reflexão ao longo dos últimos anos. Este entendimento se revela na literatura da área de educação Matemática e em documentos oficiais que direcionam a prática docente (BRASIL, 1998).

Assim sendo, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) reconhece que os alunos devem desenvolver a habilidade de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, formulação e a Resolução de Problemas em uma variedade de contextos, portanto, pretende-se que os alunos além de resolver problemas, também sejam capazes de formular outros (BRASIL, 2018). Do mesmo modo o Referencial Curricular do Paraná enfatiza que as tendências metodológicas, entre elas, a Resolução de Problemas colabora para a aprendizagem matemática, possibilitando a interdisciplinaridade e a contextualização (PARANÁ, 2018).

Desse modo, compreendendo a relevância e a necessidade do uso de variadas metodologias e recursos para o ensino da Matemática e, ressaltando a importância da Resolução de Problemas como abordagem metodológica, o presente estudo pretende investigar como os professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental estão trabalhando esta metodologia nas aulas de Matemática; averiguar se em algum momento de sua formação inicial e/ou continuada, foram preparados para utilizarem esta estratégia no ensino de Matemática e, levantar quais os procedimentos e métodos utilizados pelos professores no encaminhamento da Resolução de Problemas em sala de aula.

Compreendendo a metodologia de Resolução de Problemas

ISSN: 2526-8899

Foi a partir de Polya, nos anos 60 que a Resolução de Problemas como uma metodologia tornou-se tema de discussões, mas sua compreensão como abordagem metodológica teve um processo mais lento sofrendo influências quanto ao seu entendimento, visto que, até a década de 70 era entendida como uma técnica para a resolução de problemas. Hoje, ela é compreendida como uma abordagem metodológica que possibilita ao aluno uma postura autônoma e crítica diante de fatos e situações.

Uma prática comum nas aulas de matemática é, sem dúvida, a aplicação da metodologia da Resolução de Problemas, embora nesse caso um dos desafios seja a abordagem dos conteúdos (PARANÁ, 2008). Isto porque, os problemas usualmente apresentados aos alunos não constituem verdadeiros problemas, não existindo assim nem um real desafio, nem a necessidade de verificá-los para validar o processo de solução (BRASIL, 1998).

Entretanto, para Dante (2011, p.12) "[...] um dos principais objetivos do ensino de matemática é fazer o aluno pensar produtivamente e, para isso, nada melhor que apresentar situações-problema que o envolvam, o desafiem e o motivem a querer resolvê-las". Além disso, o aluno deverá desenvolver a habilidade de elaborar raciocínios lógicos e fazer uso inteligente e eficaz dos recursos disponíveis, para que ele possa propor boas soluções às questões que surgem em seu dia a dia, na escola ou fora dela. Sendo assim, o professor deverá auxiliar o aluno em sua resolução e para isto, precisará desenvolver estratégias que visem estimular a capacidade investigativa dos educandos. Ainda, Dante (2011) assevera que, ensinar a resolver problemas compreende uma variedade de processos que demandam do professor atitudes de apoio e incentivo para que o aluno se aproprie dos conhecimentos necessários e não apenas de algoritmos, conceitos e habilidades.

Corroborando com esta perspectiva, Smole e Diniz (2001, p.89) ressaltam que "[...] a Resolução de Problemas corresponde a um modo de organizar o ensino o qual envolve mais que aspectos puramente metodológicos [...] corresponde a ampliar a conceituação de Resolução de Problemas como simples metodologia ou conjunto de orientações didáticas."

Vale resgatar que um problema matemático consiste em uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para se obter um resultado. Desse modo, a solução não está disponível de início, porém, é possível construí-la. Consequentemente, os conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exposição de problemas, ou seja, de situações em que alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las (BRASIL, 1998).

ISSN: 2526-8899

Compartilhando da mesma percepção, Onuchic (1999, p. 210-211) afirma que "na abordagem de Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino, o aluno tanto aprende matemática resolvendo problemas como aprende matemática para resolver problemas". Quanto a isso podemos compreender que esta abordagem não é estanque quanto à sua influência no processo de ensino e aprendizagem apenas de matemática, mas fornece o desenvolvimento de atitudes e conceitos que irão interferir de modo positivo dentro e fora do contexto escolar.

Por sua vez, Polya (1995, p.02) defende que para resolver um problema são necessários seguir as etapas: compreender o problema; traçar um plano; colocar o plano em prática e comprovar os resultados. Segundo o autor "[...] uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema", mesmo se pequeno, se desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas do aluno, esse experimentará a tensão e o sabor da descoberta.

Dante (2011) sugere que o professor trabalhe com a classe toda apresentando um problema desafiador, real e interessante, e que não seja resolvido diretamente por um ou mais algoritmos, mas dê um tempo razoável para que os alunos leiam e compreendam o problema. Além disso, que facilite a discussão entre eles ou faça perguntas para esclarecer os dados e as condições do problema, assim como, o que se pede nele. E por fim que o professor procure certificar-se de que o problema foi totalmente entendido pelos alunos, pois, é imprescindível compreender o texto para que se resolva o problema. Além disso, no entendimento de Buriasco (1999, p.49) na perspectiva da Resolução de Problemas "[...] o estudante aprende matemática para resolver problemas resolvendo problemas".

A seguir, apresentaremos uma análise de como os professores estão trabalhando a Resolução de Problemas nas aulas de matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Encaminhamentos metodológicos

A fim de investigar como professores das séries iniciais do Ensino Fundamental vem trabalhando a Resolução de Problemas em sala de aula, optou-se em realizar uma pesquisa qualitativa. A coleta de dados deu-se por meio da aplicação de um questionário com dez questões para investigar os métodos e procedimentos empregados por seis (6) professores em suas aulas de matemática. Os dados coletados foram organizados e explorados utilizando-se a Análise de Conteúdo (AC) a proposta por Bardin (2011, p.24), "[...] técnica de investigação que tem por finalidade a descrição objetiva, sistemática e quantitativa do conteúdo manifesto da

ISSN: 2526-8899

comunicação". Em seguida, os dados coletados foram organizados em categorias de análise que de acordo com a autora são rubricas ou classes agrupados segundo caracteres comuns. Portanto, consiste no momento no qual o pesquisador estabelece uma ordem nos dados adquiridos, para extrair significados desse conjunto de mensagens. Desse modo, foi possível observar quais os procedimentos que cada professor desenvolve ao utilizarem a metodologia da Resolução de Problemas em sala de aula.

Dos seis (6) professores pesquisados, quatro (4) eram do gênero feminino e dois (2) do gênero masculino. Todos professores do 5º ano do Ensino Fundamental I e de escolas municipais públicas, sendo dois (2) de Congonhinhas e quatro (4) de Ibaiti, ambas cidades do interior do estado do Paraná. Quanto a sua formação inicial somente um (1) professor possui formação acadêmica em Matemática, dois (2) são formados em Letras, um (1) em História, um (1) em Pedagogia e um (1) concluiu o Normal Superior. É importante destacar que, em ambas as instituições de ensino pesquisadas, o requisito mínimo para lecionar no Ensino Fundamental I, é que o professor tenha Formação Docente e/ou no mínimo uma Licenciatura Plena. Quanto ao tempo de atuação profissional, as respostas variaram ente 5 e 25 anos na carreira como professor no Ensino Fundamental I.

O processo de exploração do material, permitiu a sistematização e a codificação dos dados brutos presentes no *corpus*, em unidades. Para codificar as categorias e unidades foram selecionados os seguintes símbolos: P1, P2, P3, P4, P5 e P6 para distinguir os professores pesquisados; Q1, Q2, Q3, Q4, Q5, ..., Q10 para identificar cada questão do questionário e L1, L2, L3 e L4 para localizar as linhas das respostas analisadas.

Após a organização dos dados coletados identificamos os elementos contidos em cada resposta e, posteriormente aproximamos os mais semelhantes, agrupando-os em categorias com suas respectivas unidades, sendo possível estabelecer quatro (4) categorias e onze (11) unidades de análise. O tratamento dos dados foi sistematizado e apresentado em quadros com o significado de cada categoria e unidade de análise, e transcrição na íntegra de algumas expressões dos pesquisados. Cada Quadro apresenta também uma síntese referente a cada categoria e suas respectivas unidades. A análise das respostas resultou em quatro (4) categorias, a saber: 1. Capacitação para trabalhar Resolução de Problemas; 2. Objetivos e Procedimentos na seleção do problema; 3. Papel do professor e 4. Procedimentos Metodológicos.

Na categoria 1, *Capacitação para trabalhar Resolução de Problemas*, foi analisado se os professores receberam capacitação durante sua formação inicial para trabalharem a

ISSN: 2526-8899

Resolução de Problemas nas aulas de matemática. Foram então, estabelecidas duas (2) unidades efetivas de análise, inseridas no Quadro 1, a seguir:

Quadro 1 – Capacitação para trabalhar Resolução de Problemas

Categoria 1	Unidade prévia	Unidade efetiva de análise
Capacitação para trabalhar Resolução de Problemas	Receberam	Receberam
	Não receberam	Não receberam
Unidade efetiva: *Receberam*	"Sim" (P5, Q9); "Sim, fazendo as capacitações pedagógicas realizadas anualmente" (P6, Q9).	
Unidade efetiva: *Não receberam*	"Não" (P1, P3, Q9); "Durante a minha carreira nunca recebi um treinamento específico para trabalhar a resolução de problemas" (P2, Q9); "Nenhuma preparação específica" (P4, Q9).	
Síntese das unidades: Somente P5 e P6 (2 = 33%) responderam que receberam uma capacitação acadêmica. Os professores P1, P2, P3 e P4 (4 = 67%) afirmaram não terem recebido uma capacitação que os ensinasse a trabalhar a Resolução de Problemas no ensino de matemática.		

Fonte: as autoras (2019)

Na categoria 2, *Objetivos e procedimentos na seleção do problema*, procurou-se investigar os objetivos e procedimentos que os professores utilizam para selecionar os problemas trabalharão em sala de aula. Foram identificadas quatro (4) unidades efetivas de análise, conforme mostra o Quadro 2:

Quadro 2 – Objetivos e Procedimentos na seleção do problema

Categoria 2	Unidade prévia	Unidade efetiva de análise
Objetivos e Procedimentos na seleção do problema	Problemas contextualizados	Problemas contextualizados
	Desenvolvimento do raciocínio	Desenvolvimento do raciocínio
	Ligação da Resolução de Problemas com o conteúdo	Ligação da Resolução de Problemas com o conteúdo
	Nível de conhecimento dos alunos	Nível de conhecimento dos alunos
Unidade efetiva: *Problemas contextualizados*	"Interligar o estudo da matemática com o cotidiano" (P1, Q1, L1); "Contextualizar as operações matemáticas (P3, Q1, L2); "Trabalhar questões do dia-a-dia do aluno" (P5, Q1, L1); "Facilitar as (questões) da vida cotidiana do educando" (P6, Q1).	
Unidade efetiva: *Desenvolvimento do raciocínio*	"Desenvolvimento e exercício do raciocínio (P1, P2, P4, P5, Q1)	
Unidade efetiva: *Ligação da Resolução de Problemas com o conteúdo*	"Desafios que envolvam conteúdos já trabalhados" (P1, Q4); "As situações problemas são geralmente ligadas a conteúdos já trabalhados previamente [...]" (P1, Q10, L1); "Problema de acordo com o conteúdo" (P2, P3, P4, Q4).	
Unidade efetiva: *Nível de conhecimento dos alunos*	"Dentro do nível de conhecimento dos alunos" (P4, Q4); "De acordo com rendimento da turma" (P5, Q4); "Observo as dificuldades dos alunos" (P6, Q4, L1).	
Síntese das unidades: Quanto aos objetivos e procedimentos na seleção de problema, os professores P1, P3, P5 e P6 (4 = 27%), relataram que selecionam problemas contextualizados. Além, os professores P1, P2, P4 e P5 (4 = 27%), disseram também selecionar problemas que favoreçam o desenvolvimento do raciocínio dos alunos. A seleção de problemas que faça ligação com o conteúdo trabalhado em sala de aula, também é um procedimento utilizado pelos professores P1, P2, P3 e P4 (4 = 27%). Selecionar problemas de acordo com o nível de conhecimentos dos alunos, é outra prática desenvolvida pelos professores P4, P5 e P6 (3 = 19%).		

ISSN: 2526-8899

Fonte: as autoras (2019)

Na categoria 3, *Papel do professor,* foi identificada a postura do professor durante o trabalho de Resolução de Problemas, resultando assim em duas (2) unidades efetivas, conforme o Quadro 3, a seguir:

Quadro 3 – Papel do professor

Categoria 3	**Unidade prévia**	**Unidade efetiva de análise**
Papel do professor	Transmissor	Orientador
	Orientador	Motivador/Questionador
	Motivador/Questionador	
Unidade efetiva: *Orientador*	"Meu papel é orientar e levá-los a uma resolução fácil e sem dúvidas" (P2,Q8); "Atendimento individual ao aluno" (P1 e P4, Q8).	
Unidade efetiva: *Motivador/ Questionador*	"O meu papel é de incentivador, desafiador e claro o de intermediador, em especial aos alunos que apresentam dificuldade" (P3, Q8); "Motivar os alunos com perguntas; incentivá-los com exemplos semelhantes [...]" (P5, Q8); "Questionar para que os alunos se sintam motivados a resolver os problemas propostos" (P6, Q8)	
Síntese das unidades: Durante o trabalho de Resolução de Problemas os professores P1, P2 e P4 (3=50%), desempenharam a postura de orientador. Já, os professores P3, P5 e P6 (3=50%), informaram assumirem postura de um professor motivador e questionador.		

Fonte: as autoras (2019)

A categoria 4, *Procedimentos metodológicos*, reúne os procedimentos metodológicos desempenhados pelos professores no trabalho de Resolução de Problemas em suas aulas de matemática, evidenciando assim, como eles planejam uma aula. Foram identificadas nessa categoria, cinco (5) unidades prévias, sendo reconhecidas três (3) unidades efetivas de análise, apresentadas abaixo no Quadro 4:

Quadro 4- Procedimentos metodológicos

Categoria 4	**Unidades prévias**	**Unidades efetivas de análise**
Procedimentos metodológicos	Problemas no início da aula	Problemas no início da aula
	Problemas no decorrer da aula	Inicia após a explicação do conteúdo
	Problemas no final da aula	
	Inicia após a explicação do conteúdo	Não há momento específico
	Não há momento específico	
Unidade efetiva: *Problemas no início da aula*	"[...] os problemas são apresentados aos alunos. É realizada a leitura e durante a mesma, muitos já se manifestam com a solução 'descoberta'. Após essa leitura, é o tempo para que façam a resolução [...]" (P4, Q10, L2)	
Unidade efetiva: *Inicia após a explicação do conteúdo*	"Frequentemente, envolvendo os conteúdos" (P3, Q6); "As situações problemas são geralmente ligadas a conteúdos já trabalhados previamente" (P1, Q10, L1)	
Unidade efetiva: *Não há momento específico*	"Não há momento específico; as vezes no início da aula, as vezes no final" (P5, Q6); "[...] depende muito do conteúdo que está sendo trabalhado" (P5, Q10, L2); "Não tem momento específico" (P6, Q6)	
Síntese das unidades: Quanto aos procedimentos metodológicos desempenhados pelos professores no trabalho com a Resolução de Problemas, P4 (1=17%) afirmou iniciar a aula com um problema, realizando então, uma		

ISSN: 2526-8899

leitura coletiva de modo a favorecer o surgimento de estratégias de resolução. Já os professores P1, P2 e P3 (3=50%) disseram aplicar os problemas após a explicação dos conteúdos e P5 e P6 (2=33%) afirmaram não ter um momento específico para trabalharem os problemas nas aulas, dependendo muito do conteúdo abordado.

Fonte: as autoras (2019).

Resultados

Considerando a formação inicial e continuada dos professores, suas respostas apontam que a maioria não foi capacitada para trabalhar a metodologia da Resolução de Problemas na disciplina de matemática. Entretanto, vale resgatar que a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (2018) além de uma formação inicial consistente ressaltam a necessidade de processos permanentes de formação e aperfeiçoamento que irão refletir no processo de ensino e aprendizagem.

A partir deste entendimento, é imprescindível a efetivação de ações que favoreçam a formação continuada de modo consistente, devendo ser compreendidas como auxiliares na formação e na prática docente para melhor desempenho em sala de aula e, consequentemente, para obtenção de resultados mais satisfatórios no processo ensino e aprendizagem. Deste modo, quando analisados os objetivos e procedimentos utilizados pelos professores pesquisados na seleção dos problemas, foi constado que, esta seleção ocorre de maneiras variadas e em sua maioria, com o objetivo de desenvolver o raciocínio e relacioná-lo ao conteúdo trabalhado. Assim, mesmo reconhecendo a importância do uso da Resolução de Problemas em sala de aula, seja para fixar conteúdos, para aplicar em situações do cotidiano ou para desenvolver o raciocínio, nenhum professor participante desta pesquisa forneceu informações acerca de estimular o aluno a criar estratégias de resolução ou utilizar-se desta metodologia para enriquecer suas aulas.

Quanto ao papel do professor e a postura adotada durante o trabalho com a Resolução de Problemas, Dante (2011) ressalta que na resolução de problemas o professor deve ir além de um simples orientador, mas incentivar e moderar as ideias e estratégias de resolução criadas pelos próprios alunos, encorajando-o e propiciando situações que possibilitem a produção de ideias e a construção do conhecimento. Ainda, segundo Polya (1995), cabe ao professor um papel de auxiliar os alunos nas atividades, adotando uma postura equilibrada e discreta. Deste modo, a postura de orientador por metade dos professores no processo de Resolução de Problemas confronta os pressupostos dos autores supracitados. Esses defendem a importância de instigar o aluno a criar soluções, tornando-se independente e produtor de suas ideias.

ISSN: 2526-8899

Entretanto, o professor pode ser um orientador e auxiliador, mas até o momento em que o aluno adquire e compreende os conceitos necessários para então sozinho construir suas estratégias.

Em relação aos procedimentos metodológicos desempenhados no trabalho de Resolução de Problemas nas aulas de matemática, os professores, em sua maioria, declaram utilizar os problemas de exercícios de fixação como uma metodologia auxiliar na compreensão de conteúdo. Esses, de acordo com Dante (2011), são considerados problemas do tipo padrão que tem por objetivo fixar e recordar fatos básicos e não despertam no aluno a curiosidade e nem o desafiam.

O relato de um professor definiu alguns passos utilizado por ele durante as aulas, sendo possível perceber certa aproximação com as etapas para a Resolução de Problemas apresentadas por de Polya (1995). A este respeito, o autor destaca a compreensão do problema, o estabelecimento de um plano, a execução do plano e o retrospecto da resolução visando reforçar e aperfeiçoar a capacidade dos alunos. Em contrapartida, dois dos participantes não descreveram de modo claro, quais os procedimentos metodológicos que utilizam à aplicação da Resolução de Problemas em sala de aula.

Considerações finais

Foi possível depreender que a metodologia Resolução de Problemas é abordada em sala de aula por todos os professores que participaram desta pesquisa, mas, em contrapartida, há desconhecimento sobre os métodos e etapas propostos por estudiosos na área da Educação Matemática. Assim, alguns professores a empregam de modo estanque, ou seja, apenas para fixar conteúdos e como procedimento auxiliar na sua prática pedagógica, não a utilizando para instigar o aluno a construir conhecimentos novos e articulá-los com situações cotidianas. Vale reforçar então, a necessidade de uma mudança no papel do professor, na busca de novas metodologias ativas e técnicas indispensáveis e fundamentais para enriquecer suas aulas e efetivar a aprendizagem.

A aplicação da metodologia de Resolução de Problemas tem inúmeras possibilidades para ampliar a capacidade de interpretar, analisar, construir e reconstruir conhecimentos por meio de situações cotidianas e desafiadoras. Cabe então, pensar e implementar ações efetivas e conjuntas no sentido de viabilizar sua aplicação para efetiva contribuição para a formação do professor o que consequentemente refletirá em sua prática possibilitando a formação de um

ISSN: 2526-8899

aluno crítico e reflexivo que possa argumentar, levantar hipóteses e buscar soluções construindo assim seu conhecimento.

Referências

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 2011.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Segunda versão revista. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/12/BNCC_19dez2018_site.pdf. Acesso em 10 mar. 2019.

BURIASCO. R. L.. C. **Avalição em Matemática: um estudo das respostas de alunos e professores**. Tese de Doutorado. Universidade Estadual Paulista: Campus de Marília, 1999. Disponível em: http://www.uel.br/grupo-estudo/gepema/Disserta%E7%F5es/Tese%20-%20Buriasco.pdf. Acesso em 24 out. 2017.

DANTE, L. R. **Formulação e resolução de problemas de matemática:** teoria e prática. 1. ed. São Paulo: Ática, 2011.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. **Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas**. In: Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectiva. BICUDO, M. A. Viggiani (Org).- São Paulo: Editora UNESP, 1999.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica:** Matemática**.** Paraná, 2008.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. **Referencial Curricular do Paraná:** princípios, direitos e orientações**.** Paraná, 2018. Disponível em: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/bncc/2018/referencial_curricular_parana_cee.pdf. Acesso em: 16 abr. 2019.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Tradução e adaptação de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

SMOLE, K. S.; Diniz, M. I. (Orgs.). **Ler, escrever e resolver problemas:** habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001.

ISSN: 2526-8899

POTENCIALIDADES DE UMA TAREFA MATEMÁTICA PAUTADA EM EPISÓDIOS DE RESOLUÇÃO DE TAREFAS NA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS

Maycon Odailson dos Santos da Fonseca[1]

Nélvia Santana Ramos[2]

Resumo

O presente trabalho é uma pesquisa de cunho qualitativo e investigativo, na qual apresenta a aplicação de uma tarefa na abordagem investigativa em um ambiente pautado em *episódios de resolução de tarefas* desenvolvida em uma turma de Educação de Jovens e Adultos (EJA). O objetivo de tal tarefa é de apresentar uma analise das potencialidades de uma tarefa matemática em um ambiente pautado em tal abordagem, ou seja, a demanda cognitiva por trás da tarefa proposta. O desenvolvimento do conceito tem inicio desde a sua proposição (elaboração da tarefa) e de seu desenvolvimento em sala, corroborando para a antecipação de estratégias de resolução, bem como, gerar novas indagações conceituais. A tarefa apresentada foi trabalhada após aplicação de tarefas anteriores (episódios) sobre o círculo trigonométrico, em seu desenvolver buscou que os alunos trabalhassem em grupos com a tarefa proposta, para assim gerar discussões para a matematização de sua resolução e a assimilação dos conteúdos abordados nas tarefas anteriores. Por fim, analisando os resultados apresentados de sua aplicação fora evidenciado que a mesma tem potencialidades de ser reformulada para a abordagem de novos conceitos que discorram de sua aplicação, além de indagações a ser elencadas pelo professor em sua aplicação, na qual elenca novas estratégias e relações conceituais que possam ser propiciadas.

Palavras-chave: Episódios de Resolução de Tarefas; Ambiente de Aprendizagem; Tarefas Matemáticas; Educação de Jovens e Adultos.

Abstract

The present qualitative and investigative work presents the application of a task in the investigative approach in a setting based on episodes of task resolution developed in a group of Youth and Adult Education (EJA). The objective of this task is to present an analysis of the potentialities of a mathematical task in an environment based on such an approach, that is, the cognitive demand behind the proposed task. The development of the concept starts from its proposition (elaboration of the task) and its development in the classroom, in which it corroborates for the anticipation of strategies of resolution, as well as, to generate new conceptual inquiries. The task presented was developed after the application of previous tasks (episodes) on the trigonometric circle, in its development, the students worked in groups with the proposed task, to generate discussions for the mathematization of their resolution and the

[1] Secretaria de Estado de Educação, Esporte e Lazer - SEDUC/MT. maycon.odailson@gmail.com.
[2] Colégio ECEL. nelvia_ramos@hotmail.com.

ISSN: 2526-8899

assimilation of the contents covered in the tasks. Finally, analyzing the presented results of its application was evidenced that it has the potential to be reformulated to approach new concepts that discuss its application, besides questions to be listed by the teacher in its application, in which new strategies and strategies are presented. conceptual relationships that can be fostered.

Keywords: Shift Problem Lessons; Learning Environment; Mathematical tasks; Youth and Adult Education.

Introdução

Ponte (2014), afirma que as tarefas matemáticas tem uma centralidade no processo de ensino e aprendizagem, na qual deve exigir a formulação, a resolução e o desenvolvimento do raciocínio matemático envolvido.

As tarefas matemáticas podem ser vistas por diferentes perspectivas como: sua natureza, suas características, estratégias para sua resolução, sua demanda cognitiva, os tipos de raciocínio requeridos para sua resolução. Nesta pesquisa, focamos o último aspecto: os níveis de demanda cognitiva das tarefas matemáticas (STEIN; SMITH, 1998, 2009).

Respaldando-se nas ideias de Freudenthal e da RME[3], Palha (2013), na forma de minimizar a lacuna entre os dois mundos das tarefas de apenas assimila e aquelas que exigem uma matematização, a autora propõe um "arranjo" de aprendizagem denominada *shift problem lessons*, que consiste em "episódios de resolução de tarefas".

Este artigo tem por objetivo apresentar uma analise das potencialidades de uma tarefa matemática em um ambiente pautado em episódios de resolução de tarefas, ou seja, demanda cognitiva por trás da tarefa proposta. Para tanto, dialogamos com uma literatura que caracteriza um ambiente de aprendizagem e tarefas matemáticas e em especial a demanda cognitiva. Em seguida, propomos transpor essa caracterização de um episódio de resolução de tarefa adaptada e, a partir daí, discutir possibilidades de encaminhamento dessa tarefa (ou adaptação) organizando o ambiente de aprendizagem voltado para resolução de tarefas.

Sobre o Ambiente de Aprendizagem pautado em Episódios de Resolução de Tarefas

[3] Matemático precursor da abordagem conhecida como Educação Matemática Realística (RME), que tem origem na Holanda no final da década de 1960. Opondo-se ao formalismo da Matemática Moderna, Freudenthal entende matemática como uma atividade natural e social cuja evolução acompanha a do indivíduo e a das necessidades de um mundo em expansão, uma atividade de organização (ou matematização).

ISSN: 2526-8899

O conceito de ambiente de aprendizagem é amplo no campo de pesquisa da educação, porém em nosso entendimento é uma caracterização que deve levar em consideração aspectos como: "estrutura da instituição, a natureza do curso, o perfil do egresso, entre outros", além de aspectos "pedagógicos e procedimentais" (BORSSOI; SILVA; FERRUZZI, 2016, p. 4).

Conforme Moreira (2007, sp.), o

> ambiente de aprendizagem escolar é um lugar previamente organizado para promover oportunidades de aprendizagem e que se constitui de forma única na medida em que é socialmente construído por alunos e professores a partir das interações que estabelecem entre si e com as demais fontes materiais e simbólicas do ambiente (MOREIRA, 2007, sp.).

Em direção as ideias apresentadas, entendemos como ambiente de aprendizagem "um conjunto de situações que envolvam os estudantes na construção e elaboração de conhecimentos na disciplina de Matemática" (RAMOS, FONSECA, TREVISAN, 2016, p. 2).

Pautados em tais ideias elencamos um esquema (Figura 1), com os pressupostos considerados na pesquisa sobre o ambiente de aprendizagem.

Figura 1 - Ambiente de aprendizagem

Fonte: (FONSECA, 2017, p. 22).

As tarefas investigativas nesta abordagem de aprendizagem enfatizam dois aspectos centrais, conforme Gravemeijer (1999, p. 34) cita:

> 1. A matemática deve começar em um nível no qual as noções e conceitos são experimentalmente reais para os alunos;
> 2. Através dos processos de orientação, organização e reflexão, os alunos construirão as relações necessárias para construir uma estrutura relacional.

ISSN: 2526-8899

Em luz a tais considerações, apoiamos na abordagem defendida por Palha (2013), Palha, Dekker, Gravemeijer e Van Hout-Wolters (2013) e Palha, Dekker, Gravemeijer (2015), na qual os autores propõem a organização de ambientes de aprendizagem para contextos reais de ensino por meio de *shift problem lessons* (o que traduzimos como episódios de resolução de tarefas).

Tal ambiente é planejado por meio da elaboração ou adaptação de tarefas matemáticas, a partir de livros didáticos ou de uma sequência de tarefas, na qual são resolvidas em grupos heterogêneos de forma colaborativa (FONSECA, TREVISAN, 2016).

Sobre as Tarefas Matemáticas

Na proposta de um ambiente de ensino pautado em episódios de resolução de tarefas, estas têm um papel fundamental na organização da dinâmica de sala de aula. Conforme Watson et al. (2013), as tarefas propiciam aos estudantes oportunidades para elaborar conceitos matemáticos, formular ideias, desenvolver estratégias, promovendo assim o pensamento matemático e oportunidade da investigação de elementos centrais.

Ponte (2014) cita que as tarefas devem valorizar a formulação e raciocínio matemático. Para ele, as tarefas matemáticas são ferramentas norteadoras essenciais para o ensino e a aprendizagem da Matemática.

Nesse sentido, Trevisan e Buriasco (2015) destacam a importância de

> [...] analisar, organizar e aplicar Matemática de forma flexível em situações que sejam significativas para eles [os estudantes], e os problemas devem ser acessíveis, convidativos, e que "valham a pena" serem resolvidos. Também devem ser desafiadores, deixando claro para os estudantes por que algo está sendo perguntado (TREVISAN; BURIASCO, 2015, p. 177).

Para Stein e Smith (2009, p. 105) "uma tarefa é definida como um segmento da actividade da sala de aula dedicada ao desenvolvimento de uma ideia matemática particular", e pode ser vista sob diferentes perspectivas: sua natureza, suas características, estratégias para sua resolução, sua demanda cognitiva, os tipos de raciocínio requeridos para sua resolução.

> [...] tarefas que pedem aos alunos a execução de um procedimento memorizado, de maneira rotineira, representam um certo tipo de oportunidade para os alunos pensarem; tarefas que exigem que os alunos pensem conceptualmente e que os estimulem a fazer conexões representam um tipo diferente de oportunidade para os alunos pensarem (STEIN; SMITH, 2009, p. 22).

ISSN: 2526-8899

Conforme as autoras há quatro tipos de demanda cognitiva de uma tarefa (memorização, procedimentos sem conexão com significados, procedimentos com conexão com significado e fazer matemática), sendo que as duas primeiras são consideradas de baixo nível, enquanto as outras duas são de alto nível cognitivo. O Quadro 1 apresenta características de cada um desses níveis, adaptadas por Cyrino e Jesus (2014).

Quadro 1 - Demanda cognitiva de tarefas matemáticas

Memorização	**Procedimento sem conexão com significados**
- envolvem ou a reprodução dos fatos aprendidos previamente, regras, fórmulas, ou a memorização de fatos, regras, fórmulas ou definições; - não podem ser resolvidas usando procedimentos porque estes não são exigidos ou porque o tempo no qual a tarefa será completada é curto para utilização de um procedimento; - não são ambíguas: tanto a questão que envolve uma reprodução exata do material visto previamente quanto o que é para ser reproduzido está claro e diretamente apresentado; - não têm conexão alguma com os conceitos ou significados que embasam os fatos, regras, fórmulas ou definições que estão sendo aprendidos ou reproduzidos.	- são algorítmicas, de modo que o uso do procedimento ou é especificamente pedido ou está evidente a partir de uma instrução prévia, experiência, ou localização da questão; - requerem uma demanda cognitiva limitada para uma conclusão bem-sucedida, e existe pequena ambiguidade sobre o que necessita ser feito e como fazê-lo; - não têm conexão com conceitos ou significados que estão por trás dos procedimentos usados inicialmente; - estão focadas na produção de respostas corretas ao invés do desenvolvimento da compreensão matemática; - não exigem explicação, ou, quando exigem, são explicações que focam, unicamente, a descrição do procedimento que foi usado.
Procedimento com conexão com significados	**Fazer Matemática**
- focam a atenção dos alunos sobre o uso de procedimentos, a fim de desenvolver, mais profundamente, os níveis de entendimento dos conceitos e ideias matemáticas; - sugerem explícita ou implicitamente caminhos a serem seguidos, que são procedimentos amplos e gerais que têm íntima conexão com as ideias conceituais; - usualmente, permitem representação em múltiplos caminhos, com diagramas visuais, manipuladores, símbolos, e situações problemas, fazendo conexões entre múltiplas representações que ajudam a desenvolver os significados; - exigem esforço cognitivo. Apesar de procedimentos gerais poderem ser seguidos, eles não podem ser seguidos sem compreensão. Os alunos precisam envolver-se com ideias conceituais que estão por trás dos procedimentos a serem seguidos para completarem a tarefa com sucesso e desenvolvendo a compreensão.	- exigem um pensamento complexo e não algorítmico, e não é sugerido explicitamente, pela tarefa, um caminho previsível, instruções para sua execução, ou um exemplo a ser seguido, que bem treinado leva à resolução da mesma; - exigem que os alunos explorem e compreendam a natureza dos conceitos matemáticos, procedimentos, ou relações; - exigem alta monitoração ou alta regulamentação de seu próprio processo cognitivo; - exigem que os alunos mobilizem conhecimentos relevantes e experiências, e façam uso apropriado destes no trabalho durante a resolução da tarefa; - exigem que os estudantes analisem a tarefa e examinem ativamente se ela pode ter possibilidades limitadas de estratégias de resoluções e soluções; - exigem um considerável esforço cognitivo e podem envolver alguns níveis de ansiedade para o aluno por não ter uma lista antecipada de processos exigidos para a solução.

Fonte: Stein e Smith (1998), adaptadas por Cyrino e Jesus (2014).

ISSN: 2526-8899

Nessa perspectiva, Trevisan, Borssoi e Elias (2015, p.3) caracterizam tarefa como um "amplo espectro composto por 'coisas a fazer' pelos estudantes em sala de aula, o que inclui desde a execução de exercícios algorítmicos construção de modelos matemáticos".

Em luz a tais considerações, reforça-se o papel das tarefas enquanto promotoras de momentos de interação e colaboração entre professor e alunos, na qual respeite e valorize sua produção, seu processo e encaminhamento, promovendo assim a aprendizagem e o desenvolvimento do conhecimento matemático.

Encaminhamentos Metodológicos e Resultados

Em nossa pesquisa, os dados foram coletados em uma turma de Ensino de Jovens e Adultos (EJA), em um período composto por 12 aulas, considerando o conteúdo de círculo trigonométrico.

O trabalho é desenvolvido em uma pesquisa qualitativa de cunho interpretativo, onde a coleta de dados foi feita por meio de fotografias do caderno do aluno, enquanto os mesmos apresentavam suas resoluções e os diálogos foram transcritos nas gravações dos áudios durante a aplicação.

Para melhor entendimento durante a aplicação da tarefa, utilizamos as legendas, **A1, A2** e **A3**, para os alunos e **E1** para os aplicadores, portanto apresentamos aqui um episódio da tarefa aplicada com os alunos.

Os alunos tinham a sua disposição o Círculo Trigonométrico e também a passagem por um episódio de tarefa (tarefa anterior) que abordava conceitos iniciais sobre o tema.

A tarefa aplicada foi a seguinte:

Figura 2 - Leia a seguinte Tirinha

ISSN: 2526-8899

Fonte: Adaptado de Rede Ceja-RJ[4]

Durante a leitura da atividade, um dos alunos questionou sobre o que Lia disse a Rui:

A1: *Ela quer a solução da equação* $sen\, x = 0{,}5$ *? Mas* $sen\, x = 0{,}5$ *não é o ângulo de 30 graus?*
A3: *Seno de 30 graus é 0,5 sim* ***A1****.*
A1: *Então ela quer um bombom só?*
E1: *Lembra-se da simetria dos ângulos do círculo trigonométrico, onde na periodicidade deles os valores dos ângulos se começam a repetir novamente?*
A1: *Então tem outra resposta além dos 30 graus?*
E1: *Vamos analisar a primeira pergunta da atividade?*

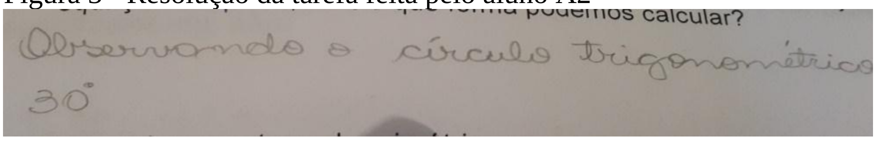
A partir da discussão feita sobre a atividade encaminhou-se para a primeira questão:

É possível calcular o que a Lia disse: "quero a mesma quantidade que o número de soluções da equação $sen\, x = 0{,}5$"? De que forma podemos calcular?

Fonte: Autor do trabalho

Na resolução da questão os alunos notaram o que o aluno **A1** tinha questionado chegando à mesma resposta de 30 graus. Notou-se ainda que na pergunta "De que forma podemos calcular?", responderam por sua vez, "Olhando o círculo trigonométrico". Pode-se perceber que a questão da tarefa não tenha ficado bem formulada, não os indagando a representações como a de forma algébrica ou numérica.

Figura 3 - Resolução da tarefa feita pelo aluno A2



"Digitalização: Observando o círculo trigonométrico. 30º"
Fonte: Caderno do aluno

Nessa atividade o aluno **A2** respondeu o que se pedia na pergunta, que era o valor de 30 graus, justificando também o uso do círculo trigonométrico para a sua resposta. Encaminhou-se para a segunda questão:

Existe algum outro valor simétrico ao encontrado? Qual seria?

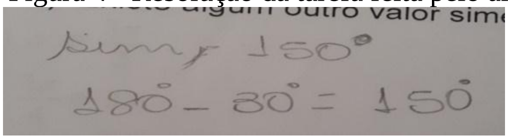
Fonte: Autor do trabalho

[4] Disponível em: https://cejarj.cecierj.edu.br/. Acesso em 15 de junho de 2014.

ISSN: 2526-8899

Tal questão foi de fácil compreensão dos alunos, pois fazia uso do conceito feito na atividade do relógio e a posição do “Sr. João”, no que possibilitou encontrar o valor de 150 graus em análise do círculo trigonométrico.

Figura 4 - Resolução da tarefa feita pelo aluno A2



“Digitalização: Sim, 150º. 180º - 30º = 150º”
Fonte: Caderno do aluno

Durante a resolução da questão o próprio aluno **A2**, comentou com os colegas: “Temos duas soluções então para o problema, 30º e 150º”, onde a turma voltou a observar a questão concordando a resposta do **A2**, neste momento os alunos responderam a terceira questão da atividade.

Quantos bombons Rui deve comprar para a Lia para poder conquistá-la?

Fonte: Autor do trabalho

Com a interação ocorrida anteriormente entre os alunos, os mesmos responderam a questão, na qual o Rui deveria comprar 2 bombons para poder conquistar a Lia.

Tal tarefa é classificada com base na demanda cognitiva de *procedimento com conexão com significado*, uma vez que, sua formulação apresenta itens que sugere explicitamente passos a serem seguidos para sua resolução. Frente a tais itens, exigiram-se conhecimentos mais específicos de conceitos matemáticos (como o arco côngruo e ângulos suplementares). Porém, analisando as representações dos alunos diante a tarefa proposta, podemos elencar que de sua aplicação pode derivar novos conceitos no momento, não abordados (como a abordagem de simetria no ciclo trigonométrico em valores negativos que $sen\,x = -0{,}5$ pode assumir).

Considerações Finais

Neste artigo, dialogamos com alguma literatura que define um ambiente de “episódios de resolução de tarefas” e as demandas cognitivas de uma tarefa matemática, ou seja, sua potencialidade enquanto promotora de conhecimento, investigação e discussão de resultados.

ISSN: 2526-8899

O desenvolvimento da tarefa proposta nos remete a dois pontos distintos, a tarefa decorreu de forma exitosa, seu desenvolvimento propiciou aos alunos trabalhar perante sua investigação com conceito de simetria e identificação dos respectivos ângulos no círculo trigonométrico que derivam do conceito de ângulos suplementares, o que fora nossa intenção inicial para sua aplicação. Porém, durante sua aplicação e desenvolvimento dos alunos elencamos que mesma possa ser reformulada possibilitando abordagens conceituais, tais como: sinais no círculo trigonométrico, sua relação geométrica e simetria entre ângulos. Indagando-os em questões como "Quais valores também o valor de $sen\,x = -0{,}5$ pode assumir? "e "Quais valores podem ser assumidos caso Lia substitui-se por $\cos x = 0{,}5$?".

Referências

BORSSOI, A. H.; SILVA, K. A. P.; FERRUZZI, E. C. Tarefas desencadeadas em aulas com modelagem matemática. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 2016, São Paulo. **Anais...** ENEM, 12. São Paulo: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2016. p. 1-12.

CYRINO, M.C.C.T.; JESUS, C.C. Análise de tarefas matemáticas em uma proposta de formação continuada de professoras que ensinam matemática. **Ciência e Educação**, Bauru, v. 20, n. 3, p. 751-764, 2014.

FONSECA, M. O. S. **Proposta de Tarefas para um Estudo Inicial de Derivadas**. 2017. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Londrina, 2017.

FONSECA, M. O. S.; TREVISAN, A. L. Caracterização e Encaminhamento de Tarefas Matemáticas em Aulas de Cálculo Diferencial e Integral. XII Encontro Nacional de Educação Matemática, São Paulo/SP, 2016, **Anais...** XII Encontro Nacional de Educação Matemática.

GRAVEMEIJER, K. How emergent models may foster the constitution of formal mathematics. **Mathematical Thinking and Learning**. n. 1, v. 1, p. 155-177, 1999.

MOREIRA, A. F. **Ambientes de Aprendizagem no Ensino de Ciência e Tecnologia**. Belo Horizonte: CEFET-MG, 2007.

PALHA, S.; DEKKER, R.: GRAVEMEIJER, K. The effect of shift-problem lessons in the mathematics classroom. **Internacional Journal os Science and Mathematics Education**. Ministry of Science and Technology, Taiwan, v. 13, p. 1589-1623, 2015.

ISSN: 2526-8899

PALHA, S. A. G. Shift-Problem Lessons: Fostering Mathematical Reasoning in Regular Classrooms. **Research Institute of Child Development and Education**, University of Amsterdam, The Netherlands, v. 32, p. 142-159, 2013.

PALHA, S.; DEKKER, R.: GRAVEMEIJER, K.; VAN HOUT-WOLTERS, B. Developing shift problems to foster geometrical proof and understanding. **The Journal of Mathematical Behavior**. Springer, v. 32, p. 141-159, 2013.

PONTE, J. P. da. Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática. PONTE, J. P. da (Org.). **Práticas Profissionais dos Professores de Matemática**. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014. p.13-27.

RAMOS, N. S.; FONSECA, M. O. S.; TREVISAN, A. L. Ambiente de aprendizagem de cálculo diferencial e integral pautado em episódios de resolução de tarefas. V Simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia, Ponta Grossa - PR, 2016. **Anais...** V SINECT: UTFPR, 2016. p. 1-12.

STEIN, M.H.; SMITH, M.S. Tarefas matemáticas como quadro para reflexão. **Educação e Matemática**, n.105, 2009, p. 22-28.

STEIN, M.H.; SMITH, M.S. Selecting and Creating Matemathical Tasks: From Research to Practice. **Mathematics Teaching in the Middle School**, vol 3, n.05, 1998, p. 344-350.

TREVISAN, A. L. BURIASCO, R. L. C. Educação Matemática Realística: uma abordagem para o ensino e a avaliação em Matemática. **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática.** , v. 10, n. 2, p. 167-184, 2015.

TREVISAN, A. L.; BORSSOI, A.H.; ELIAS, H. R. Delineamento de uma Sequência de Tarefas para um Ambiente Educacional de Cálculo. VI Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Pirinópolis/GO, 2015. **Anais...** Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 6, Brasília: SBEM, 2015. v. único. p. 1-12.

WATSON, A.et al. Task Design in Mathematics Education. MARGOLINAS, C et al. (Eds.). **Proceedings of the ICMI Study 22**, Oxford, UK, Oxford: ICMI, 2013, p. 9-16.

ISSN: 2526-8899

PASAI: UMA PROPOSTA DE ENSINO BASEADA NA METODOLOGIA DA SALA DE AULA INVERTIDA

Almeida, Braian Lucas Camargo[1]

Colombo, Janecler Aparecida Amorin[2]

Resumo

O presente artigo apresenta o desenvolvimento de uma proposta de ensino pautada na metodologia da Sala de Aula Invertida para aulas de matemática, idealizada para turmas finais do Ensino Fundamental. Nessa abordagem de ensino, o aluno tem contato com a informação básica sobre o conteúdo de estudo antes da aula. Assim, amplia-se o tempo do espaço escolar para atividades práticas de compreensão e de resolução de problemas e para o atendimento personalizado do aluno. O trabalho justificou-se devido à escassez de trabalhos relacionados à Sala de Aula Invertida, a nível nacional, principalmente no ensino de Matemática no Ensino Fundamental e Médio. A PASAI (Proposta de Aplicação da Sala de Aula Invertida) baseia-se nas etapas: motivação; material online; resolução e apresentação de tarefas; resolução de desafios e diversificação das tarefas, em que cada uma delas possui estratégias que permitem a aplicação da Sala de Aula Invertida através da proposta. A análise permite inferir que as etapas exemplificadas no presente artigo para o ensino de equações do 1º grau, sistemas de equações do 1º grau e inequações, que a PASAI mostra potencial adaptabilidade a esses e tantos outros conteúdos matemáticos, e até mesmo de outras disciplinas, devido às suas diversificadas etapas e facilidade de inclusão delas à realidade dos professores. Além disso, a mesma pode proporcionar aulas mais dinâmicas, colaborativas e participativas.

Palavras-chave: Sala de aula invertida; Metodologias de Ensino; Metodologias ativas de aprendizagem.

Abstract

The present article presents the development of a teaching proposal based on the methodology of the Flipped Classroom for mathematics classes, idealized for final classes of Elementary School. In this teaching approach, the student has contact with the basic information about the study content before the lesson. Thus, the time of the school space is extended to practical activities of understanding and solving problems and for the personalized attendance of the student. The work was justified due to the shortage of work related to the Flipped Classroom, at national level, mainly in the teaching of Mathematics in Elementary and Middle School. PASAI (Proposal of Flipped Classroom Application) is based on the steps: motivation; online material; resolution and presentation of tasks; resolution of challenges and diversification of tasks, each of which has strategies that allow the application of the Flipped Classroom through the proposal. The analysis makes it possible to infer, as exemplified in the present article, for the teaching of equations of the first degree, the systems of equations of the first degree and the inequalities, which are a sample of the potential of adaptation and extravagance of other disciplines, and even of other disciplines , for its stages of expansion and ease of access to the reality of teachers. In addition, it can be more dynamic, dynamic, collaborative and participatory.

Keywords: Flipped Classroom; Teaching Methodologies; Active Learning Methodologies.

1. INTRODUÇÃO

ISSN: 2526-8899

De modo geral, o grande desafio das instituições de ensino tem sido a busca crescente por práticas pedagógicas inovadoras capazes de oportunizar uma formação mais personalizada, que possibilite aumentar a autonomia dos alunos sobre o seu aprendizado. Moran (2015) cita as metodologias ativas de aprendizagem como ponto de partida "para processos mais avançados de reflexão, de integração cognitiva, de generalização, de reelaboração de novas práticas" (p. 18), pois uma das maneiras que o aprendizado pode se dar, é a partir de problemas e situações reais. De acordo com o autor, a melhor forma de aprender é combinar "atividades, desafios e informação contextualizada" (MORAN, 2015, p.17). Valente (2014) declara que muitas estratégias têm sido usadas para promover a aprendizagem ativa, como a aprendizagem baseada na pesquisa, o uso de jogos ou a aprendizagem baseada em problemas (ABP), e menciona como exemplo a abordagem da Sala de Aula Invertida, adotada nas universidades do MIT (*Massachusetts Institute of Technology*) e de Harvard para inovar seus métodos de ensino, com a finalidade de explorar os avanços das tecnologias educacionais, bem como para minimizar a evasão e o nível de reprovação (VALENTE, 2014, p. 87). De acordo com Lopes (2015, p. 6), "o jeito de aprender mudou. Falta mudar o jeito de ensinar":

> O X da questão é abrir as cabeças e as salas de aula para as novas práticas pedagógicas apoiadas pelas TICs. Estamos falando das cabeças dos que têm a tarefa de "ensinar". Porque as cabeças dos que têm a tarefa de "aprender", não há dúvidas, já estão abertas para o mundo, via internet, via redes sociais (apud SCHMITZ, 2016, p. 24)

As metodologias ativas são um processo amplo e possui como principal característica a inserção do aluno/estudante como agente principal responsável pela sua aprendizagem. Elas surgem como proposta para focar o processo de ensinar e aprender na busca da participação ativa de todos os envolvidos, centrados na realidade em que estão inseridos. Entre as discussões sobre metodologias ativas, a Sala de Aula Invertida vem se destacando e ganhando seu espaço como uma ferramenta metodológica. Trata-se de inverter a "lógica" da sala de aula, permitindo que os alunos tenham contato com o conteúdo antes da aula presencial, em casa. Ou seja, a aula começa com a tarefa de casa. Pode ser através de um vídeo, um game educativo ou outros recursos virtuais. Desta forma, o aluno já adquire um conhecimento prévio sobre o conteúdo/assunto e utiliza a sala de aula física para tirar as dúvidas e fixar o que aprendeu, tendo suporte do professor, que passa a ser um mediador do conhecimento adquirido, e dos colegas. Segundo Moretto (2015), é uma metodologia que motiva atividades colaborativas, em grupo, a criação de projetos e promove o envolvimento dos alunos.

ISSN: 2526-8899

Por meio de pesquisa sobre trabalhos relacionados à Sala de Aula Invertida, verificamos em alguns periódicos, a nível nacional, que há poucos trabalhos ligados a esse tema, principalmente no ensino de Matemática no Ensino Fundamental e Médio.

Diante deste cenário, se configurou o problema de pesquisa investigado por Almeida (2017), o qual procurou desenvolver e analisar uma proposta de ensino de matemática com o uso da metodologia da Sala de Aula Invertida, em turmas do 8º ano do ensino fundamental, destacando suas potencialidades e limitações. Portanto, o presente artigo, trata-se de um recorte desta pesquisa, no qual apresentamos a proposta, PASAI – Proposta de Sala de Aula Invertida desenvolvida para um tema matemático em específico, mas que pode ser utilizada para outros assuntos da matemática e também de outras disciplinas.

Deste modo, nossa pesquisa se apresenta como qualitativa, a fim de melhor compreender os fenômenos de estudo. De um modo geral, nas pesquisas qualitativas os dados analisados devem ser coletados de uma forma variada. De acordo com Thiollent (2011, p. 28) a pesquisa qualitativa "não deixa de ser uma forma de experimentação em situação real, na qual os pesquisadores intervêm conscientemente". A fase da pesquisa que é objeto deste artigo foi baseada em dados provenientes de estudos bibliográficos e de pesquisas teóricas.

2. A PROPOSTA METODOLÓGICA

Nesta seção apresentamos nossa interpretação para a organização de uma proposta metodológica pautada nas ideias das metodologias ativas de aprendizagem, a saber, a Sala de Aula Invertida. Para nos dar direção em relação a esta metodologia, nos baseamos nas propostas de Bergmann e Sams (2016). Na sequência são descritas as atividades elaboradas para compor uma proposta metodológica (PASAI), que neste caso, foi utilizada para o ensino de equações; desigualdades e inequações; equações do 1º grau com duas incógnitas e sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas, adaptadas nas premissas da metodologia da Sala de Aula Invertida.

2.1 A PASAI

PASAI significa: Proposta de Aplicação da Sala de Aula Invertida. Esta proposta, ou "ideia", surgiu pela necessidade do professor pesquisador em tornar as aulas mais dinâmicas, produtivas e participativas, na qual o aluno se tornaria o protagonista do ensino dentro da sala

ISSN: 2526-8899

de aula, e o professor um orientador ou mediador do conhecimento. Assim, cria-se esta adaptação metodológica que poderá, inclusive, servir de exemplo a outros professores que poderão utilizá-la.

Neste caso, realizamos uma adaptação da metodologia Sala de Aula Invertida para o ensino de equações; desigualdades e inequações; equações do 1º grau com duas incógnitas e sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas para turmas do 8º ano do Ensino Fundamental II.

Como princípio desta metodologia ativa, a Sala de Aula Invertida tem como proposta "prover aulas menos expositivas, mais produtivas e participativas, capazes de engajar os alunos no conteúdo e melhor utilizar o tempo e conhecimento do professor" (PAIVA, 2016).

Foi a partir deste interesse do professor pesquisador que surgiu a elaboração de uma sequência metodológica que se adaptasse ao cotidiano das turmas, ao desejo de "mudança" de suas aulas e ao mesmo tempo adaptar uma das mais atuais metodologias ativas, a Sala de Aula Invertida.

É inquestionável que, para que haja aprendizado significativo, faz-se necessário que o aluno tenha interesse por aquilo que está aprendendo ou prestes a aprender. Dessa forma, viu-se necessário nessa proposta motivar os alunos como forma introdutória de um conteúdo ou habilidade e competência a se desenvolver.

Posteriormente, e incluindo um ponto chave da metodologia da Sala de Aula invertida, é proposto aos alunos assistirem, preferencialmente extraclasse, uma videoaula *online*, enviada via WhatsApp (ou e-mail, plataforma educacional, Facebook, etc), sobre o tema a ser discutido futuramente em aula, permitindo assim aulas com menor tempo para formalização de conteúdos, e mais tempo para sanar dúvidas, resolução de tarefas e desafios em grupos de forma colaborativa, etc.

Para finalizar, e como objetivo de ter tornar as aulas mais dinâmicas, planejou-se diversificar as tarefas, propondo atividades diferenciadas, lúdicas, fugindo de tornar o aluno um "mero expectador no qual repetição, memorização e reprodução são sinônimos de aprendizagem" (DANCZUK, 2016, p. 186). Colombo (2008) também acrescenta quando diz que a "diversificação de tarefas, nos diferentes momentos das aulas de Matemática, é necessária, visto que cada tarefa apresenta uma potencialidade diferente, desempenhando um papel importante no sentido de alcançar os objetivos curriculares pretendidos" (p. 135).

Por esse motivo, elaborou-se uma proposta dividida em cinco etapas: Motivação; Material *online*; Resolução e apresentação de tarefas; Resolução de desafios e Diversificação

ISSN: 2526-8899

de tarefas. Propositalmente, esse número de etapas coincidiu com o número de dias e de aulas de Matemática que as turmas do Ensino Fundamental e Médio possuem durante uma semana. Este fato facilitou a aplicação da pesquisa (de campo, quando da aplicação para validação da PASAI), mas não significa que não pode ser aplicada em turmas que tenham número de aulas semanais diferentes desta. As etapas são, de certa forma, ligadas entre si e podem ser facilmente adaptadas a necessidade da turma e do professor.

Como modelo da proposta, elaborou-se um planejamento com duração de 4 semanas de aplicação, onde poderia ser trabalhado, um em cada semana, os conteúdos de: Equações; Desigualdades e Inequações; Equações do 1º grau com duas incógnitas e Sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas. Segundo Almeida (2017), "durante o desenvolvimento das atividades, percebia-se um crescimento no interesse e participação dos alunos, colaborando para que as 5 etapas pudessem ter um bom andamento".

Nas etapas de "Motivação", a intenção principal era instigar os estudantes a conhecer o conteúdo que viria a ser estudado de uma forma lúdica, porém introdutória e básica, de tal forma que pudesse atrair o interesse pelas futuras aulas que viriam. Salienta-se que esta fase, mesmo estando intimamente ligada à próxima, já traz um pouco da essência da Sala de Aula Invertida, que é o aluno ser motivado a aprender antes de efetivamente ser ensinado a ele algum conteúdo, habilidade ou competência. Como exemplo, foi proposto lhes fazer perguntas questionadoras e aplicar jogos e atividades lúdicas em todas as aulas desta etapa. Obviamente, estes tiveram como foco o conteúdo que seria trabalhado posteriormente.

Já na etapa de "Material online", após os estudantes já terem previamente assistido as videoaulas enviadas ao final da etapa anterior, pretende-se discutir o conteúdo ensinado nela e formalizar este conteúdo, durante um breve período da aula. Logo em seguida, exemplos e exercícios serão disponibilizados para a resolução em grupos, de forma colaborativa – o que é um ponto importante. Nesta etapa é onde, efetivamente, a metodologia da Sala de Aula Invertida coloca-se em prática. As videoaulas, enviadas no interstício da etapa 1 e 2, são assistidas pelos alunos em suas casas, fora do ambiente escolar, para que tenham o contato com os conteúdos que serão discutidos efetivamente pelo professor em sala de aula. Deste modo, na etapa "Material *online*", existe dois momentos principais: o momento em que o aluno assiste as videoaulas e estuda sozinho, procurando detalhes e percebendo dúvidas sobre o conteúdo; e o momento em sala de aula, na qual o professor explora os conteúdos já, teoricamente, visualizados pelos alunos, resolvendo exercícios, explicando detalhes e sanando possíveis dúvidas.

ISSN: 2526-8899

Quanto às aulas da etapa "Resolução e apresentação de tarefas", os grupos de alunos devem ser designados a apresentarem seus exercícios e resoluções, que serão entregues a eles na aula anterior. Isso possibilita maior liberdade e autonomia dos alunos para a discussão das tarefas, pois podem responder dúvidas dos demais grupos, ou também surgir resoluções diferentes para a solução de um problema.

Na etapa da "Resolução de desafios", os mesmos grupos de alunos apresentam as resoluções dos desafios que lhes foram propostos na aula anterior. Assim como as videoaulas, estes são enviados via grupo no WhatsApp (ou e-mail, plataforma educacional, Facebook, etc). Diferente das atividades e tarefas propostas na etapa que a antecede, esses desafios devem exigir um raciocínio mais detalhado dos objetivos que devem ser alcançados em relação ao conteúdo estudado na semana.

Para finalizar, há a etapa "Diversificação de tarefas". Nesta etapa, tem-se como objetivo propor tarefas variadas, que pudessem explorar aspectos dos conteúdos ainda não destacados. Então, para encerrar as etapas, é proposta aos alunos uma atividade de diversificação das tarefas (TICs, jogos, modelagem, história da matemática, *quizzes*, etc.) para realização em sala de aula, sobre os conteúdos vistos nas aulas anteriores. Esta etapa torna a proposta ainda mais atrativa aos alunos, já que iniciam e encerram a semana com diferentes tarefas lúdicas que envolvem o assunto trabalhado. Outro detalhe importante desta etapa é que os alunos recebem, novamente em horário extraclasse e também através do grupo do WhatsApp (ou e-mail, plataforma educacional, Facebook, etc), o link para realização de trabalhos *online*. Estes podem conter exercícios (duas ou três tarefas, com alternativas) feitos através do "Google Formulários", e que podem fazer parte do processo avaliativo do aluno. Pode ser realizado por eles com consulta aos seus materiais e este exibir ao seu final - caso o professor queira - a nota obtida. O prazo para sua conclusão pode ser o início da próxima semana, onde todas as etapas iniciam novamente.

3. DISCUSSÕES E PERCEPÇÕES DA PROPOSTA

É visto que, devido a proposta ser elaborada em cinco etapas, a mesma possa ser adaptada tanto para aulas de Matemática como para aulas de Português, por exemplo. Ou se reduzir e unir etapas pode-se aplicar a aulas de História, Geografia ou até Educação Física. O fato é que, independente da disciplina ministrada, a motivação e diversificação de tarefas é essencial.

ISSN: 2526-8899

O que torna-se perceptível é o envolvimento e ligação que as vertentes da estratégia metodológica da Sala de Aula Invertida possuem com ambas as etapas. Tornar o aluno protagonista do aprendizado, tendo isso de forma colaborativa e com a inserção de ferramentas tecnológicas já tão presentes em suas vidas, é uma das características mais essenciais da PASAI.

Vale a pena ressaltar que, nas etapas de “Material online” e “Resolução de desafios”, o professor pode inclusive enviar videoaulas e situações-problemas produzidas por ele mesmo. Caso isso não seja possível, e independente da autoria, o ideal é que sejam videoaulas objetivas, com foco nas habilidades e competências que se pretende desenvolver, e de curta duração (no máximo 10 minutos).

Contudo, um detalhe importante é que antes de começar a exercer as etapas citadas na PASAI (Figura 1), o educador precisa estar preparado. E tratando-se do meio tecnológico, podemos chamar de uma “atualização metodológica” do professor, no qual deve explorar ambientes *online*, plataformas de aprendizagem, repositórios de recursos educativos digitais, saber o que é e como utilizar as redes sociais, saber pesquisar na internet, organizar arquivos online, etc.

Figura 1: Etapas da PASAI

Fonte: O autor (2019).

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Considerando-se a proposta deste estudo, cabe refletir sobre o processo em sua totalidade, de modo a identificar se os objetivos voltados à problemática inicial foram alcançados e quais as sugestões para o planejamento de trabalhos futuros.

Esta reflexão se inicia pela análise do objetivo, que consistia em elaborar a proposta (PASAI), baseada na teoria da Sala de Aula Invertida, adaptada para a realidade do professor pesquisador. Nesse sentido, a dinâmica das aulas do professor (uma aula por dia na semana,

ISSN: 2526-8899

totalizando cinco aulas) e a adequação das etapas da Proposta de Aplicação da Sala de Aula Invertida (cinco etapas) foram fundamentais para a composição do produto final e para o alcance do objetivo proposto inicialmente. Também, por meio da pesquisa e do conhecimento sobre a metodologia da Sala de Aula Invertida e de autores que já tiveram experiências com a mesma, pode-se adaptá-la a proposta desenvolvida.

Através dos referenciais teóricos obtidos nesta pesquisa, percebeu-se o amplo crescimento da aplicação da Sala de Aula Invertida no nível universitário, e umas e outras aplicações no Ensino Médio. Diante disso, sugerimos a reflexão aos futuros leitores desta pesquisa sobre a possível aplicação da Sala de Aula Invertida na disciplina de Matemática em séries iniciais do Ensino Fundamental II ou até mesmo em séries finais do Ensino Fundamental I.

Acredita-se que uma das principais contribuições do presente estudo tenha sido a elaboração da Proposta de Aplicação da Sala de Aula Invertida. A PASAI mostra potencial adaptabilidade a outros conteúdos matemáticos, diferentes dos que foram usados durante a aplicação desta pesquisa, devido suas diversificadas etapas e fácil inclusão delas à realidade do professor que possa adotar esta proposta, além de que pode tornar a aula mais dinâmica, participativa e colaborativa (pois sugere que os alunos realizem atividades também em grupos).

Por fim, acredita-se que os temas sintetizados, tanto no desenvolvimento teórico do artigo quanto na proposta didática construída a partir da adaptação da metodologia da Sala de Aula Invertida, possam sem úteis a professores e pesquisadores que desejarem conhecer o estudo e ampliar seus conhecimentos sobre a proposta pedagógica apresentada. Na ótica do pesquisador, estes conhecimentos constituem-se como uma possibilidade de inovação dos processos de ensino e aprendizagem, capaz de "inverter" o método tradicional e desatualizado, transformando o espaço "sala de aula" em um ambiente de aprendizagem dinâmico e interativo, permitindo que a tecnologia auxilie o professor a mediar o conhecimento e que os alunos sejam cada vez mais ativos no processo de ensino e aprendizagem.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, B. L. C. **Possibilidades e limites de uma intervenção pedagóica pautada na metodologia da sala de aula invertida para os anos finais do ensino fundamental**. 2017. Dissertação (Mestrado em Matemática) – PROFMAT, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Pato Branco, Paraná.

ISSN: 2526-8899

BERGMANN, Jon; SAMS, Aaron. **Sala de Aula Invertida: uma metodologia ativa de aprendizagem**. Tradução Afonso Celso da Cunha Serra - 1ª ed. Rio de Janeiro. LTC, 2016.

COLOMBO, J. A. A. **Representações semióticas no ensino: contribuições para reflexões acerca dos currículos de matemática escolar**. 2008. Tese (Doutorado em Educação Científica e Tecnológica) – Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Santa Catarina. 2008.

DANCZUK, Fabulo. E. **Diversificação de tarefas como proposta metodológica no ensino dos números inteiros**. 2016. Dissertação (Mestrado em Matemática) – PROFMAT, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Pato Branco, Paraná.

LOPES, Áurea. O jeito de aprender já mudou: falta mudar o jeito de ensinar. In: BIT SOCIAL. **7º**
Anuário ARede 2015-2016: boas práticas de tecnologias na educação. São Paulo: Laser Press, 2015. p. 6-7. Disponível em: <http://www.arede.inf.br/wpcontent/uploads/2015/01/anuario-arede-2015.pdf>. Acesso em: 16 mar. 2019.

MORAN, MORAN, José M. Mudando a educação com metodologias ativas. In: SOUZA, C. A.; TORRESMORALES, O. E. (Orgs.). **Convergências midiáticas, educação e cidadania: aproximações jovens.** Ponta Grossa: UEPG, 2015. (Mídias Contemporâneas, v. 2). p. 15-33. Disponível em: <http://www.youblisher.com/p/1121724-Colecao-Midias-Contemporaneas-Convergencias-Midiaticas-Educacao-e-Cidadania-aproximacoes-jovens-Volume-II/>. Acesso em: 16 marc. 2019.

MORETTO, Talita. **Opinião: Novas metodologias para nossos professores**. 2015. Disponível em: <http://salaaberta.com.br/opiniao-novas-metodologias-para-nossosprofessores/>. Acesso em: 16 mar. 2019.

PAIVA, Thais. **Como funciona a sala de aula invertida?**. Disponível em: <http://www.cartaeducacao.com.br/reportagens/como-funciona-a-sala-de-aula-invertida/>. Acesso em: 16 mar. 2019.

RAMOS, Rita D. C. S. S.; SALVI, Rosana F. **Análise do Conteúdo e Análise do Discurso em Educação Matemática: um olhar sobre a produção em periódicos qualis A1 e A2**. Brasília: SBEM - IV Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2009.

ISSN: 2526-8899

THIOLLENT, Michel. **Metodologia da Pesquisa-ação**. São Paulo: Cortez, 2011.

VALENTE, J. A. **Blended learning e as mudanças no ensino superior: a proposta da sala de aula invertida**. Educar em Revista, Curitiba, n. 4, p. 79-97, 2014.

ISSN: 2526-8899

LANÇAMENTO DE CANUDOS: UMA ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA PROPOSTA PARA O ENSINO DE FUNÇÃO DO SEGUNDO GRAU PARA A EDUCAÇÃO BÁSICA

Ariel Cardoso da Silva[1]

Bárbara Nivalda Palharini[2]

Resumo

O presente trabalho tem como objetivo propor uma atividade nos pressupostos da Modelagem Matemática para auxiliar no processo de ensino e de aprendizagem de funções quadráticas de forma contextualizada. Essa atividade foi desenvolvida em um minicurso do VIII EPMEM com o tema 'o uso de recursos tecnológicos em atividades de Modelagem no Ensino Médio', com o objetivo de trabalhar com temas de travessuras de criança, como por exemplo: arremessar bolinhas de papel no ventilador, lançar pedaços de papel com elásticos, soprar bolinhas de papel pelo tubo das canetas, dentre outros. A partir do tema 'travessuras de criança' proposto pelos ministrantes do minicurso, objetivamos estudar "*qual o tamanho ideal do canudo para alcançar a maior distância?"*, em que desenvolvemos um 'lançador de projétil', por meio de materiais e ferramentas, como cano PVC e elástico. A coleta de dados foi feita mediante a medição da distância percorrida pelos projéteis (pedaços de canudos plásticos), sendo que para resolução matemática usamos o recurso da linha de tendência do *software Excel* para obter a função polinomial do segundo grau. Organizamos a atividade nesse trabalho mediante as fases de modelagem matemática como uma proposta para ser desenvolvida na Educação Básica. Consideramos que o uso dessa atividade de modelagem matemática no contexto de sala de aula da Educação Básica pode fornecer elementos para a contextualização do ensino de funções polinomiais do segundo grau.

Palavras-chave: Educação Matemática; Modelagem Matemática; Atividades para Educação Básica.

Abstract

This paper aims to propose an activity in the assumptions of Mathematical Modelling to assist in the process of teaching and learning quadratic functions in a contextualized way. This activity was developed in a mini-course of the VIII EPMEM with the theme 'the use of technological resources in activities of Modelling in Secondary Education', that had as objective to work with themes of children's antics, as for example: to throw balls of paper in the fan , throwing pieces of paper with elastics, blowing balls of paper through the tube of pens, among others. From the theme 'children's treats' proposed by the minicourse instructors, we aim to study 'what is the

[1] Universidade Estadual do Norte do Paraná. Ariel.C.Silva@live.com.
[2] Universidade Estadual do Norte do Paraná. Barbara.palharini@uenp.edu.br.

ISSN: 2526-8899

ideal size of the straw to reach the greatest distance?', In which we developed a 'projectile launcher', through materials and tools, such as PVC and elastic. The data collection was done by measuring the distance traveled by the projectiles (pieces of plastic straws) and for mathematical resolution we used the Excel trend line feature to obtain the polynomial function of the second degree. We organize the activity in this work through the phases of mathematical modelling as a proposal to be developed in Basic Education. We consider that the use of this activity of mathematical modeling in the context of the classroom of Basic Education can provide elements for the contextualization of the teaching of polynomial functions of the second degree.

Keywords: Mathematical Education; Mathematical Modelling; Activities for Basic Education.

Introdução

O interesse em trabalhar com a matemática escolar de forma contextualizada justifica-se pelas indicações constantes nos documentos oficiais, como é visto na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) em que "o conhecimento matemático é necessário para todos os alunos da Educação Básica, seja por sua grande aplicação na sociedade contemporânea, seja pelas suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades sociais" (BRASIL, 2017, p. 263).

As Diretrizes Curriculares Estaduais (DCE) do estado do Paraná propõem seis abordagens metodológicas, visando auxiliar o ensino e a aprendizagem da matemática escolar de maneira a contextualizar os conteúdos matemáticos, são elas: Resolução de Problemas, Mídias Tecnológicas, Etnomatemática, História da Matemática, Investigação Matemática e a Modelagem Matemática (PARANÁ, 2008).

Considerando a importância colocada por documentos oficiais que norteiam a prática docente na Educação Básica de articular os conteúdos matemáticos e o cotidiano dos alunos em situações-problema da sociedade, abordamos nesse artigo, a Modelagem Matemática na Educação Matemática como uma alternativa pedagógica para o processo de ensino e de aprendizagem da matemática com vista aos problemas da realidade.

Nesse sentido, esse artigo tem como objetivo propor uma atividade nos pressupostos da Modelagem Matemática para auxiliar no processo de ensino e de aprendizagem de funções quadráticas de forma contextualizada. A atividade será apresentada com todo o desenvolvimento feita pelos autores desse trabalho, desde a inteiração a interpretação e validação dos resultados para que o professor tenha noção de como foi desenvolvida. Mas não necessariamente quando for trabalhada em sala de aula os alunos vão chegar na mesma

ISSN: 2526-8899

resolução e modelo para solucionar a situação inicial. A seguir apresentaremos a perspectiva de Modelagem Matemática adotada nesta pesquisa de acordo com Almeida, Silva e Vertuan (2012).

A Modelagem Matemática como uma alternativa pedagógica para o ensino e a aprendizagem de matemática

Para Almeida, Silva e Vertuan (2012, p.17), a modelagem matemática é “uma alternativa pedagógica na qual fazemos uma abordagem, por meio da Matemática, de uma situação-problema não essencialmente Matemática”. Segundo a perspectiva desses autores, uma atividade de modelagem matemática, inicia-se com uma situação inicial (problemática) e culmina em uma situação final (resposta para a situação inicial) e há um conjunto de procedimentos que intermeiam estas duas situações.

Na busca por um modelo matemático, Almeida, Silva e Vertuan (2012) apresentam um conjunto de procedimentos que estão envolvidos em uma atividade de Modelagem Matemática, que podem ser entendidos como estratégias de ações do aluno no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática. Tais procedimentos ocorrem dentro de quatro fases da modelagem matemática: inteiração, matematização, resolução e interpretação de resultados e validação

A fase denominada de inteiração é o primeiro contato com o tema a ser estudado, nesta fase, há a coleta de dados, formulação do problema e as definições das estratégias para a resolução. A matematização refere-se a transposição de uma linguagem natural para uma linguagem matemática, em geral, os problemas são iniciados com uma linguagem materna e posteriormente transcrito em uma linguagem matemática. Na resolução, é elaborado um modelo[3] matemático utilizando-se de recursos e artifícios matemáticos. Por fim, na interpretação de resultados e validação, há a resposta ao problema proposto inicialmente.

O desenvolvimento da atividade de modelagem matemática segundo as fases apresentadas não é linear, mas ao desenvolverem a atividade, os alunos poderão “caminhar” sobre as fases a qualquer momento da atividade, este movimento de “idas” e “vindas” revela a característica dinâmica das atividades de modelagem matemática.

[3]Um modelo matemático é um sistema conceitual, descritivo ou explicativo, expresso por uma linguagem ou uma estrutura matemática e que tem por finalidade descrever ou explicar o comportamento de outro sistema, podendo permitir a realização de previsões sobre este outro sistema (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012).

ISSN: 2526-8899

Almeida, Silva e Vertuan (2012) abordam que o uso do computador e de *software* podem auxiliar alunos e professores durante uma atividade de modelagem matemática, como a visualização e a observação dos parâmetros podem ser vantagens no desenvolvimento da atividade.

Borssoi (2013, p. 172) argumenta que "o trabalho colaborativo, quando os alunos passam a pensar juntos com os pares, com o professor, com a tecnologia" pode promover mais oportunidades, já que as atividades podem provocar nos alunos, quando utilizado das tecnologias digitais, uma motivação, permitindo que tais recursos beneficiem tanto para se informar quanto no desenvolvimento do modelo, utilizando *softwares*.

Segundo Greefrath (2011) o *uso* das tecnologias digitais no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática constitui uma forma de aprender.

> (...) uma ideia importante do uso de ferramentas digitais em matemática e especialmente nas aulas de modelagem é o fato de que as ferramentas numéricas, gráficas e simbólicas, integradas à computadores e calculadoras modernas fornecem novas formas de aprender e entender Matemática (GREEFRATH, 2011, p.303).

A seguir, apresentaremos a proposta de atividade de modelagem matemática para auxiliar no ensino e na aprendizagem de funções quadráticas de forma contextualizada.

Uma proposta de atividade de modelagem matemática: lançamento de canudos

Esta atividade originou-se no VIII Encontro Paranaense sobre Modelagem na Educação Matemática – EPMEM realizado na cidade de Cascavel, no ano de 2018, em um minicurso cujo título foi "*O uso de recursos tecnológicos em atividades de Modelagem no Ensino Médio*". O tema foi proposto pelos palestrantes ao iniciar com uma abordagem oral sobre travessuras que os alunos da Educação Básica fazem em sala de aula, como por exemplo, arremessar bolinhas de papel no ventilador, lançar pedaços de papel com elásticos, soprar bolinhas de papel pelo tubo das canetas, entre outras. Em relação à condução da atividade que propomos, sugerimos que seu desenvolvimento pode ser feito de acordo com as fases da modelagem matemática indicadas por Almeida, Silva e Vertuan (2012), ou seja, por meio da inteiração, matematização, resolução, interpretação e validação do modelo matemático.

A inteiração é a primeira fase no processo de desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática como já apresentado no referencial teórico e, com o tema do minicurso,

ISSN: 2526-8899

foi possível, a partir de materiais levados pelos pesquisadores, pensar em uma situação problema: *qual o tamanho ideal do canudo para alcançar a maior distância?*

O professor pode levar materiais aos alunos para solucionar esse problema, bem como os canudinhos, um cano PVC, elásticos, canetas usadas, uma serrinha para cortar o cano, fita métrica, dentre outros materiais que pode ajudar os alunos no desenvolvimento da atividade.

Então, usamos uma fita métrica de 50 metros para fabricar um protótipo a partir um cano PVC ¾ com comprimento de 1 metro. Na fabricação desse protótipo, foi cerrado um cano em 20 centímetros (cm) e feito 2 furos em uma das extremidades do cano, depois amarrado um elástico nos furos, possibilitando lançar um projetil através do cano graças a força elástica. Os dados coletados seguiram critérios, considerados como hipóteses: H1 - Angulação fixa no lançamento; H2 - Força de lançamento fixo; H3 - A massa influencia na distância percorrida; H4 - Todos os atritos são constantes.

Recortamos os canudinhos em diferentes tamanhos como 12,5cm, 25cm, 36,5cm, 50cm, 75cm e 100 cm e foram realizados três lançamentos para cada canudinho com comprimento específico em um ambiente fechado, obtendo no Quadro 1.

Quadro 1 - Alcance dos canudos de diferentes comprimentos

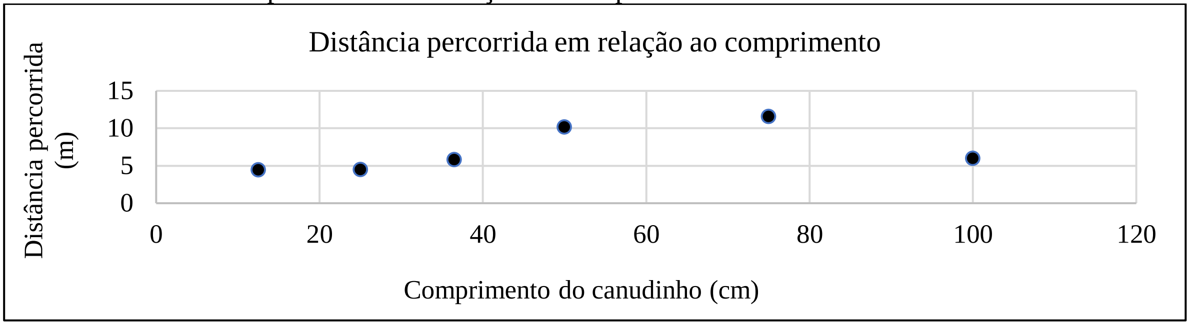
Comprimento do canudinho	Distância percorrida pelo canudo			
	1° Tentativa	2° Tentativa	3° Tentativa	Média
12,5 cm	3,96 m	4,10 m	5,42 m	4,49 m
25 cm	3,57 m	4,65 m	5,32 m	4,51 m
36,5 cm	5,03 m	6,38 m	6,13 m	5,84 m
50 cm	7,72 m	9,90 m	12,95 m	10,19 m
75 cm	12,37 m	10,35 m	12,13 m	11,61 m
100 cm	7,40 m	5,18 m	5,44 m	6 m

Fonte: Os autores.

É possível observar no Quadro 1 que até certo ponto a relação do comprimento com a distância percorrida é crescente e depois decrescente. A relação do comprimento do canudinho com a distância percorrida pode ser colocada como pares ordenados, deste modo, pode usar um gráfico de dispersão, conforme Gráfico 1.

ISSN: 2526-8899

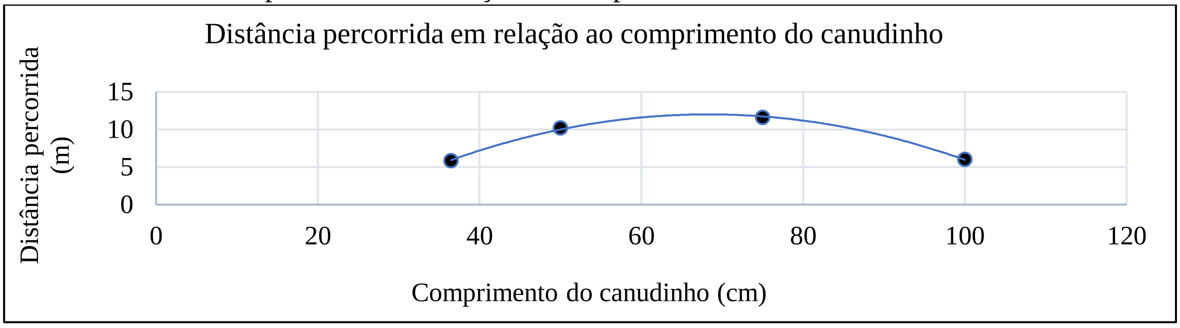
Gráfico 1 - Distância percorrida em relação ao comprimento



Fonte: Os autores.

Os pontos no plano cartesiano obtidos por meio da coleta dos dados são resultados do comprimento do canudinho com a média de tentativas. Esses dados foram ajustados de acordo com uma função polinomial do segundo grau. Como mostra o Gráfico 2.

Gráfico 2 - Distância percorrida em relação ao comprimento do canudinho



Fonte: Os autores

Por meio do *software Excel*, utilizamos o recurso linha de tendência[4] para o ajuste da função polinomial do segundo grau, obtendo o modelo algébrico:

$$F(x) = -0{,}006x^2 + 0{,}8217x - 16{,}039 \quad (1)$$

tal que

$$36{,}5 \leq x < 113{,}38$$

Ressalta-se que é possível utilizar outros métodos matemáticos para encontrar esse modelo (1), oportunizando diversificar as formas de resolução para obtenção de modelos

[4] Deixando que o *software* trabalhe com o método dos mínimos quadrados.

ISSN: 2526-8899

matemáticos. Essa fase de obtenção de modelos corresponde a fase de resolução, que objetiva descrever as situações de acordo com as hipóteses levantadas, relacionando-a às variáveis definidas. Almeida, Silva e Vertuan (2012) consideram o modelo matemático como uma representação ou descrição de uma situação real expressa por meio de uma linguagem matemática ou estrutura matemática, podendo ser expresso na forma de expressão algébrica, gráficos, tabelas, entre outros.

Tendo em vista que para $x < 36{,}5$ os dados possuem um comportamento linear aproximadamente contínuo, consideramos os dados a partir de $36{,}5$ para a função (1). Não consideramos $x \leq 113{,}38$ pois se igualar esse valor $F(113{,}38) = 0$, ou seja, não haveria deslocamento do projétil (canudinho).

De modo a solucionar o problema '*qual o tamanho ideal do canudo para alcançar a maior distância?'*, consideramos que a maior distância percorrida é o ponto máximo da função (1), já que após esse ponto, a distância percorrida começa a decrescer. Utilizamos duas maneiras de solucionar o problema: o recurso 'inspetor de funções' do *software Geogebra* e uma expressão matemática para encontrar as coordenadas dos vértices de máximo e mínimo.

Como o vértice de todas as parábolas são equidistantes de ambas as raízes, ou seja, as coordenadas do ponto máximo ou mínimo ficam exatamente no meio das coordenadas das duas raízes, podemos considerar que:

$$x_v = \frac{r_1 + r_2}{2} = \frac{-\frac{b}{a}}{2}$$

$$x_v = -\frac{b}{2a} \tag{2}$$

Para solucionar o problema da atividade, só substituir as incógnitas b e a da (1) no (2).

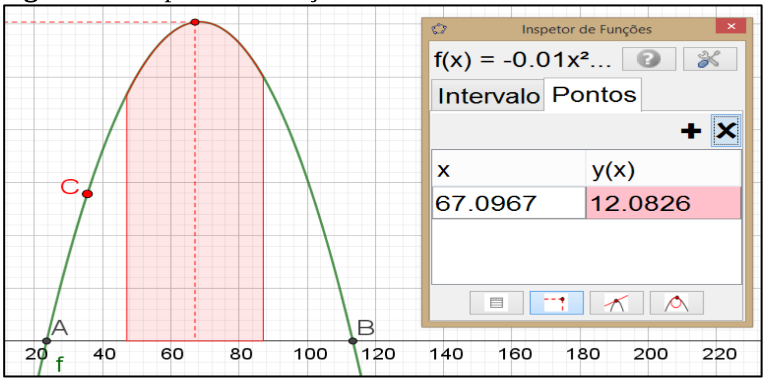
$$x_v = -\frac{0{,}8217}{2(-0{,}006)}$$

$$x_v = 68{,}475$$

Então, a partir do levantamento dos dados, das hipóteses e simplificações da situação em estudo, o tamanho ideal do canudo para alcançar a maior distância é de 68,475 cm. Já com o uso do *software Geogebra*, por meio do recurso 'inspetor de funções', resultou na Figura 3.

ISSN: 2526-8899

Figura 3 - Inspetor de função



Fonte: O Autor

Se compararmos o resultado obtido com o uso do *software* e o encontrado por meio da expressão algébrica (2) a diferença é mínima, e se justifica pelo número de casas decimais que o computador considera.

A última fase da modelagem matemática é a interpretação de resultados e a validação do modelo matemático. Nesta fase, o aluno pode interpretar os resultados obtidos, avaliando suas potencialidades e fragilidades. Em relação a validação do modelo matemático, uma maneira é substituir os dados no modelo matemático e caso os resultados sejam compatíveis com os dados reais podemos dizer que o modelo matemático foi validado (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012). Como os dados seguem um padrão de curvatura e não havendo possibilidade para fazer um canudinho com 68 cm devido ao tempo da atividade para validar o modelo obtido tomamos como base o resultado dos experimentos, que indicam por meio de dados empíricos a possibilidade de que o tamanho ideal do canudinho ser de 68 cm.

Sugerimos que essa atividade seja desenvolvida com os alunos da Educação Básica, de modo que o professor apresente a atividade aos seus alunos, com a escolha do tema, a formulação do problema, além dos materiais já elaborados, como o lançador do projétil e os canudinhos. Esta condução pode ocorrer no tempo estimado de duas aulas horas, entretanto, os usos de softwares podem ser úteis para construção de gráficos, ajuste de curvas, análise dos dados. Nesse sentido, o professor pode utilizar as tecnologias digitais como ferramentas para compreender a Matemática, já que "as ferramentas digitais podem ser de grande ajuda para professores e alunos, particularmente em conexão com problemas do mundo real e a discussão desses"[5] Greefrath e Siller (2017, p. 02).

[5] Tradução nossa de: "Digital tools can be of great assistance for teachers and learners alike, particularly in connection with real-world problems and the discussion of those."

ISSN: 2526-8899

No que se refere ao modo como a Modelagem Matemática será trabalhada no âmbito da sala de aula, Galbraith (2012) considera como *veículo*, uma vez que propomos o seu uso para o ensino de conceitos matemáticos, ou seja, o professor ao trabalhar a Modelagem Matemática como uma alternativa pedagógica em sala de aula, pode trazer problemas contextualizados para motivar e eliciar o estudo de conteúdos matemáticos, como por exemplo função do segundo grau, gráficos, tabelas, conceitos de funções, sinal de igualdade, domínio e imagem, incógnita, coeficiente a diferente de zero, grau 2 para a função, dentre outros.

Quanto ao conteúdo de função do segundo grau, o professor pode explorar durante o desenvolvimento da atividade a lei de formação de uma função do segundo grau, bem como os trinômios quadrados perfeitos em que, por meio da igualdade de uma equação pode ser explorado a propriedade distributiva. Após trabalhar tais conteúdos, o professor pode buscar por meio do desenvolvimento da atividade trabalhar a soma e produtos das raízes, comparando as raízes encontradas por meio da fórmula de Bhaskara com soma e produto. Outro conteúdo que pode ser explorado refere-se às equações fracionárias que recaem em equações do 2° grau, em que por meio de manipulações matemáticas a expressão matemática recai na lei de formação de uma função do segundo grau.

Considerações Finais

O objetivo desse artigo foi propor "uma atividade nos pressupostos da Modelagem Matemática para auxiliar no processo de ensino e de aprendizagem de funções quadráticas de forma contextualizada". Nesse sentido, caso o professor for desenvolver a atividade com os alunos, seu papel é de orientador. Pois quem desenvolve as atividades são os alunos, passando pelo ciclo da Modelagem Matemática, desde a inteiração a interpretação e validação dos resultados (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012).

O professor pode questionar de forma a instigar possíveis reflexões aos alunos durante o processo de desenvolvimento da atividade em sala de aula, possibilitando discussões para solucionar o problema inicial. Nesse contexto, os conteúdos matemáticos emergem a partir da transformação de uma linguagem natural para uma linguagem matemática e, nesse momento o professor pode sugerir conteúdos matemáticos aos alunos de modo que suas hipóteses tenham sentido para o desenvolvimento da atividade.

Essa atividade se caracteriza como de primeiro momento de familiarização de Almeida, Silva e Vertuan (2012) já que possui informações e um problema. Nesta proposta, o interesse

ISSN: 2526-8899

de trabalhar a Modelagem Matemática como uma alternativa pedagógica, com o tema lançamento de canudos, foi que Modelagem Matemática viabiliza maior interesse dos alunos pelas aulas de Matemática, despertando sua curiosidade e propiciando a construção de conceitos matemáticos bem como a interlocução destes com outras áreas do conhecimento.

Referências

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica.** São Paulo: Contexto, 2012.

BORSSOI, Adriana Helena. **Modelagem Matemática, Aprendizagem Significativa e Tecnologias:** articulações em diferentes Contextos Educacionais. 2013. 256 p. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular – BNCC**. Brasília, DF, 2018.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica – Matemática**. Curitiba: 2008.

GALBRAITH, P. Models of Modelling: genres, purposes or perspectives. In: **Journal of Mathematical Modelling and Applications.** v, 1, n. 5, 3-16, 2012.

GREEFRATH, G. Using Technologies: New Possibilities of Teaching and Learning Modelling – Overview. In: **Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling (ICTMA 14)**. Hamburgo: KAISER, G.; BLUM, W.; FERRI, R. B.; STILLMAN, G. (Ed.), 2011. p. 301–304.

GREEFRATH, G.; SILLER, H.-S. Modelling and Simulation with the Help of Digital Tools. In: **Mathematical Modelling and Applications: Crossing and Researching Boundaries in Mathematics Education (ICTMA 15)**. Melbourne: STILLMAN, G.; BLUM, W.; KAISER, G.;(Ed.), 2017. p. 529–540.

ISSN: 2526-8899

SIGNIFICADOS ATRIBUÍDOS ÀS OPERAÇÕES COM NÚMEROS NATURAIS

Fernanda Boa Sorte Rocha[1]
Gabriel dos Santos e Silva[2]

Resumo

Neste artigo, apresentam-se diferentes significados atribuídos às operações fundamentais com Números Naturais e alguns problemas matemáticos que podem ser utilizados no ensino dos algoritmos dessas operações por meio desses significados. Este estudo justifica-se a partir de documentos que orientam a prática dos professores da Educação Básica, que apontam para a importância da compreensão dos significados associados às operações como suscitador do desenvolvimento do raciocínio dos alunos, bem como de uma atitude questionadora e reflexiva, para além da manipulação e da memorização de fórmulas e técnicas matemáticas. Os problemas sugeridos neste artigo podem potencializar a atitude ativa e crítica dos alunos, que podem deixar de utilizar os algoritmos apenas como uma maneira de operar com números sem considerar os significados em cada situação. Por fim, consideramos que esse tipo de trabalho em sala de aula, voltado não apenas para os algoritmos como também para os significados associados às operações com Números Naturais, se mostra relevante para o desenvolvimento da capacidade de interpretação de problemas matemáticos pelos alunos, atentando-se ao enunciado como um todo para além dos dados numéricos e palavras-chave, visando o esclarecimento quanto à escolha da operação a ser utilizada na estratégia de resolução. Também se indica a importância da atitude questionadora do professor para a compreensão do tema abordado neste trabalho pelos alunos.
Palavras-chave: Educação Matemática; Significados atribuídos às operações; Operações fundamentais; Números Naturais; Problemas matemáticos.

Abstract

In this article, we present different meanings attributed to fundamental operations with Natural Numbers and some mathematical problems that can be used to teach the algorithms of these operations through these meanings. This study is based on documents that guide the practice of Brazilian Elementary School teachers, which point to the importance of understanding the meanings associated with operations as a stimulant for the development of students' reasoning, as well as a questioning and reflexive attitude to besides the manipulation and memorization of mathematical formulas and techniques. The problems suggested in this paper may potentiate students' active and critical attitude, which may fail to use algorithms only as a way of operating with numbers without considering the meanings in each situation. Finally, we consider that this type of work in the classroom, focused not only on the algorithms but also on the ideas associated with the operations with Natural Numbers, is relevant for the development of the students' ability to interpret mathematical problems, the whole statement is used in addition to numerical data and

[1] Mestranda em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL). Londrina, Paraná, Brasil. E-mail: fernandabsrocha@outlook.com
[2] Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL). Docente do Departamento de Matemática da Universidade Estadual de Londrina (UEL), Londrina, Paraná, Brasil. E-mail: gabriel.santos22@gmail.com

ISSN: 2526-8899

keywords, with a view to clarifying the choice of the operation to be used in the resolution strategy. It is also indicated the importance of the questioning attitude of the teacher to the understanding of the topic addressed in this work by the students.
Keywords: Mathematics Education; Meanings according to operations; Fundamental operations; Natural Numbers; Mathematical problems.

Introdução

Os documentos oficiais, que orientam a prática dos professores, priorizam a atribuição de significados aos conteúdos matemáticos desde o ensino da noção de números e das operações fundamentais – adição, subtração, multiplicação e divisão. Baseadas nas Diretrizes de 1990, as Diretrizes Curriculares Estaduais do Paraná – DCE (2008) enfatizam que aprender Matemática envolve a interpretação e a significação de problemas, a construção de instrumentos que auxiliem em sua resolução, auxiliando o aluno desenvolver o raciocínio lógico, ajudando-o a dar um passo a mais no que é imediatamente perceptível indo além da manipulação e memorização de fórmulas matemáticas e da resolução de cálculos (PARANÁ, 2008, p.46).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (1997,1998), desde os anos iniciais aos finais do Ensino Fundamental, apontam que os alunos têm dificuldades em relacionar as situações problemas com as operações que permitem encontrar as suas repostas, mesmo que ao fim desse curso consigam realizar cálculos corretamente. Para esse documento, a aprendizagem dos alunos deve estar ligada à compreensão dos diferentes significados das operações fundamentais e ao reconhecimento de que uma operação está relacionada a diferentes problemas, além das relações entre elas e do estudo dos cálculos mentais e escritos.

A Base Nacional Comum Curricular – BNCC (2016) indica que é necessário que os alunos sejam capazes de resolver diversas situações problemas que envolvam a utilização das operações fundamentais com seus diferentes significados, de tal forma que a resolução e a elaboração de problemas que envolvam esses significados sejam apontadas como habilidades necessárias para os alunos que cursam os anos do Ensino Fundamental. Para esse documento, a aprendizagem matemática está intimamente ligada à apreensão dos significados dos objetos matemáticos, que é resultado das conexões feitas pelos alunos entre os objetos matemáticos, o seu cotidiano, os temas diferentes da própria Matemática e os demais componentes curriculares.

Com isso, entendemos que os documentos oficiais têm apontado para a importância da compreensão dos significados associados às operações fundamentais. Porém, não é uma tarefa simples reconhecer os significados presentes nas operações, uma vez que, "para cada uma das

ISSN: 2526-8899

quatro operações há diferentes tipos de problemas que são resolvidos por uma mesma operação" (ONUCHIC, BOTTA, 1998, p. 19). Essas autoras colocam que a natureza dos números muda de acordo com a operação selecionada e, assim, é necessário refletir a respeito dos conceitos dos números e das quatro operações básicas.

Nesse sentido, conhecer os diferentes significados atribuídos às operações fundamentais torna-se um assunto relevante ao ensino de Matemática e, por conseguinte, à pesquisa em Educação Matemática. Desse modo, este estudo tem a intenção de apresentar diferentes significados atribuídos às operações com Números Naturais e alguns problemas[3] que podem ser utilizados no ensino dos algoritmos das quatro operações fundamentais com Números Naturais por meio dos diferentes significados atribuídos a cada uma delas.

Tendo em vista o ensino das operações com Números Naturais por meio dos significados atribuídos a elas, a utilização de problemas possibilita que o professor oportunize uma atitude ativa dos alunos em sala de aula, que utilizam seus próprios conhecimentos para elaborar estratégias e encontrar respostas para situações desafiadoras. Além de desenvolver a capacidade de pensar matematicamente, ajuda no desenvolvimento da autoestima dos alunos, que se veem capazes de fazer matemática e que atribuem significados às teorias e aos conceitos ensinados (SOARES; PINTO, 2012, p. 1; ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 82). Dessa forma, as operações deixam de ser encaradas como objetos matemáticos que resolvem exercícios mecânicos entregues durante a aula e passam a ter mais significado para o aluno que pode vislumbrar novas utilidades para o que está sendo ensinado.

Significados associados à adição de Números Naturais

A adição entre números naturais frequentemente é tratada em livros didáticos a partir dos significados de acrescentar ou juntar. Para além deles, apresentamos o significado de restaurar.

Os problemas cujo significado atribuído é o de acrescentar revelam as seguintes características:

- São apresentadas duas quantidades que representam entes de mesma natureza: uma que representa um ente inicial e outra que representa um ente a ser acrescido ao primeiro, a fim de ampliá-lo, alonga-lo ou aumenta-lo.

[3] Os problemas apresentados foram selecionados, adaptados ou elaborados pelos autores deste artigo para uma oficina com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental no contexto do Estágio Supervisionado do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Londrina.

ISSN: 2526-8899

- Difere-se do significado de juntar, porque no de acrescentar o segundo ente é incorporado ao primeiro.
- O resultado final é a quantidade que representa o ente final acrescido ao inicial.

Um problema ao qual se pode reconhecer esse significado é: "O acervo da biblioteca da escola era de 1365 livros. Foram comprados 572 livros novos. Quantos livros fazem parte, agora, do acervo da biblioteca?" (BONJORNO, 2006).

Em problemas cujo significado atribuído é o de juntar, podemos identificar as características:

- São apresentadas duas quantidades que representam entes de mesma natureza e que serão juntados.
- Difere-se do significado de acrescentar, porque no de juntar os dois conjuntos de entes serão agrupados.
- O resultado final representa a quantidade de entes depois de unidos.

Um problema que apresenta esse significado é: "Em um trem viajam 376 passageiros na primeira classe e 598 na segunda. Quantos passageiros viajam no trem?" (BONJORNO, 2006).

Já os problemas de restaurar contêm as características:

- Envolvem processo de perda ou retirada de entes de um conjunto inicial.
- São apresentadas as quantidades que representam os entes perdidos ou retirados e os entes que restaram após o processo de perda ou retirada.
- O resultado representa uma quantidade de entes que existia e que, ainda que não exista mais, a quantidade pode ser restaurada por meio da operação.

Um exemplo de problema que envolve tal significado é: "Juca não perde uma ocasião de vender brigadeiros. Hoje, ele já vendeu 57, mas ainda restam 148. Quantos brigadeiros ele havia levado para vender?" (MORI, 2005).

Significados associados à subtração de Números Naturais

Em relação à subtração, podem ser atribuídos quatro significados: completar, comparar, sobrar e tirar.

Em relação ao de completar, reconhece-se que:

- A situação requer o processo de completamento de um conjunto de entes.
- São conhecidos o total esperado e a quantidade atual.

ISSN: 2526-8899

- O problema solicita a quantidade de entes necessária para atingir o total.

Um exemplo de problema cujo significado de completar é atribuído: Um supermercado repõe seu estoque todos os dias antes de abrir. Sabendo que em uma prateleira cabem 50 caixas de cereal e que, após as vendas do dia anterior, há apenas 13 caixas, quantas precisam ser colocadas nessa prateleira?[4].

Ao que se refere ao de comparar, pode-se reconhecer que:

- O problema requer presentar a diferença entre a quantidade de entes de dois conjuntos conhecidos.
- O resultado representa a quantidade de entes que se tem a mais no conjunto maior ou indica que os conjuntos têm a mesma quantidade de elementos.

Um exemplo de problema cujo significado é o de comparar é: “Em 2008, 1692 estudantes participaram de uma gincana cultural. Em 2009, o número de participantes nessa gincana foi de 2010. Em qual desses anos houve um maior número de participantes? Quantos estudantes participaram a mais em 2009?” (GIOVANNI JR, 2009).

Em relação aos significados de sobrar e tirar encontram-se semelhanças e distinções entre elas. Em ambas, os problemas lidam com processos de retirada ou perda de entes de um conjunto. Ao se tratar do significado de tirar:

- A quantidade total de entes de um conjunto e a quantidade de entes retirados desse conjunto são conhecidas.
- O problema solicita a quantidade de entes restantes no conjunto.

Um exemplo de problema cujo significado é o de tirar é: “Ganhei uma caixa com 50 bombons. Comi 15 bombons, meu irmão comeu 13 e minha irmã, 9. Quantos bombons restaram?” (CORREIA, 2010).

A respeito do significado de sobrar associado à subtração:

- A quantidade total de entes de um conjunto e a quantidade de entes que sobraram após a retirada são conhecidas.
- O problema solicita a quantidade de entes retirados do conjunto.

Um exemplo de problema com esse significado: “Mariana tem 703 ingressos para a Festa Junina. Ela distribuiu esses convites entre as pessoas da comunidade de seu bairro. Sobraram-lhe 58. Quantos convites foram distribuídos?” (SILVA; GAZIRE, 2015).

[4] Os problemas que não apresentam referência foram elaborados pelos autores do plano de oficina.

ISSN: 2526-8899

Significados associados à multiplicação de Números Naturais

A multiplicação entre Números Naturais pode estar associada a problemas cujos significados envolvem soma de parcelas iguais, contagem, disposição retangular ou proporcionalidade. Em relação ao significado de soma de parcelas iguais, tem-se que:

- Os problemas envolvem a replicação ou repetição de um conjunto de entes em quantidades iguais.
- O resultado representa a quantidade de entes após a replicação ou repetição do conjunto inicial.

Um exemplo de problema é: Uma floricultura produz buquês por encomenda. Na última semana, recebeu uma encomenda de 15 buquês de rosas, sendo que em cada um deveriam ser colocadas 12 rosas. Quantas rosas a floricultura precisa ter para produzir a encomenda?

A respeito do significado de contagem:

- O problema está relacionado à combinação de entes de dois ou mais conjuntos.
- São conhecidas as quantidades de elementos de cada conjunto.
- O resultado representa a quantidade de combinações possíveis.

Exemplo de problema associado a esse significado: “A Sorveteria Quedelícia está com a seguinte promoção: compre 1 bola de sorvete mais um tipo de cobertura por apenas R$1,00. As opções de sabores são de coco, flocos, abacaxi, limão, creme, morango e chocolate. As opções de coberturas são chocolate, baunilha e groselha. Quantos pedidos diferentes são possíveis para aproveitar a promoção?” (GIOVANNI; GIOVANNI JR, 2002).

No significado de disposição retangular da multiplicação:

- Os problemas apresentam um conjunto de entes dispostos de maneira retangular.
- São conhecidas a quantidade de linhas e a quantidade de colunas dessa disposição.
- O problema solicita a quantidade de entes da disposição.

Um exemplo de problema para esse significado é: “Em uma parede há 13 linhas de azulejos, com 45 unidades em cada linha. Quantos azulejos estão nessa parede?” (GIOVANNI; GIOVANNI JR, 2002).

Com relação ao de proporcionalidade, em geral, apresentam situações com características:

- Envolvem proporção entre quatro valores em que um dos valores é desconhecido.
- O problema solicita o valor desconhecido.

ISSN: 2526-8899

Pode-se usar como exemplo o problema: "Ao fazer refresco de uva, utilizam-se 4 copos de água para cada copo de suco concentrado. Quantos copos de água são necessários para preparar esse refresco usando 2 copos de suco concentrado?" (GIOVANNI JR, 2009).

Significados associados à divisão de Números Naturais

A divisão entre Números Naturais pode ser associada a dois significados, medir e repartir em partes iguais. Essencialmente, a divisão de Números Naturais representa a repartição ou distribuição de uma quantidade de entes de um conjunto em partes iguais.

O significado de medir pode ser reconhecido a partir das características:

- O problema apresenta duas quantidades de entes de mesma natureza, uma total e outra de elementos de uma repartição ou distribuição.
- É solicitado calcular quantas vezes uma quantidade cabe em outra.
- O quociente da divisão representa a quantidade de vezes que uma quantidade cabe na outra e o resto representa a quantidade de entes que não cabem. O resto deve ser analisado de acordo com a situação proposta.

Três problemas que exemplificam esse significado são: 1. "Uma equipe de voleibol é composta por 12 jogadores, sendo 6 titulares e 6 reservas. O professor de Educação Física de um colégio dispõe de 192 alunos para organizar um torneio de voleibol. Quantas equipes, com titular e reserva, ele vai conseguir formar?" (GIOVANNI JR, 2009). 2. "Quantas caixas, com capacidade para 24 garrafas são necessárias para guardar 2950 garrafas?" (BONJORNO, 2006). 3. "A escola Samba da Vila desfila com várias alas, contendo, cada uma, 45 pessoas. No carnaval passado, havia 723 candidatos para desfilar nessa escola. No máximo quantas alas podem ser formadas?" (MORI, 2005).

Os três problemas diferem-se pela relação entre quociente, resto e situação. No primeiro problema (das equipes de voleibol), a divisão é exata (ou seja, o resto é 0). Nessa situação, o quociente representa exatamente a quantidade de equipes formadas (a quantidade de vezes que 12 coube em 192). No segundo problema (das garrafas), o quociente é 122, mas a divisão não é exata (o resto é 22). Como todas as garrafas precisam ser guardadas, é necessário que uma caixa contenha as 22 garrafas representadas pelo resto da divisão. Desse modo, a resposta ao problema é 123. Por fim, no terceiro problema (do desfile de carnaval), o quociente é 16, mas a divisão não é exata (o resto é 3). Como as alas contém 45 pessoas e o resto não é suficiente para compor uma nova ala, então a resposta ao problema é 16.

ISSN: 2526-8899

Entende-se, então, que o significado de medir pode ser apresentada como “medir com resto 0”, “medir com resto diferente de zero e resposta maior que o quociente” e “medir com resto diferente de zero e resposta igual ao quociente”.

Em relação ao significado de repartir em partes iguais, são características:

- O problema apresentar uma quantidade total de entes e a quantidade de partes a qual o total foi repartido ou distribuído.
- É solicitada a descoberta da quantidade de entes em cada parte.
- O quociente da divisão representa a quantidade de entes em cada parte e o resto representa a quantidade de entes que não pôde ser repartida ou distribuída.

Pode-se utilizar como exemplo o problema: Uma doceira está pensando em organizar seus bombons em caixas. Para um teste inicial, compraram 15 caixas para dispor os 245 bombons que foram produzidos. A doceira quer colocar o máximo de bombons possível em cada caixa e deve colocar exatamente a mesma quantidade em cada uma, para que seus clientes não se sintam prejudicados. Quantos bombons devem ser colocados em cada caixa?

Algumas considerações

No geral, os significados apresentados abrangem grande parte dos problemas matemáticos que são resolvidos a partir da aplicação dos algoritmos da adição, da subtração, da multiplicação e da divisão. Entretanto, não descartamos a possibilidade de existirem outros significados atribuídos a elas. Essa seleção de significados resultou da pesquisa em livros didáticos e artigos em periódicos para a elaboração do plano de oficina já mencionado, assim como dos alguns dos problemas sugeridos.

Alguns significados associados às operações parecem ter diferenças mais evidentes. Outras, entretanto, possuem semelhanças, como os de tirar e sobrar da subtração e que podem ser confusos. Contudo, a escrita de alguns problemas pode influenciar os alunos a confundirem as operações. Como um exemplo disso, o problema sugerido para o significado de restaurar da adição apresenta em seu texto a palavra “vendeu”, que pode influenciar o aluno a resolvê-lo aplicando o algoritmo da subtração com os numerais dados. Os problemas utilizados para a aplicação do algoritmo da adição geralmente suscitam os significados de acrescentar ou juntar, fazendo com que os problemas de restauração sejam pouco discutidos em sala de aula.

Ao lerem os problemas, os alunos usualmente são ensinados a observarem as palavras-chaves que o enunciado apresenta para determinar a operação a ser utilizada. Comumente, são

ISSN: 2526-8899

identificados como problemas de adição aqueles que possuem palavras como “a mais”, “ganhar”, “acrescentar”, e como problemas de subtração aqueles com palavras como “a menos”, “gastar”, “perder”, todavia isso não é regra, como exemplificado anteriormente. É importante que os alunos se atentem à escrita do problema, mas interpretando-o como um todo.

A interpretação se mostra importante em todos os problemas, mas enfatizamos nos exemplos que envolvem o significado de repartição em partes iguais da divisão. Quando têm conhecimento de Números Racionais, os alunos podem facilmente apresentar números decimais como respostas aos problemas da garrafa e do desfile de carnaval. Nesse sentido, entendemos que o papel do professor se torna essencial como questionador em sala de aula, instigando os alunos a refletirem sobre suas atitudes diante os problemas matemáticos, modificando ou não suas estratégias e relacionando-as com a situação apresentada.

Além de dar ênfase para a interpretação dos enunciados dos problemas, trabalhar as operações visando os significados atribuídos a elas possibilita conexões com outros conteúdos matemáticos ou com o mesmo. Por exemplo, o significado de juntar da adição está conectado com o de soma de parcelas iguais da multiplicação, assim como os conceitos a respeito dos significados da multiplicação podem servir de apoio para o ensino futuro de análise combinatória e área de figuras planas. Isso reforça a ideia de que o ensino de Matemática pode, cada vez mais, entrelaçar os domínios do conhecimento matemático.

Espera-se que esse trabalho auxilie professores de Matemática na organização de aulas a respeito das operações com Números Naturais e nas discussões com os alunos em relação aos significados associados a essas operações. Futuramente, almeja-se a discussão da aplicação desses problemas em contextos de sala de aula para uma compreensão de questões voltadas à prática de sala de aula por meio dos significados aqui discutidos.

Referências

BONJORNO, José Roberto. **Matemática**: fazendo a diferença. São Paulo: FTD, 2006.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais:** matemática / Secretaria de Educação Fundamental. . Brasília: MEC/SEF, 1997.

______. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais:** Matemática /Secretaria de Educação Fundamental. . Brasília: MEC / SEF, 1998.

______. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. MEC. Brasília, DF, 2016.

ISSN: 2526-8899

CORREIA, A. M. M. **Resolução de Problemas**: em busca de uma matemática descontraída nas escolas. 2010.

GIOVANNI, J. R.; GIOVANNI JR, J. R. **Matemática pensar e descobrir**: o + novo – São Paulo: FDT, 2002.

GIOVANNI JÚNIOR, J R. **A conquista da matemática, 6º ano**. São Paulo: FTD, 2009.

MORI, Iracema. **Matemática**: ideias e desafios, 5ª série. 14. ed. reform. São Paulo: Saraiva, 2005.

ONUCHIC, L. R.; BOTTA, L. S. **Reconceitualizando as quatro operações fundamentais.** Revista de Educação Matemática, São Paulo: SBEM, ano 6, n. 4, 1998, p. 19-26.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. **Pesquisa em Resolução de Problemas:** caminhos, avanços e novas perspectivas. Bolema, Rio Claro (SP), v. 25, n. 41, p. 73-98, dez. 2011.

PARANÁ, **Diretrizes Curriculares da Educação Básica – Matemática**. Paraná, 2008.

SILVA, L. C. C.; GAZIRE, E. S. **Caderno de Atividades** – Explorando situações-problema e reconstruindo algoritmos dentro do Campo das Estruturas Aditivas. Minas Gerais. 2015.

SOARES, M. T. C. ; PINTO, N. B. . **Metodologia da Resolução de Problemas**. Disponível em:<http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/setembro2012/matematica_artigos/artigo_soares_pinto.pdf>. Acesso em: 21 de janeiro de 2019.

ISSN: 2526-8899

MODELAGEM MATEMÁTICA E MORTALIDADE MATERNA: UMA POSSIBILIDADE DE CONSCIENTIZAÇÃO

Rafaela Gonçalves Ferreira[1]

Bárbara N Palharini A Sousa[2]

Resumo

Este artigo tem por objetivo abordar elementos da modelagem matemática que favorecem na conscientização de problemas sociais. Dados coletados em uma disciplina nomeada “Introdução à Modelagem Matemática” no 4º ano de um curso de Licenciatura em Matemática de uma Universidade pública fundamentam as inferências acerca do uso da modelagem matemática para o ensino de matemática e como uma possibilidade de conscientização da população, em particular, sobre mortalidade materna. A análise dos registros escritos da atividade dos alunos permite a abordagem dos modelos matemáticos desenvolvidos pelos alunos do curso de Licenciatura e as possibilidades do conhecimento matemático para descrever e prescrever comportamentos associados à mortalidade materna. Resultados indicam que diferentes modelos matemáticos possibilitam reflexões no que tange à necessidade do acompanhamento específico de uma gestante, a fim de que ela tenha uma vida saudável durante e após este período. Neste contexto, o conhecimento matemático entra em cena para auxiliar na conscientização, principalmente de mulheres na fase da adolescência sobre os riscos de uma gestação precoce.

Palavras-chave: Educação Matemática, Modelagem Matemática, Mortalidade Materna.

Abstract

This paper aims to address elements of mathematical modelling that may favor the awareness of social problems. Data collected in a course named as "Introduction to Mathematical Modeling" in the 4th year of a Mathematics Degree, in a public university, base the inferences regarding the use of mathematical modelling for the teaching of mathematics and as a possibility of the population awareness, in particular, considering the topic maternal mortality. The analysis of the written records of students activity allows the approach of the mathematical models developed by the undergraduate students and the possibilities of mathematical knowledge to describe and prescribe behaviors associated with maternal mortality. Results indicate that different mathematical models may allow reflections on the need for specific follow - up of a pregnant woman, so that she has a healthy life during and after this period. In this context, mathematical knowledge comes on the scene to help raise the awareness of women during adolescence about the risks of an early pregnancy.

Keywords: Mathematics Education, Mathematical Modelling, Maternal Mortality.

Introdução

[1] Discente do Programa de Mestrado Profissional em Ensino da Universidade Estadual do Norte do Paraná. Email: rafaela.gf@hotmail.com
[2] Docente do Programa de Mestrado Profissional em Ensino e do Colegiado de Matemática da Universidade Estadual do Norte do Paraná. Email: barbara.palharini@uenp.edu.br

ISSN: 2526-8899

De modo geral a abordagem da Modelagem Matemática na Educação Matemática está associada a proposição de atividades que, a partir de contextos reais, problematizam o conhecimento matemático e a solução de problemas do cotidiano dos sujeitos (POLLAK, 2012). Tais atividades tem como componentes uma situação inicial e uma situação final em que uma série de procedimentos são mobilizados pelos sujeitos. Neste contexto, é necessário que os sujeitos engajados com a atividade de modelagem matemática se inteirem da situação-problema, utilizem de linguagem matemática para estudar a situação inicial, elaborem modelos matemáticos com a finalidade de auxiliar na resolução da situação-problema, interpretem tais modelos em termos da realidade estudada e por fim comuniquem os resultados obtidos na situação final (ALMEIDA, SILVA, VERTUAN, 2012).

O uso da modelagem matemática em sala de aula pode ser feito por professores com a finalidade de introduzir e trabalhar conteúdos matemáticos por meio de situações contextualizadas, ou ainda, como um meio de auxiliar os alunos no desenvolvimento da habilidade de criar estratégias para resolver problemas. A essas duas finalidades Galbraith (2012) denomina gêneros de modelagem matemática, modelagem como veículo para o ensino de tópicos específicos da matemática, modelagem como conteúdo para solução de problemas do dia a dia.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática – PCN, no final da década de 1990 um dos obstáculos que o país enfrentava no ensino de matemática era a falta de formação profissional qualificada dos professores; para auxiliar na superação deste desafio, diferentes possibilidades metodológicas foram indicadas para uso em sala de aula: História da Matemática, as tecnologias da comunicação, e a utilização de jogos (BRASIL, 1998).

Na década de 2000 com base nos PCN, cada Estado elaborou um Currículo que contemplasse sua diversidade cultural e social. No Paraná, as Diretrizes Curriculares da Educação Básica apontam que os conteúdos matemáticos devem ser abordados por meio de uma tendência metodológica e destacam entre elas, a Modelagem Matemática (PARANÁ, 2008). O uso da modelagem matemática é colocado como uma possibilidade para valorizar o aluno no contexto social e fazer com que os mesmos questionem situações reais por meio do uso de conceitos matemáticos: “trabalho pedagógico com a modelagem matemática possibilita a intervenção do estudante nos problemas reais do meio social e cultural em que vive, por isso, contribui para sua formação crítica” (PARANÁ, 2008, p. 65).

Recentemente, a Base Nacional Comum Curricular – BNCC aponta como foco o desenvolvimento de competências e habilidades para o ensino e a aprendizagem da Matemática,

ISSN: 2526-8899

sinalizando que a área de Matemática, desde o Ensino Fundamental, "centra-se na compreensão de conceitos e procedimentos em seus diferentes campos e no desenvolvimento do pensamento computacional" (BRASIL, 2018, p. 471). O trabalho conjunto entre professores, alunos e sociedade deve possibilitar "que os estudantes construam uma visão mais integrada da Matemática" (BRASIL, 2018, p. 527), por meio da integração entre sociedade, tecnologia e conhecimento específico.

A abordagem da modelagem matemática pode ser feita, entre outras especificidades, para a conscientização crítica dos sujeitos, envolvendo aspectos políticos, sociais e culturais.

Modelagem Matemática para a organização crítica no ambiente educacional

O movimento da modelagem matemática no Brasil e Internacionalmente ocorreu quase ao mesmo tempo, e tem tido um crescimento considerável de publicações em eventos, revistas e em anais de eventos no âmbito da Educação Matemática (BIEMBENGUT, 2009). Dentre as diferentes perspectivas da modelagem matemática no cenário atual, Kaiser e Sriraman (2006) sistematizaram cinco perspectivas e uma meta-perspectiva: modelagem realística ou aplicada; modelagem contextual; modelagem educacional; modelagem sócio-crítica; modelagem epistemológica ou teórica; modelagem cognitiva (meta-perspectiva).

De acordo com Kaiser Sriraman (2006) a perspectiva sócio-crítica visa pedagogicamente, gerar uma visão crítica da temática investigada pelos alunos. No Brasil, Barbosa (2001) e Araújo (2009) são precursores dessa perspectiva quando se considera o ambiente educacional. Barbosa (2003) destaca que as aplicações da matemática estão presentes na sociedade e influencia a vida das pessoas, tal que a matemática possui um importante papel nas diversas áreas do conhecimento e no cotidiano das pessoas. Desse ponto de vista, pode-se dizer que os argumentos baseados na matemática são utilizados para a tomada de decisões sociais, culturais e políticas, de modo que construiu-se o "consenso" na sociedade com base na legitimidade, veracidade e confiabilidade de dados matemáticos (BARBOSA, 2003). O autor indica ainda que a construção de uma sociedade democrática está associada ao exercício da cidadania, o que de modo geral pode ser entendido como a inclusão dos sujeitos nas discussões públicas. Atividades de modelagem matemática são alternativas para promoção de discussões acerca de uma situação presente na sociedade e colocadas como potencializadoras para a formação de cidadãos críticos. De acordo com o autor "[...] é possível que o professor seja surpreendido por discussões reflexivas no desenvolvimento da atividade de Modelagem proposta pelos alunos" (BARBOSA, 2003, p. 10).

ISSN: 2526-8899

Para Araújo (2009) a concepção de modelagem matemática na perspectiva sócio-crítica consiste na preocupação em formar politicamente os alunos, de modo que estes possam atuar de forma crítica na sociedade, em particular no que tange a importância da matemática na sociedade. Neste contexto encaminhamos o artigo com a finalidade de abordar elementos da modelagem matemática que favorecem na conscientização de problemas sociais por meio de conhecimentos matemáticos relacionados à mortalidade materna.

Mortalidade Materna: uma preocupação crescente entre jovens e adolescentes

A Mortalidade Materna é uma preocupação em vários países, por se tratar de uma taxa muito alta e incluir casos de mortes evitáveis. A Organização Pan-Americana da Saúde – OPAS, aponta que todos os dias, aproximadamente 830 mulheres morrem por causas ligadas à gestação e ao parto no mundo. De acordo com a organização, países em desenvolvimento são os que possuem a maior taxa de mortalidade materna, com 99% dos casos (OPAS, 2015).

Isto acontece, principalmente, porque em países em desenvolvimento as mulheres engravidam muito mais do que em países desenvolvidos. A maioria das mulheres morrem por complicações que se desenvolvem durante ou após a gestação e o parto. Em comparação com outras mulheres, jovens adolescentes têm maior índice de complicações durante a gestação, e, portanto, correm mais risco de morte. Para adolescentes menores de 15 anos, o risco de complicações durante e após a gestação é ainda maior. Portanto, uma das principais causas de morte entre este grupo são as complicações gestacionais e no parto.

Os dados do OPAS apontam que a probabilidade de uma mulher com até 15 anos morrer por causas maternas, é de 1 em cada 4,9 mil em países desenvolvidos, enquanto nos países em desenvolvimento o número é de 1 em 180 mulheres. Dentre as principais complicações durante a gestação estão hipertensão, hemorragias graves, infecções, complicações no parto e abortos inseguros. Por serem evitáveis, em sua maioria, uma forma de diminuir a taxa de mortalidade materna nos países é ter acesso a cuidados pré-natais durante a gestação, cuidados capacitados durante o parto e cuidados e apoios nas semanas após o parto. Também é vital prevenir gestações precoces e indesejadas, por isso, é muito importante que todas as mulheres, inclusive as jovens, tenham acesso a métodos contraceptivos e aos serviços de abortos especializados, quando autorizados pela lei, e acompanhamento após o aborto.

O Brasil participou dos “Objetivos de Desenvolvimento do Milênio - ODM” e com relação a Mortalidade Materna, o país se propôs a atingir a meta de 35 óbitos a cada 100 mil nascidos vivos em 2015. Em 2010, de acordo com os dados do ODM, o Brasil atingiu 68 óbitos

ISSN: 2526-8899

a cada 100 mil nascidos vivos, e mesmo com a redução de 21% da taxa de mortalidade materna em 2011, ainda não foi possível atingir a meta proposta (Figura 1).

Figura 1 – Gráfico: razão da mortalidade materna (para 100 mil nascidos vivos).

Fonte: MS/SVS/DASUS: Sistema de Informações sobre Mortalidade Materna (SIM) e Sistema de Informações sobre Nascidos Vivos (SINASC).

Os dados dispostos no gráfico da Figura 1 são também expressos na Tabela 1.

Tabela 1 – Dados sobre a Taxa de Mortalidade Materna no Brasil

Ano	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Óbito	73,30	70,91	75,87	72,99	76,09	74,68	77,16	76,99	68,73	72	68,2	64,75	54,5	58,1	58,4	57,6	58,4	56,6

Fonte: MS/SVS/DASUS: Sistema de Informações sobre Mortalidade (SIM) e Sistema de Informações sobre Nascidos Vivos (SINASC).

De acordo com o novo projeto “Portal dos Objetivos de Desenvolvimento Sustentável – ODS”, a nova meta brasileira para a Mortalidade Materna é de 30 óbitos a cada 100 mil nascidos vivos e deve ser atingida até 2030. Alencar (2006) aponta que para atingir esse o objetivo é necessário buscar caminhos e soluções para os problemas relacionados a mortalidade das mulheres durante a sua gestação.

Segundo Leal (2008) os caminhos e soluções para essa redução estão associados a: potencialização do acesso ao pré-natal e ao parto; aprimoramento da atenção à mulheres grávidas durante a gestação e o parto; redução de complicações que podem ocorrer devido a gravidez indesejada, como as políticas públicas; fornecimento de poderes institucionais e políticos a comitês de morte materna, possibilitando-a cumprir suas funções; apoio a pesquisas e estudos que visam avaliar a atualidade e a situação da mortalidade materna no país.

Considerando as especificidades da temática sobre mortalidade materna abordamos os aspectos metodológicos que conduzem o tratamento dos dados e o processo reflexivo.

Aspectos metodológicos

A atividade de modelagem matemática descrita e analisada neste artigo foi desenvolvida por um grupo de quatro alunos do último ano de um curso de Licenciatura em Matemática na

ISSN: 2526-8899

disciplina de "Introdução à Modelagem Matemática", em que a primeira autora do artigo foi autora da atividade. O tópico escolhido para o desenvolvimento da atividade, Mortalidade Materna, foi escolhido pelo grupo devido à importância de sua abordagem na sociedade e em situações de ensino e aprendizagem da matemática para jovens e adolescentes.

Por meio de uma abordagem qualitativa, enfatizando os procedimentos matemáticos dos alunos e a consequência de adoção destes procedimentos para análise da situação referente a mortalidade materna sinalizamos os elementos da modelagem matemática que podem favorecer na conscientização de problemas sociais.

Modelagem: uma possibilidade de uso da matemática para a mortalidade materna

A atividade de modelagem matemática desenvolvida considerou dados sobre mortalidade materna desde o ano de 1996 em diferentes regiões do país, com estudo pormenorizado por estado. Neste artigo abordamos um estudo macro, tendo por base os dados da mortalidade materna no Brasil dispostos na Figura 1 e na Tabela 1 deste texto. Como situação-problema foi delimitada a questão "*Será possível para o Brasil atingir a meta estabelecida em relação a taxa de mortalidade materna a cada 100 mil nascidos vivos até 2030?"*

Para responder a questão colocada, são objetivos da atividade de modelagem matemática: coletar os dados referentes a taxa de mortalidade materna a cada 100 mil nascidos vivos em relação ao ano; prever qual será a taxa de mortalidade materna a cada 100 mil nascidos vivos em cada estado; interpretar os resultados matemáticos obtidos face a situação-problema inicial e como viabilizar a conscientização de jovens e adolescentes com relação a mortalidade materna. A partir da definição do tema *mortalidade materna* e da situação-problema para estudo, os alunos iniciaram a interpretação matemática dos dados por meio da definição de variáveis: M - $taxa\ de\ mortalidade\ materna\ a\ cada\ 100\ mil\ nascidos\ vivos$; t – tempo em anos, sendo n uma variável auxiliar tal que, $n = t - 2000$.

O tratamento matemático dos dados foi feito por meio do recurso ao ajuste de curvas. Um ajuste de curvas consiste na determinação dos parâmetros de uma função, dada *a priori* a lei de formação geral a partir do comportamento dos dados observados. Neste contexto, os alunos aproximaram os dados coletados (Tabela 1) de três tipos de funções, das quais duas são abordadas neste artigo, a função exponencial e a função quadrática (BASSANEZI, 2015).

O ajuste de curvas feito por meio do método dos mínimos quadrados é realizado por *softwares* como o *Excel*, o *curve expert* e o *calc*. Enfatiza-se que:

ISSN: 2526-8899

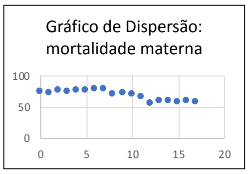
> [...] só podemos garantir a proximidade entre a curva de regressão e os pontos dados no intervalo limitado onde tais pontos foram tomados. Fazer previsões de valores futuros é o objetivo principal de uma modelagem, e um ajuste dos valores conhecidos nem sempre pode servir para tal. Entretanto, como modelos parciais os ajustes são fundamentais no processo de modelagem global (BASSANEZI, 2015, p. 85).

Tendo como base o uso do software *Excel* os modelos matemáticos foram detalhados para o conjunto de dados observados de mortalidade materna no intervalo de 2000 a 2017 (Figura 2). O foco nos ajustes exponencial e quadrático se deve à abordagem de conceitos matemáticos possíveis de discussão no âmbito do Ensino Fundamental e Médio, visto que o ajuste logístico não compreende o escopo de funções indicados para o trabalho nestes níveis de escolaridade. As duas linhas de tendência indicadas estão associadas a comportamentos que podem descrever o conjunto de dados referente à mortalidade materna, no entanto, podem ser prejudiciais para responder à questão abordada pelos alunos, visto que faz-se necessário uma previsão futura dos dados acerca da mortalidade materna.

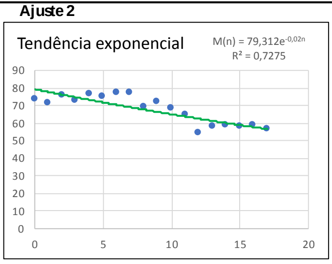
Figura 2 – Interpretação matemática dos dados realizada pelos alunos

Dados observados

t	n	M
2000	0	73,3
2001	1	70,9
2002	2	75,9
2003	3	73
2004	4	76,1
2005	5	74,7
2006	6	77,2
2007	7	77
2008	8	68,7
2009	9	72
2010	10	68,2
2011	11	64,8
2012	12	54,5
2013	13	58,1
2014	14	58,4
2015	15	57,6
2016	16	58,4
2017	17	56,6

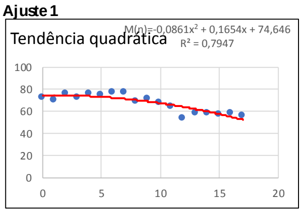


Ajuste 2



$M(t) = 79{,}312e^{-0{,}02(t-2000)}$

Ajuste 1



$M(t) = -0{,}0861(t-2000)^2 + 0{,}1654(t-2000) + 74{,}646$

Validação

t	M	exponencial	quadrático
2000	73,3	79,31	74,65
2001	70,9	77,74	74,73
2002	75,9	76,20	74,63
2003	73	74,69	74,37
2004	76,1	73,21	73,93
2005	74,7	71,76	73,32
2006	77,2	70,34	72,54
2007	77	68,95	71,58
2008	68,7	67,59	70,46
2009	72	66,25	69,16
2010	68,2	64,94	67,69
2011	64,8	63,65	66,05
2012	54,5	62,39	64,23
2013	58,1	61,15	62,25
2014	58,4	59,94	60,09
2015	57,6	58,76	57,75
2016	58,4	57,59	55,25
2017	56,6	56,45	52,57

Fonte: adaptado dos registros dos alunos.

Na validação expressa na segunda tabela da Figura 2 é possível observar que o ajuste quadrático parece estar mais próximo dos dados observados que o ajuste exponencial, no entanto, tal ajuste não condiz com o objetivo disposto na questão inicial, pois como sinalizado na literatura por Bassanezi (2015, p. 85) “só podemos garantir a proximidade entre a curva de regressão e os pontos dados no intervalo limitado onde tais pontos foram tomados” enquanto que a questão a resolver está associada à previsão da taxa de mortalidade materna a cada 100 mil nascidos vivos para o ano 2030. Neste contexto é preciso interpretar matematicamente os resultados obtidos com os conceitos matemáticos face à situação-problema inicial.

ISSN: 2526-8899

O comportamento quadrático, em matemática, está associado a um eixo de simetria que intercepta o eixo x (eixo das abscissas), seu gráfico é expresso por meio de uma parábola, neste caso com concavidade para baixo. Neste caso, o ajuste da curva mesmo estando mais próximo dos dados observados, será válido apenas no intervalo de dados observados, ou seja, no domínio que vai do tempo $t = 2000$ à $t = 2017$. O país se propôs a atingir a meta de 35 óbitos a cada 100 mil nascidos vivos em 2015 e prorrogou a meta para 2030, com base neste comportamento matemático a previsão seria de 2,12 a taxa de mortalidade materna a cada 100 mil nascidos vivos, o que é irreal dado o cenário político e social, bem como o comportamento dos dados até então coletados (em 2017 estamos com 56,6).

Por sua vez, o comportamento exponencial está mais distante dos dados observados, mas traduz a esperança de um compromisso político que diminuiria ano a ano a taxa de mortalidade materna em um decrescimento geométrico, seja por meio de políticas públicas, seja por meio do aprimoramento do sistema de saúde e comunicação do governo. Assumir essa tendência como válida é supor também que a mortalidade materna tende a diminuir próximo de zero, mas nunca de fato será zero – matematicamente e na sociedade. O comportamento exponencial é mais realista, e mesmo sendo otimista demais não coloca o Brasil próximo de atingir a meta colocada para 2030. De acordo com o modelo matemático, em 2030 serão 43,53 a taxa de mortalidade materna a cada 100 mil nascidos vivos.

Resultados e Reflexões Finais

A atividade de modelagem matemática desenvolvida coloca em foco o desenvolvimento de dois modelos matemáticos e algumas ações no desenvolvimento da atividade evidenciam possibilidades de discussão da temática e estudo da mesma por meio dos conceitos matemáticos.

Elementos da modelagem matemática que favorecem a criticidade e o desenvolvimento de consciência em relação à mortalidade materna percorrem o desenvolvimento da atividade de modelagem matemática e o que Almeida, Silva e Vertuan (2012) denominam fases da atividade. A **inteiração** com o tema *mortalidade materna* por meio de buscas na internet, de sítios confiáveis do governo e de dados reais, coloca os alunos em contato com o cenário político e social em que vivem e os faz questionar que tipos de políticas e ações são tomadas para incentivar e possibilitar a prevenção de jovens e adolescentes em relação à mortalidade materna, além de trazer a eles conhecimento sobre o tópico.

ISSN: 2526-8899

A **coleta de dados** e o **tratamento matemático** dos mesmos possibilita a visualização do comportamento dos números referente ao fenômeno no decorrer do tempo. O gráfico de dispersão da Figura 2 está associado ao comportamento dos dados no decorrer do tempo e pode evidenciar, por meio de discussões entre alunos e professores políticas públicas, a realização de ações locais com foco na prevenção, entre outras iniciativas, nos pontos em que ocorre uma diminuição abrupta no número de mortes, por exemplo no ano de 2008 em que a taxa diminui, mas no ano seguinte retorna a aumentar.

Um dos momentos de maior expressividade no que tange ao exame da situação inicial é a **interpretação** dos modelos matemáticos em relação ao fenômeno e à busca por respostas para a questão colocada. É neste momento que os modelos matemáticos, neste caso quadrático e exponencial, são colocados de frente aos dados observados e à possibilidade de previsões por meio destes modelos. A ênfase no ensino de matemática, *modelagem como veículo* de acordo com Galbraith (2012), é importante na medida em que os conceitos matemáticos fazem sentido no desenvolvimento e na solução da situação-problema de fora da matemática – ou seja, referente à previsão da taxa de mortalidade materna para 2030. A importância da experiência com os conceitos matemáticos é enfatizada, visto que a modelagem matemática coloca para os alunos possibilidades para a conscientização de problemas sociais, mas também possibilidades no que tange à organização da sociedade e interpretação da mesma por meio de conceitos matemáticos.

Evidenciamos, por fim, que a inteiração com a situação-problema, o processo de matematização e a interpretação de modelos matemáticos com vistas às situações que eles visam descrever podem favorecer a conscientização da população de jovens e adolescentes em relação aos números da mortalidade materna e a urgência de ações e tomada de decisão para alterar os números de forma mais rápida no decorrer do tempo.

Referências

ALENCAR, C. A. J. Os elevados índices de mortalidade materna no Brasil: razões para sua permanência. **Rev. Bras. Ginecol. Obstet.** 2006, vol.28, n.7, pp. 377-379. Disponível em:< http://www.scielo.br/pdf/rbgo/v28n7/01.pdf>.

ALMEIDA, L. W.; SILVA. K. P.; VERTUAN, R. E. **A modelagem matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto, 2012, p. 1-154.

ARAÚJO, J. L. Uma Abordagem Sócio-Crítica da Modelagem Matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. **ALEXANDRIA**. v.2, n.2, p.55-68, jul. 2009.

ISSN: 2526-8899

BARBOSA, J. C. Modelagem matemática e a perspectiva sócio-crítica. In: Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 3. Santos, São Paulo. **Anais...** III SIPEM, v. 2, p. 1-13, 2003.

BARBOSA, J. C. Modelagem matemática e os professores: a questão da formação. **Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, n. 15, p. 5-23, 2001.

BIEMBENGUT, M. S. 30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. **Alexandria**. Blumenau, v. 2, n. 2, p.7-32, jul. 2009.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**: Educação é a base. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/12/bncc_19dez2018_site.pdf>.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

GALBRAITH, P. Models of Modelling: genres, purposes or perspectives. In: **Journal of Mathematical Modelling and Applications**. v, 1, n. 5, 3-16, 2012.

KAISER, G.; SRIRAMAN, B. A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. In: Zentralblatt für Didaktik der Mathematik - **ZDM**. v.38, n.3. p.302-310, 2006.

LEAL, M. do C. Desafio do milênio: a mortalidade materna no Brasil. **Cad. Saúde Pública**, v. 24, n. 8, p. 1724-1725, 2008.

OPAS. Organização Pan-americana da Saúde, Folha informativa - Mortalidade materna. Brasília, DF: Ministério da Saúde, **OMS**, 2015. Disponível em: <https://www.paho.org/bra/index.php?option=com_content&view=article&id=5741:folha-informativa-mortalidade-materna&Itemid=820>.

PARANÁ. **Diretrizes curriculares da educação básica do estado do Paraná:** matemática. Curitiba: SEED, 2008.

POLLAK, H. O. What is mathematical modeling? In: **Mathematical Modeling Handbook**. Bedfort: COMAP, 2012. Disponível em <www.comap.com>.

ISSN: 2526-8899

O ENSINO DE MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO INFANTIL: ABORDAGENS E SUGESTÕES DE ATIVIDADES

Ana Beatriz de Oliveira[1]

Luciane de Oliveira da Cruz[2]

Resumo

Na educação infantil, o aprendizado é extremamente associado ao brincar, nesta fase, o papel do professor é relacionar o conhecimento com o lúdico, e tornar o processo de ensino e aprendizado natural e interessante para as crianças. Em relação ao ensino de matemática, ocorre da mesma forma, nesta fase, a criança desenvolve as noções necessárias para desenvolver o raciocínio matemático, e os conteúdos trabalhados são as bases para que no futuro os alunos não tenham tanta dificuldade com a matemática. Na educação infantil, de forma geral e, em particular, as atividades relacionadas à matemática são abordadas por meio de jogos, brincadeiras, músicas, histórias e outros recursos didáticos. Sendo assim, o objetivo desse trabalho é apresentar algumas formas de abordar os conteúdos matemáticos na educação infantil, trazendo alguns exemplos de atividades. Para isso, foi realizada uma pesquisa em diversos materiais bibliográficos, artigos, livros entre outros, chegando à conclusão de que existem muitas possibilidades de trabalhar à matemática com as crianças da educação infantil, por meio de brincadeiras, dinâmicas e outras atividades lúdicas, trazendo alguns exemplos dessas neste trabalho. É importante destacar que as brincadeiras na educação infantil devem ter cunho pedagógico, são dinâmicas planejadas com o intuito de desenvolver alguma habilidade ou conhecimento aos alunos, não apenas brincar por brincar, mas sim, levar lado a lado o brincar e o aprender.

Palavras-chave: Atividades Lúdicas; Conceitos Matemáticos; Brincar; Aprendizagem.

Abstract

In early childhood education, learning is associated with playing, at this stage, of the teacher must relate knowledge to the playful, and make the teaching and learning process natural and interesting for children. About math teaching occurs the same way, at this stage, the child develops the necessary notions to develop mathematical reasoning, and the contents worked are the bases so that in the future the students do not have so much difficulty with the mathematics. In early childhood education, in general, and math activities, are addressed through games, music, stories, and other didactic resources. Thus, the objective of this work is to present some ways of approaching mathematical contents in early childhood education, bringing some examples of activities. For this, a research was carried out in several bibliographical materials, articles, books and others, concluding that there are many possibilities of working with

[1] Universidade Estadual de Maringá (UEM). E-mail: anaabiaah@gmail.com
[2] Centro Municipal de Educação Infantil Menino Jesus (Sarandi-PR). E-mail: lucianeoliveirahcruz@gmail.com

ISSN: 2526-8899

mathematics with children in early childhood education, with games, dynamics and other playful activities, presenting some examples in this article. It is important to emphasize that play in early childhood education should be pedagogical, are planned dynamics with the intention of developing some skill or knowledge to the students, not only play for play, but, to play along side of learn.

Keywords: Play Activities; Mathematical Concepts; Play; Learning.

Introdução

O ensino de matemática na educação infantil é de suma importância, é nesta fase que as crianças aprendem sobre as formas, relações de quantidades, contagem e outros elementos básicos que são fundamentais na construção do pensamento matemático. Esses conhecimentos são construídos pelo estímulo em atividades cotidianas da criança, como na manipulação de brinquedos, na adaptação à uma rotina, na aprendizagem de uma coreografia, na letra de uma música, entre outras.

Sendo assim, essa pesquisa vem buscar maneiras de abordar o ensino de matemática dentro da educação infantil, ou seja, por meio de brincadeiras, jogos, e atividades lúdicas, como deve ser trabalhado nesta fase. A importância deste trabalho se dá pelo fato de que, muitas vezes, as crianças não são incentivadas desde a infância na construção do raciocínio matemático, gerando dificuldades posteriores que fazem com que muitos não gostem da disciplina. Assim, trabalhando de maneira a tornar o aprendizado de matemática efetivo, concreto, não apenas memorização, e por meio de brincadeiras que cativem as crianças, pode-se mudar a ideia mitológica que tem-se com a matemática, de ser difícil, e até mesmo traumática a alguns estudantes.

Desde os primeiros anos de idade a criança já tem contato com situações matemáticas em seu cotidiano, com a família, amigos e na escola. Assim, esse artigo tem como objetivo, buscar abordagens e atividades que aproveitem-se desse conhecimento de mundo que a criança tem, da matemática no cotidiano, para estimular a construção das bases necessárias para o raciocínio lógico matemático. Para isso, serão feitas pesquisas em artigos, livros, e diversos materiais que tenham uma abordagem de acordo com essa ideia, trazendo assim, inspirações para um apanhado de sugestões para serem utilizadas por professores da educação infantil.

O trabalho está organizado da seguinte forma: a primeira seção é a introdução, trazendo os objetivos, justificativas e organização do artigo, a seção dois trata-se do referencial teórico, que dá a base científica do trabalho, depois vêm os encaminhamentos metodológicos que

ISSN: 2526-8899

abordam o processo de pesquisa, quais foram os passos dados para a realização do trabalho, a seção quatro traz os resultados obtidos, ou seja, as abordagens e as sugestões de atividades para o ensino de matemática na educação infantil, as considerações finais das autoras estão na quinta seção e, por fim, têm-se as referências.

A importância do lúdico na educação infantil

Para Almeida (2009, p. 1), ludicidade é a qualidade daquilo que é lúdico. O lúdico é aquilo que traz prazer e alegria, podemos relacionar ludicidade entre uma pessoa e um jogo ou uma criança e um brinquedo, ou seja, aquilo que proporciona bem estar.

É importante demonstrarmos aos nossos alunos que aprender pode ser divertido, desse modo, os pequenos terão interesse pelo conhecimento, o que os tornará cidadãos críticos em nossa sociedade que poderão argumentar sobre diversos assuntos por terem seu desenvolvimento intelectual instigado desde a infância.

De acordo com Santos (1999), para a criança, brincar é viver, diante dessa perspectiva podemos analisar que: a infância é um dos maiores momentos de desenvolvimento do ser humano, onde se aprende a falar, andar, ler, escrever, descobre-se sua personalidade, enfim, a criança tem uma facilidade imensa em aprender. Além disso, o brincar é da natureza da criança, a mesma gosta de brincar, se isso não ocorre algo está errado.

Logo, a infância sendo um período de aprendizado e de brincadeira por que não transformar o aprender em brincar ou o brincar em aprender? Pois é, não tem por que! Esse deve ser o caminho utilizado pelo educador, interligar os dois momentos cruciais para o desenvolvimento dos pequenos.

Para Vygotsky (1984) o pensamento infantil é constituído pelo ato de brincar. É brincando que a criança desenvolve seus sentidos físicos, motores e intelectuais. Ao brincar a criança constrói seu pensamento ao recriar discursos externos presentes em seu cotidiano.

Brincando a criança desenvolve diversos conceitos, e assim que se dá sua aprendizagem. Uma vez que a criança ganha certa capacidade ela dificilmente perderá a mesma, pois o conhecimento é evolutivo.

> A educação lúdica contribui e influencia, possibilitando um crescimento sadio, um enriquecimento permanente, integrando-se ao mais espírito democrático enquanto investe em uma produção séria do conhecimento. A sua

ISSN: 2526-8899

> prática exige a participação franca, criativa, livre, crítica, promovendo a integração social e tendo em vista o forte compromisso de transformação e modificação do meio. (ALMEIDA, 1995, p.41).

Brincar é aprender, pois, ao brincar a criança deve pensar, raciocinar, absorver regras, desenvolver habilidades, aguçar a criatividade, se comunicar com outras crianças, desenvolvendo-se individual e socialmente, tendo assim, aprendido muito com as brincadeiras.

Sendo assim qual seria o papel do professor para que a relação entre o lúdico e a educação aconteça? Segundo o Referencial Curricular Nacional para a Educação Infantil:

> E o adulto, na figura do professor, portanto, que, na instituição infantil, ajuda a estruturar o campo das brincadeiras na vida das crianças. Consequentemente é ele que organiza sua base estrutural, por meio da oferta de determinados objetos, fantasias, brinquedos ou jogos, da delimitação e arranjo dos espaços e do tempo para brincar. Por meio das brincadeiras os professores podem observar e constituir uma visão dos processos de desenvolvimento das crianças em conjunto e de cada uma em particular, registrando suas capacidades de uso das linguagens, assim como de suas capacidades sociais e dos recursos afetivos e emocionais que dispõem. (BRASIL, 1998, p. 28).

Ou seja, o professor deve organizar o campo de brincadeiras que estão presente na vida criança, tendo que levar para a sala de aula jogos, brinquedos e brincadeiras que proporcionem o aprendizado. Assim feito o educador deve observar o desenvolvimento da criança ao brincar tanto em meio social com os colegas de turma, quanto a suas características individuais, fazendo também avaliações afetivas e emocionais.

Os meios lúdicos trazem aos alunos muito mais encanto em aprender, assim, a ludicidade vem cada vez mais ganhando espaço no campo da educação. Com o lúdico podem ser atreladas atividades quem envolvam leitura, números, jogos coletivos que levam a criança a imaginar, desenvolver conceitos lógicos e trabalhar em equipe, como também aprender a expressar seus pontos de vista.

A construção do pensamento matemático na infância

O ensino de matemática deve contribuir na construção do raciocínio lógico, de habilidades matemáticas, mas também, deve contribuir na sua formação social, de modo a ajudar na solução de problemas do dia-a-dia. De acordo com o Referencial Curricular para a Educação Infantil (Brasil, 1998):

ISSN: 2526-8899

> O trabalho com noções matemáticas na educação infantil atende, por um lado, às necessidades das próprias crianças de construírem conhecimentos que incidam nos mais variados domínios do pensamento; por outro, corresponde a uma necessidade social de instrumentalizá-las melhor para viver, participar e compreender um mundo que exige diferentes conhecimentos e habilidades. (BRASIL, 1998, p.207)

No cotidiano, em suas relações com a sociedade, com a família e amigos, as crianças entram em contato com a matemática de maneira natural, ao brincar, vivenciar a rotina, se comunicar, entre outras ações. Ela constrói noções matemáticas a partir do conhecimento de mundo, essas noções podem ser aproveitadas em sala de aula para a construção dos conceitos matemáticos.

> As crianças participam de uma série de situações envolvendo números, relações entre quantidades, noções sobre espaço. Utilizando recursos próprios e pouco convencionais, elas recorrem a contagem e operações para resolver problemas cotidianos, como conferir figurinhas, marcar e controlar os pontos de um jogo, repartir as balas entre os amigos, mostrar com os dedos a idade, manipular o dinheiro e operar com ele etc. (BRASIL, 1998, p. 207)

Utilizar das situações cotidianas da criança para estimular a aprendizagem matemática torna o aprender mais interessante, pois parte da realidade dos alunos, fazendo com que tenham mais interesse, curiosidade em aprender, as crianças podem aprender:

> manipulando objetos, colocando um dentro do outro, desenhando, entendendo o tempo (quanto tempo brincou? Quanto tempo vai demorar para um desenho começar, etc.), entendendo quantidades (quantos anos tem? Qual o maior pedaço de bolo, quem tem mais balas, etc.). Tais conhecimentos matemáticos que foram produzidos pelo homem e que o ajudam a fazer uma "leitura matemática de mundo" exercem certo fascínio nas crianças e estimulam a curiosidade epistemológica delas, aumentando o desejo por conhecê-los. (LOPES; GRANDO, 2012, p. 5)

Existem algumas especificidades que devem ser atendidas no ensino de matemática na educação infantil, alguns conceitos devem ser iniciados, a construção de noções que serão importantes para o desenvolvimento do pensamento matemático por toda a vida, tanto em atividades intuitivas como em conceitos abstratos. Na educação infantil, a criança deve ser levada à:

ISSN: 2526-8899

> Reconhecer e valorizar os números, as operações numéricas, as contagens orais e as noções espaciais como ferramentas necessárias no seu cotidiano; Comunicar ideias matemáticas, hipóteses, processos utilizados e resultados encontrados em situações-problema relativas a quantidades, espaço físico e medida, utilizando a linguagem oral e a linguagem matemática; Ter confiança em suas próprias estratégias e na sua capacidade para lidar com situações matemáticas novas, utilizando seus conhecimentos prévios. (BRASIL, 1998, p.215)

Uma maneira de atingir esses objetivos é por meio de brincadeiras, situações que envolvem quantidades, jogos, músicas que falam de números, classificação de objetos em maior e menor, todas essas atividades ajudam na construção da ideia de número e outros conceitos matemáticos. De acordo com Lopes e Grando (2012):

> A ideia de número se constrói em situações sociais e culturais de intercâmbio entre as crianças de necessidades de controlar a variabilidade de quantidades (pontuações num jogo) ou mesmo de necessidade de registrar as quantidades, ou um número em uma sequência numérica (por exemplo, até qual número a criança conseguiu pular na brincadeira de amarelinha). (LOPES; GRANDO, 2012, p. 5)

Não basta apenas fazer com que os alunos decorem os números, saibam contar ou falar o nome de figuras geométricas, o aprendizado deve ser significativo, ter relação com a realidade social dos alunos, mostrar a eles que o conhecimento matemático é uma construção humana e não algo que sempre existiu e que não tem explicações, para isso:

> A ação pedagógica em matemática organizada pelo trabalho em grupo não apenas propicia troca de informações, mas cria situações que favorecem o desenvolvimento da sociabilidade, da cooperação e do respeito mútuo entre os alunos, possibilitando aprendizagens significativas. Acreditamos que uma das formas de viabilizar um trabalho assim é utilizar brincadeiras infantis. (SMOLE, 2000, p. 15).

Sendo assim, desde a educação infantil, o aluno deve conhecer a importância da matemática, para que ela serve, porque existe, de onde serviu, deve aprender a criar estratégias de solução de problemas e relacioná-la com a realidade, quando possível. Dessa forma, a visão da disciplina de matemática, na maioria das vezes como uma vilã, será cada vez mais positiva, facilitando o aprendizado.

Encaminhamentos metodológicos

ISSN: 2526-8899

Primeiramente foi pesquisado em artigos de estudiosos da educação, como ALMEIDA (1995), ALMEIDA (2009), SMOLE (2000) e VYGOTSKY (1984), sobre como se dá o processo de ensino e aprendizado na educação infantil, a importância da ludicidade, do brincar na vida da criança, conhecendo assim, a realidade geral do ambiente escolar na fase da educação infantil.

Em seguida, também houve uma pesquisa, em documentos que dão base ao currículo da educação infantil como o Referencial Curricular Nacional para a Educação Infantil e as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Infantil, e em diversos autores, sobre a construção do conhecimento matemático na infância e a relação com o cotidiano e com o brincar na infância.

Tendo este entendimento, buscou-se em livros, artigos e na prática pedagógica maneiras de abordar conteúdos matemáticos, de forma a estimular esse conhecimento nos alunos, dessa forma, foram elaboradas sugestões de atividades (brincadeiras, jogos, etc.) que tenham significado matemático, e ao mesmo tempo, sejam adequados à educação infantil.

Sendo assim, as autoras são uma acadêmica de licenciatura em matemática, que tem conhecimento dos significados dos conceitos matemáticos, e uma pedagoga que atua na educação infantil, que reconhece a aprendizagem das crianças e a realidade de sala de aula, tendo assim, atividades direcionadas às crianças e com qualidade de conhecimento matemático, visando uma aprendizagem integral.

Resultados

As abordagens didáticas na educação infantil, como foi visto, devem ser de maneira lúdica e dinâmica, algumas atitudes em sala de aula podem contribuir para a construção do conhecimento matemático. Podem ser utilizadas brincadeiras como a amarelinha, que trabalha os números, pode-se pedir para que a criança, após ouvir uma história, monte um mosaico do personagem com peças em formato geométrico, pode ser abordada a história dos três porquinhos para trabalhar o número três, músicas como “dez indiozinhos”, “contando com Mariana” também podem ser utilizadas, relacionando os números com a quantidade de dedos das mãos, por exemplo.

A manipulação e classificação de objetos em maior e menor também é importante na construção dos conceitos matemáticos. A professora também pode fazer levantamentos de dados e organizar em tabelas, como a idade das crianças, a cor do cabelo, etc., para que juntos

ISSN: 2526-8899

cheguem em conclusões. Seguem alguns exemplos de atividades que podem ser realizadas em diferentes fases da educação infantil:

Sugestão 1 de atividade:
Lego
Eixo: Matemática
Conteúdo: quantidades
Objetivo: relacionar objetos á quantidades, de acordo com determinadas características.
Recurso: peças de lego e caixas coloridas, de acordo com as peças.
Encaminhamentos: a professora distribuirá peças de lego para que as crianças brinquem, montem brinquedos, estimulando a imaginação. Depois de certo tempo, colocará caixas coloridas no centro da sala e, com os alunos em círculo, solicitará para cada aluno uma quantidade de peças de cada cor para colocar na caixa que esteja de acordo, por exemplo, ao aluno 1 dirá "colocar duas peças vermelhas na caixa vermelha", orientando quando necessário. Ao fim, pode ser verificado em qual caixa têm menos e mais peças de lego.

Sugestão 2 de atividade:
Boliche
Eixo: Matemática
Conteúdo: registro de quantidades
Objetivo: construir a ideia de perca e sobra, registrar quantidades numéricas, organizar dados em tabela.
Recurso: jogo de boliche para crianças (pinos e bola)
Encaminhamentos: os alunos são organizados em uma fila, onde cada um joga a bola de forma a derrubar a maior quantidade de pinos (sugere-se que tenha 10 pinos), em cada jogada os alunos são questionados sobre quantos pinos foram derrubados e quantos sobraram em pé, e com orientação, registram essas quantidades. Depois, são encaminhados à sala de aula, cada um fala suas quantidades em cada rodada, onde a professora monta no quadro, junto com as crianças, uma tabela com tais dados, enfatizando as quantidades.

Sugestão 3 de atividade:
Tangram
Eixo: Matemática

ISSN: 2526-8899

Conteúdo: formas geométricas

Objetivo: manipular, reconhecer e classificar formas geométricas.

Recurso: quebra-cabeças "Tangram"

Encaminhamentos: serão distribuídos um Tangram para cada aluno, para manusearem, formar figuras utilizando as peças (animais, pessoas, casinha, barco, etc.) de acordo com a criatividade dos alunos, compartilhando com os amigos suas figuras. Depois, a professora solicitará que os alunos separem as peças de acordo com seu formato, em seguida perguntará se os alunos sabem os nomes das figuras, caso não, apresentará as peças, com exemplos no quadro, perguntando aos alunos quais objetos lembram aquelas figuras como um pedaço de pizza lembra um triângulo, por exemplo, também pode mostrar propriedades, como que com dois triângulos forma-se um retângulo.

A importância das sugestões dessas atividades para o ensino de matemática na educação infantil é mostrar que é possível relacionar brincadeiras e jogos com conceitos matemáticos que devem ser abordados nessa fase da educação, fazendo com que o aluno aprenda ao mesmo tempo que brinca, de forma saudável. Classificar, contar, reconhecer padrões, fazer registros numéricos, organizar dados são noções matemáticas que podem ser trabalhadas com essas atividades lúdicas e que são essenciais de se desenvolverem na educação infantil, pois, são base para o aprendizado de matemática nos anos posteriores da vida escolar do aluno.

Considerações Finais

Verifica-se que na educação infantil, o brincar e o aprender estão totalmente entrelaçados, o aprendizado se dá por meio de atividades lúdicas, bem planejadas e direcionadas pelo professor, que são muito importantes para o desenvolvimento das crianças, criando estímulos para aprimorar habilidades físicas, cognitivas e sociais que são de suma importância no processo de ensino e aprendizagem como um todo.

Nesta fase, também é essencial que sejam trabalhadas atividades que auxiliem na construção do conhecimento matemático, visto que as crianças têm contato com a matemática muito cedo, seja com os números, quantidades ou formas. Essas atividades devem ter uma abordagem dinâmica e podem utilizar-se de jogos, brincadeiras, músicas, tecnologias e demais recursos que contribuam para a qualidade do ensino e para a formação dos alunos como as que são sugeridas neste trabalho.

ISSN: 2526-8899

Cabe ressaltar que muitos professores da educação infantil têm dificuldades para trabalhar o ensino de matemática, muitas vezes o fazem sem nem perceber, ao criar relações, atividades de classificação e contagem em sala de aula, assim, vê-se que a matemática pode ser abordada de maneira natural no planejamento didático, com atividades interdisciplinares ou específicas, que tenham relação com a realidade das crianças, com brincadeiras e abordagens que muitas vezes parecem simples, mas fazem muita diferença no aprendizado dos alunos, visando sempre a formação deles no futuro escolar e na sociedade em si.

Referências

ALMEIDA, Anne. **Ludicidade como instrumento pedagógico**. Belo Horizonte: CDOF, 2009.

ALMEIDA, Paulo Nunes de. **Educação lúdica:** técnicas e jogo pedagógicos. São Paulo: Loyola, 1995.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Referencial curricular nacional para a educação infantil**/Ministério da Educação e do Desporto, Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

LOPES, Celi Espasandin; GRANDO, Regina Célia. **Resolução de problemas na educação matemática para a infância.** UNICAMP, Campinas. 2012.

SANTOS, Santa Marli Pires dos. **Brinquedo e infância:** um guia para pais e educadores. Rio de Janeiro: Vozes, 1999.

SMOLE, Kátia Cristina Stocco. **A matemática na educação infantil:** a teoria das inteligências múltiplas na prática escolar. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente.** São Paulo: Martins Fontes, 1984.

ISSN: 2526-8899

AÇÕES DE PROFESSORES POTENCIALIZADORAS PARA PRODUÇÃO DE SIGNIFICADO A CONCEITOS ALGÉBRICOS

Anna Flávia Magnoni Vieira[1]
André Luis Trevisan[2]
Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino[3]

Resumo

Considerando a influência das tarefas matemáticas no processo de aprendizagem dos alunos, neste artigo analisamos ações de professores de Matemática, no momento de implementação de tarefas elaboradas no contexto de um grupo de estudos na perspectiva do trabalho colaborativo, potencializadoras para produção de significados para conceitos algébricos. Foram recolhidas informações no processo de implementação de tarefas em 19 aulas de 50 minutos cada uma, distribuídas em sete turmas de três professores participantes do grupo. Foram identificadas as seguintes ações: discutir as resoluções apresentadas pelos alunos, a fim de levá-los a perceber que poderiam fazer uso de uma linguagem simbólica; explorar e sistematizar, a partir das diferentes resoluções apresentadas pelos alunos, as diversas formas de representação algébrica e os procedimentos que envolvem as operações algébricas; explorar a geometria como "ponte" para ensinar procedimentos algébricos de uma forma contextualizada. Tais ações permitiram que os alunos constituíssem ideias matemáticas relacionadas a linguagem e conceitos algébricos.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Ensino de Álgebra. Tarefas matemáticas. Linguagem algébrica.

Abstract

Considering the influence that the mathematical tasks in the learning process of the students, in this article we analyze actions of teachers of Mathematics, at the moment of implementation of tasks elaborated in the context of a group of studies and in the perspective of the collaborative work, potentializing for the production of meanings to algebraic concepts. We consider data collected in the process of implementation of the tasks followed by the researcher in 19 lessons of fifty minutes each, distributed in seven classes of teachers participating in the project. The following actions were identified: the discussion in the table, in order to make them realize that they could use a symbolic language, sent a systematization from the different solutions presented by the students, sought to explore the various forms of algebraic representation, search of reinforcing procedures involving algebraic operations, uses geometry as a "bridge" to teach algebraic procedures in a contextualized way. Such actions allowed students to construct mathematical ideas related to the production of meanings to algebraic language and concepts.

Keywords: Mathematics Teaching. Teaching Algebra. Mathematical tasks. Algebraic language.

[1] Doutoranda em Ensino de Ciências e Educação Matemática, UEL. anna_flavia_magnoni@hotmail.com
[2] Professor do Departamento de Matemática da UTFPR-LD. andrelt@utfpr.edu.br
[3] Professora Titular do Departamento de Matemática da UEL. E-mail: marciacyrino@uel.br

ISSN: 2526-8899

Introdução

As tarefas[4] propostas por professores em sala de aula merecem destaque quando se levam em conta os diversos elementos que exercem influência no processo de aprendizagem dos alunos. Cabe ao professor planejar e conduzir situações em sala de aula de forma a promover um ambiente que oportunize ao aluno a constituição de conhecimento, mas, para isso, é necessária a preparação e a tomada de decisões relacionadas à sua prática, especialmente no que se refere à seleção, elaboração/criação e implementação de tarefas (CYRINO; JESUS, 2014; STEIN; SMITH, 1998; THOMPSON, 2009).

Quando são oportunizados aos professores momentos de reflexão e discussão de suas práticas, visando à elaboração de seus planos de aula, seleção e discussão de tarefas, de modo conjunto e compartilhado, é possível que ocorram aprendizagens docentes que possivelmente não ocorreriam se o trabalho fosse feito de forma individual, ou sem o apoio de um grupo de estudos (LAVE; WENGER, 1991; OPFER; PEDDER, 2011).

Nesta direção, no presente artigo[5] analisamos ações de professores de Matemática, no momento de implementação de tarefas elaboradas no contexto de um grupo de estudos e na perspectiva do trabalho colaborativo, consideradas potencializadoras para produção de significados[6] para conceitos algébricos. Na próxima seção apresentamos nosso entendimento sobre ensino de álgebra e de pensamento algébrico, seguido dos encaminhamentos metodológicos, da análise das ações de professores, e das considerações finais.

O ensino da Álgebra e o pensamento algébrico

Aspectos relacionados ao ensino da Álgebra e ao pensamento algébrico são amplamente debatidos no âmbito da Educação Matemática nos diferentes níveis de escolaridade, em especial por conta das dificuldades encontradas pelos professores em ensinar algo que, na visão de muitos alunos, é considerado bastante “abstrato”. Muitas vezes, esse ensino se restringe a um amontoado

[4]De acordo com Stein e Smith (2009), uma tarefa representa um segmento da atividade da sala de aula dedicada ao desenvolvimento de uma ideia matemática particular, podendo esta envolver um trabalho prolongado a respeito de somente um problema, ou vários problemas relacionados.
[5] Recorte da dissertação da primeira autora (2018).
[6] A expressão “produção de significados” é tomada no sentido proposto por Silva e Lins (2013), com base no referencial da Teoria dos Campos Semânticos. Para eles, a noção de significado de um objeto é “entendida como aquilo que o sujeito pode e efetivamente diz sobre um objeto no interior de uma atividade” (SILVA; LINS, 2013, p. 5).

ISSN: 2526-8899

de regras e técnicas para resolver equações e sistemas de equações, desvalorizando aspectos importantes da álgebra, necessários para a formação do aluno.

Blanton e Kaput (2005) definem o pensamento algébrico como um processo no qual os alunos generalizam ideias matemáticas a partir de um conjunto de dados particulares, estabelecem essas generalizações por meio de argumentação e as expressam de uma maneira cada vez mais formal e apropriada para a idade em questão. Nessa mesma direção, Cyrino e Oliveira (2011, p.103) caracterizam o pensamento algébrico como "um modo de descrever significados atribuídos aos objetos da álgebra, às relações existentes entre eles, à modelação, e à resolução de problemas no contexto da generalização destes objetos".

O trabalho com Álgebra deve envolver situações que levem "a necessidade de estabelecimento de uma linguagem simbólica que tenha significado para os estudantes", bem como "a possibilidade de desenvolver o pensamento algébrico com auxílio da aritmética e de estruturas algébricas que permitam a construção de significados" (FERNANDES; SAVIOLI, 2016, p. 133-134).

No que tange aos documentos curriculares, os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (1998) de Matemática propõem a integração da Álgebra aos demais blocos (Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação), privilegiando o desenvolvimento do pensamento algébrico e não o exercício mecânico do cálculo. Preconizam a Álgebra como uma linguagem para expressar regularidades e o uso das representações geométricas como auxílio para a construção da linguagem algébrica. Tal aspecto é ressaltado também na Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2017), que aponta para o desenvolvimento de uma linguagem, o estabelecimento de generalizações, a análise da interdependência de grandezas e a resolução de problemas por meio de equações ou inequações.

Quanto à articulação entre Álgebra e Geometria, Oliveira e Laudares (2012) destacam a importância das representações geométricas para a resolução de alguns problemas algébricos. Para esses autores, a Geometria pode ser abordada de modo que "sirva como motivação para o desenvolvimento dos conteúdos em concomitância, fazendo da abstração e do uso de símbolos uma consequência do trabalho desenvolvido, dando oportunidade para a construção e/ou consolidação de conceitos" (OLIVEIRA; LAUDARES, 2012, p.7).

Como possibilidade de promover essa articulação, os PCN destacam que o trabalho com o cálculo de áreas, por exemplo, pode oportunizar aos alunos identificar regularidades, fazer generalizações, aperfeiçoar a linguagem algébrica, sendo, dessa forma, estimulados a

ISSN: 2526-8899

construírem procedimentos que levem à obtenção de fórmulas e expressões algébricas. Salienta, também, que a visualização de expressões algébricas, por meio dos cálculos de áreas e perímetros de retângulos, é um recurso que pode favorecer a aprendizagem de noções algébricas. Portanto, o uso desses recursos pode conferir significados às expressões. Entretanto, o trabalho do professor não deve apoiar-se apenas nesse tipo de situação, já que "a interpretação geométrica dos cálculos algébricos é limitada, pois nem sempre se consegue um modelo geométrico simples para explicá-lo" (BRASIL, 2017, p. 121).

Procedimentos Metodológicos

A pesquisa é de natureza qualitativa e de cunho interpretativo, uma vez que produz dados a partir de observações direta do estudo de pessoas, lugares ou de processos com os quais o pesquisador procura estabelecer uma interação direta para compreender os fenômenos estudados, partindo geralmente de questões mais amplas, que só vão tomando forma mais definida à medida que se desenvolve o trabalho (BOGDAN; BIKLEN, 1994).

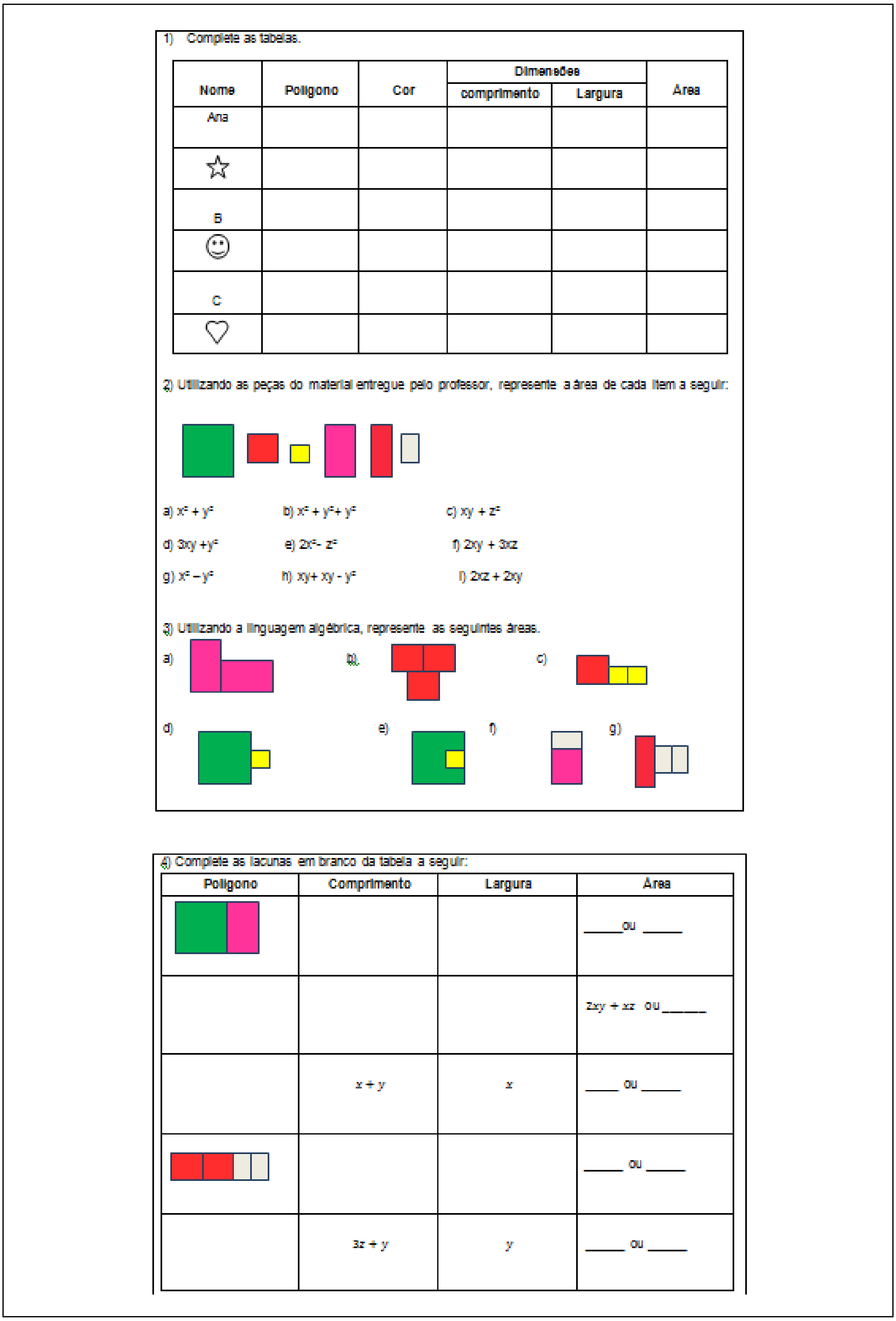
Participaram desta investigação três de cinco professores da rede Estadual de Ensino do Paraná que, junto com os dois primeiros autores deste artigo, constituíram um grupo de estudos. O grupo realizou encontros quinzenais durante o primeiro semestre de 2017 para elaboração de tarefas que pudessem contribuir para o trabalho com expectativas de aprendizagem (PARANÁ, 2012) relacionado às operações algébricas. A partir da exploração de uma versão adaptada do Algeplan[7], em uma das turmas de uma das participantes, e da reflexão conjunta no grupo a partir dessa implementação, foi elaborada a tarefa apresentada na Figura 1.

Esta tarefa foi implementada no segundo semestre de 2017 nas salas de aula dos três professores que fizeram parte desta investigação (Alice[8] (P-Alice), Andrea (P-Andrea) e Gustavo (P-Gustavo)), em oito turmas do 6º ao 8º anos do Ensino Fundamental (2 turmas de 6º ano, 2 turmas de 7º ano e 4 turmas de 8º ano). A implementação dessa tarefa foi acompanhada pela primeira autora deste artigo, que tomou notas em seu diário de campo, e coletou áudios nos momentos de discussão coletiva dos professores com as turmas.

[7]Material manipulável para o trabalho com operações envolvendo polinômios usando áreas de retângulos e quadrados
[8]Os nomes são fictícios para garantir o anonimato dos participantes.

ISSN: 2526-8899

Figura 1 - Versão final da tarefa elaborada pelo grupo.



1) Complete as tabelas.

Nome	Polígono	Cor	Dimensões		Área
			comprimento	Largura	
Ana					
☆					
B					
☺					
C					
♡					

2) Utilizando as peças do material entregue pelo professor, represente a área de cada item a seguir:

a) $x^2 + y^2$ b) $x^2 + y^2 + y^2$ c) $xy + z^2$

d) $3xy + y^2$ e) $2x^2 - z^2$ f) $2xy + 3xz$

g) $x^2 - y^2$ h) $xy + xy - y^2$ i) $2xz + 2xy$

3) Utilizando a linguagem algébrica, represente as seguintes áreas.

a) b) c)

d) e) f) g)

4) Complete as lacunas em branco da tabela a seguir:

Polígono	Comprimento	Largura	Área
			____ou ____
			$2xy + xz$ ou ____
	$x + y$	x	____ ou ____
			____ ou ____
	$3z + y$	y	____ ou ____

Fonte: Adaptado de Magnoni-Viera(2018).

ISSN: 2526-8899

Cada professor adaptou as tarefas de acordo com os conteúdos próprios do ano de escolaridade em que atuava e com suas próprias concepções, encaminhando o trabalho em sala da forma que julgava coerente para cada uma de suas turmas.

Resultados e discussões

Os professores participantes do grupo de estudos, ao elaborarem as tarefas, tiveram a intenção de trabalhar as operações algébricas de forma diferente daquelas rotineiramente encontradas nos livros didáticos, ou seja, o objetivo foi propor tarefas que oportunizassem aos alunos produzir significados para a linguagem algébrica. A seguir, destacamos trechos de diálogos ocorridos durante a implementação da tarefa que buscam evidenciar ações desses professores em sala de aula, potencializadoras para produção de significados para conceitos algébricos. Tais ações refletiram oportunidades para que os alunos pensassem conceitualmente nessas operações, articuladas às áreas e aos perímetros das peças, e não apenas memorizassem fatos ou procedimentos, ou seja, produzissem significados às operações algébricas.

Durante a implementação da tarefa (adaptada para turmas do 6º ano) a P-Andrea forneceu palitos de fósforo e sorvete como instrumentos/unidades para medidas das dimensões. Alguns alunos, ao responderem ao primeiro item da tarefa (Figura 1), adotaram estratégias diferentes, como, por exemplo, preencher as figuras utilizando os palitos de sorvete e de fósforo que tinham à sua disposição. Já outros pensaram na sobreposição de peças.

A professora, ao observar as estratégias adotadas pelos alunos, inicialmente não interferiu em suas resoluções, deixando que explorassem o material por mais algum tempo (cerca de 10 minutos). Porém, a professora percebeu que alguns alunos não conseguiram apresentar uma quantidade inteira de palitos para preencher as figuras solicitadas na tarefa, começaram a quebrá-los na tentativa de preencher toda a figura, e aqueles que tentaram sobrepor às peças perceberam que não era possível com todas as figuras, uma vez que o material não foi construído com esse objetivo.

Desse modo, P-Andrea sentiu a necessidade de ir até o quadro e expor que gostaria que eles escrevessem a área de cada figura utilizando apenas a medida de seus lados, e não o preenchimento com os palitos ou a sobreposição das peças. Assim, ela encaminhou uma resolução desenhando o quadrado vermelho e colocando suas dimensões, a fim de ilustrar tal situação, como destacado na transcrição do diálogo a seguir.

ISSN: 2526-8899

Diálogo (parte 1) – P-Andrea e alunos 7º A

P-Andrea:	*Pessoal, vou ajudar vocês um pouquinho na parte da área. Prestem atenção aqui. Eu não quero que vocês apaguem o que escreveram, pode deixar aí, pois não está errado, mas quero colocar outras coisas para a gente pensar. Todo mundo entendeu o perímetro, onde vamos procurar o perímetro do quadrado vermelho, alguém pode me explicar?*
Aluno A:	*Com os palitos professora, fui colocando o palito em volta.*
P- Andrea:	*E como que eu posso representar a área do quadrado vermelho?*
Aluno B:	*Colocando os palitos dentro.*
P- Andrea:	*Não está errado o que fizeram, mas eu quero que vocês pensem na medida do lado do quadrado, qual a medida do lado do quadrado?*
Aluno C:	*Um palito de sorvete.*
P- Andrea:	*Isso, um palito de sorvete de comprimento e um de largura* [Nesse momento, a professora desenha no quadro o quadrado com um palito de sorvete].
P- Andrea:	*Então esse quadrado vermelho é o quadrado de quem? Ele é o quadrado de qual medida?*
Aluno D:	*Do palito de sorvete.*
P- Andrea:	*Então esse quadrado vermelho é o quadrado de quem?* [Ela repete a pergunta, buscando obter a resposta da área do quadrado e não do lado]. *Como a gente poderia escrever o quadrado do palito de sorvete? Alguém tem alguma ideia? Pode falar pessoal, estamos aqui para errar e acertar, não tem problema.* [Nenhum aluno responde]
P- Andrea:	*Como ninguém tem ideia, vou deixar vocês pensarem.*

Após a discussão, a professora circulou pela sala, observou as respostas dos alunos, e percebeu que uma dupla escreveu por extenso “um palito de sorvete ao quadrado”. Após algum tempo, no final da aula, a P-Andrea retomou a discussão no quadro, a fim de levá-los a perceber que poderiam fazer uso de uma linguagem simbólica. Tal ação da professora possibilitou aos alunos o desenvolvimento/criação de uma linguagem mais concisa ao expressar-se matematicamente e a interpretação de símbolos matemáticos (FERNANDES; SAVIOLI, 2016).

Diálogo (parte 2) – P-Andrea e alunos 7º A

P- Andrea:	*Pessoal, já aprendemos que, para calcular a área de uma figura, devemos fazer o que com as medidas dos lados?*
Aluno E:	*Vezes.*
P- Andrea:	*Então, como podemos escrever 1 Sorvete vezes 1 Sorvete?*
Aluno E:	*Um vezes um.*
P- Andrea:	*Como posso escrever 3 vezes 3?*
Aluno F:	*Nove.*
P- Andrea:	*Mas usando uma outra “continha”* [operação] *que a gente estudou, como posso escrever 3 vezes 3?*
Aluno G:	*Potência, né professora?*
P- Andrea:	*Isso. Então, como é 3 vezes 3 em potência?*
Aluno H:	*Três elevado ao quadrado.*
P- Andrea:	*Porque é ao quadrado?*
Aluno H:	*Porque a figura é um quadrado.*
P- Andrea:	*Não queremos escrever o quadrado do sorvete, como vamos escrever isso?*
Aluno I:	*Sorvete ao quadrado.*
P- Andrea:	*Isso. Então, a partir dessa ideia, quero que vocês escrevam as áreas das figuras em forma de potência quando possível, mas não apaguem o que fizeram antes.*

ISSN: 2526-8899

A P-Andrea direciona a aula, nesse momento, de forma mais expositiva e dialogada. Levanta questionamentos para os alunos na tentativa de entender suas explicações acerca das estratégias e procedimentos adotados. Cabe ressaltar que ela buscou direcioná-los a fim de explorar toda a potencialidade da tarefa, ao invés de fornecer diretamente as respostas. Dessa forma, inferimos que houve percepção da professora em relação às suas ações nos processos de ensino e de aprendizagem por meio da tarefa, uma vez que reconheceu que suas intervenções eram necessárias, porém deveriam ser conduzidas no sentido de atingir seus objetivos de ensino e não limitar as ideias matemáticas dos alunos.

A seguir, destacamos um trecho de um diálogo ocorrido durante a implementação das tarefas em uma das turmas do P-Gustavo.

Diálogo (parte1) – P-Gustavo e alunos 8º C

Aluno A:	*Professor, posso escrever no perímetro do quadrado verde* $4x$ *ao invés de* $x + x + x + x$*?*
P-Gustavo:	*Você acha que representa a mesma coisa?*
Aluna A:	*Sim, porque são quatro lados iguais, né?*
P-Gustavo:	*Sim, você pode representar dessa forma, representam a mesma coisa.*
	[...]
Aluno B:	*Professor, como essa figura... é quadrado ou um retângulo?*
	[Professor pega duas peças do material e mostra ao grupo do Aluno B]
P-Gustavo:	*O que uma figura geométrica precisa apresentar para ser um quadrado?*
Aluno B:	*Ter quatro pontas?*
P-Gustavo:	*Mas as duas têm quatro pontas. Por que esse é um retângulo e não um quadrado? Como fazemos para diferenciar?*
Aluno C:	*No retângulo um lado é mais largo que o outro, e no quadrado todos têm a mesma largura.*
P-Gustavo:	*No quadrado, os quatro lados possuem a mesma medida, e no retângulo não necessariamente.*

As questões levantadas por P-Gustavo levaram o aluno a refletir sobre os elementos que definem um retângulo. Assim, ao afirmar que em um retângulo “um lado é mais largo que o outro” (*Aluno C*), esse aluno levantou uma conjectura que o permitiu distinguir o retângulo do quadrado. P-Gustavo não contrapôs sua hipótese, mas reformulou a fala de modo que estivesse coerente com as propriedades matemáticas das figuras (em especial com o termo “não necessariamente”), já que para ser um retângulo basta ter os quatro ângulos retos.

O professor em seguida encaminhou uma sistematização a partir das diferentes soluções apresentadas pelos alunos. Por exemplo, para representar o perímetro e área da peça em forma quadrada, algumas expressões surgiram durante a discussão e o professor procurou explorar as diversas formas de representação algébrica para o perímetro

ISSN: 2526-8899

($x + x + x + x$, $4x$, $x \cdot 4$, $2x + 2x$ e $x + 3x$) e a área ($x \cdot x$, $2x$,$4x \cdot x$ e $4 \cdot x$) da forma quadrada verde. As ações de P-Gustavo possibilitaram aos estudantes generalizar ideias matemáticas a partir de um conjunto de dados particulares conforme aponta Blanton e Kaput (2005).

Ilustramos a seguir um diálogo ocorrido durante a implementação das tarefas na turma do P-Alice.

Diálogo– P-Alice e alunos 8º B

Aluno A:	*Posso colocar a medida que quiser? Temos que usar a régua?* [referindo-se às peças do material]
P-Alice:	*Não podem usar a régua. Eu não me preocupei com a medida real, eu utilizei letras para representar as dimensões. Procurem no material, que estão indicadas todas informações que precisam para a tarefa. Leiam primeiro a tarefa e troquem ideia com seus colegas do grupo.*
Aluno B:	*Professora, mas o comprimento e a largura posso medir com a régua?*
P-Alice:	*Procure nas peças que elas estão mostrando as dimensões.*
Aluno C:	*Professora, mas tem peça que não tem medida.*
P-Alice:	*Pessoal medir não é comparar? Então, comparem as peças, não são todas que têm a medida, vocês quem devem descobrir.*

Nota-se a preocupação da P-Alice em conduzir o diálogo de modo que seus alunos conseguissem estabelecer conexões acerca da medição das dimensões da figura, não perdendo de vista um de seus objetivos com a proposição da tarefa, ou seja, que os alunos pudessem comparar as medidas das dimensões das formas retangulares com as medidas já indicadas nas formas quadradas.

Por meio dos relatos da P-Alice, observa-se que suas ações estão coerentes com seu objetivo que era articular o ensino da álgebra com a geometria. Entende-se que a professora utiliza a geometria como "ponte" para ensinar procedimentos algébricos de uma forma contextualizada. Essa atitude da professora está em consonância com os autores Oliveira e Laudares (2012) e com os PCN (1998), que apontam a importância de trabalhar a Álgebra articulada com a Geometria, uma vez que esta última é um assunto do cotidiano escolar do aluno. Dessa forma, o professor dá oportunidade ao aluno de elaborar conceitos.

Considerações Finais

Neste artigo, nos propusemos a elencar e analisar algumas ações dos professores, no momento de implementação das tarefas, que de algum modo potencializaram a produção de significados de conceitos algébricos. Foram identificadas as seguintes ações dos professores neste sentido: discutir as resoluções apresentadas pelos alunos, a fim de levá-los a perceber que

ISSN: 2526-8899

poderiam fazer uso de uma linguagem simbólica; explorar e sistematizar, a partir das diferentes soluções apresentadas pelos alunos, as diversas formas de representação algébrica e os procedimentos que envolvem as operações algébricas; explorar a geometria como "ponte" para ensinar procedimentos algébricos de uma forma contextualizada.

Acerca do ensino da Álgebra, observamos que a proposição de tarefas que articulam conceitos geométricos e algébricos, serviu como uma oportunidade para esses professores, em diferentes contextos dos anos finais do Ensino Fundamental, oportunizassem aos estudantes a produção de significados para conceitos algébricos.

Espera-se que este artigo possa provocar reflexões acerca do trabalho com tarefas matemáticas no contexto da Álgebra, visando à produção, por parte dos alunos, de significados para conceitos algébricos, para além do tratamento "mecânico" e desarticulado, usualmente utilizado no ensino da Álgebra e da Geometria.

Referências

BLANTON, M. L.; KAPUT, J. Characterizing a Classroom Practice That Promotes Algebraic Reasoning. **Journal for Research in MathematicsEducation**, v. 36, n. 5, p. 412–446, 2005.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em Educação**: uma introdução às teorias e aos métodos. Porto: Ed. Porto, 1994.

BRASIL. Secretaria de Ensino Fundamental (MEC). **Parâmetros Curriculares Nacionais:** terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental – Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular** (BNCC). Educação é a Base. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/, acessada em 01 de agosto de 2018.

CYRINO, M.C.C.T.; OLIVEIRA, H. M. Pensamento Algébrico ao longo do Ensino Básico em Portugal. **Bolema. Boletim de Educação Matemática** (UNESP. Rio Claro. Impresso), v. 24, p. 97-126, 2011.

CYRINO, M.C.C.T.; JESUS, C.C. Análise de tarefas matemáticas em uma proposta deformação continuada de professoras que ensinam matemática. **Ciência e Educação**, Bauru, v.20, n. 3, p. 751-764, 2014.

LAVE, J.; WENGER, E**. Situated learning:** legitimate peripheral participation. Cambridge: Cambridge University Press, 1991.

ISSN: 2526-8899

MAGNONI, V. A.F. **Elementos valorizados por professores de Matemática na elaboração e implementação de tarefas no contexto da Álgebra.** 2018. 99 folhas. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática - Universidade Tecnológica Federal do Paraná) Londrina, 2018.

OLIVEIRA, S.; LAUDARES,J.Pensamento algébrico: uma relação entre álgebra, aritmética e geometria. *In*: Encontro Mineira de Educação Matemática, 7. **Anais..**. EMEM, São João Del Rei – MG, 2015, p. 1-10.

OPFER, V. D; PEDDER, D. Conceptualizing teacher professional learning.**Review of educational research,** v. 81, n. 3, p. 376-407, 2011.

PARANÁ. **Diretrizes Curriculares para a Educação Básica do Paraná** (DCE de Matemática). 2008.

RIBEIRO, A. J.; CURY, H. N. **Álgebra para a formação do professor – explorando conceitos de equação e de função**. Belo Horizonte: Autêntica, 2015.

STEIN, M.H.; SMITH, M.S. Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice. **MathematicsTeaching in the Middle School**, n. 3, p. 268-275, 1998.

VIOLA DOS SANTOS, J. R. **O que alunos da escola básica mostram saber por meio de sua produção escrita em Matemática**. 2007, 108 p. Dissertação. (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Departamento de Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2007.

ISSN: 2526-8899

INDÍCIOS DO PENSAMENTO FUNCIONAL RECURSIVO A PARTIR DE ATIVIDADES DE MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS

Camila Garbelini da Silva Ceron[1]

Adriana Helena Borssoi[2]

Jader Otávio Dalto [3]

Resumo

Neste artigo discutimos alguns aspectos do desenvolvimento do pensamento matemático a partir de uma atividade proposta a uma turma dos anos iniciais do Ensino Fundamental I, durante aulas de Matemática. O contexto da investigação remete a um ambiente educacional que visa promover a aprendizagem colaborativa dos alunos, em que o diálogo, a negociação, as discussões, sejam privilegiados visando atingir um objetivo comum. Assim, o objetivo da investigação que trazemos é analisar, por meio da análise da produção escrita, indícios do pensamento funcional recursivo dos alunos, a partir da situação-problema, *"A viagem de Carnaval de Melissa"*. A atividade foi realizada em uma turma de 22 alunos do 4º ano do Ensino Fundamental I, em uma cidade paranaense. Sua proposição levou em conta referenciais teóricos que alegam ser desejável instigar o desenvolvimento do pensamento funcional recursivo nos alunos desde os anos iniciais, como forma de prepará-los para compreender a Álgebra dos anos seguintes. Por meio da análise da produção escrita foi possível perceber que os alunos se envolveram com o estudo da situação-problema proposta, sendo possível identificar na resolução de dois grupos de alunos indícios do pensamento funcional recursivo, que foram evidenciadas por meio de suas resoluções e justificativas, percebendo assim a relevância do desenvolvimento do pensamento funcional dos alunos, proporcionando maior interpretação e compreensão de situações-problemas e conceitos matemáticos envolvidos.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Produção Escrita. Pensamento Funcional. Anos Iniciais.

Abstract

In this article we discuss some aspects of the development of mathematical thinking from an activity proposed to a class from the early years of Elementary School I during mathematics classes. The context of the investigation refers to an educational environment that aims to promote collaborative learning of students, where dialogue, negotiation and discussions are privileged in order to achieve a common goal. Thus, the objective of the investigation that we bring is to analyze, through the analysis of written production, evidence of the recursive functional thinking of the students, from the problem situation, "The Carnival trip of Melissa." The activity was carried out in a class of 22 students from the 4th year of Elementary School I, in a city of Paraná. His proposition took into account theoretical references that claim to be desirable to instigate the development of recursive functional thinking in students from the

[1] Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Câmpus Londrina. E-mail: cami.garbelini@gmail.com.
[2] Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Câmpus Londrina. E-mail: adrianaborssoi@utfpr.edu.br.
[3] Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Câmpus Cornélio Procópio. E-mail: jaderdalto@utfpr.edu.br.

ISSN: 2526-8899

earliest years as a way to prepare them to understand Algebra of the following years. Through the analysis of the written production it was possible to perceive that the students were involved with the study of the proposed problem situation, being possible to identify in the resolution of two groups of students indications of recursive functional thinking, which were evidenced by means of their resolutions and justifications , thus realizing the relevance of the development of students' functional thinking, providing greater interpretation and understanding of problem situations and mathematical concepts involved.

Keywords: Mathematics Teaching. Written Production. Functional Thinking. Early Years.

Introdução

Buscando por estratégias educacionais que aproximem o educando de sua aprendizagem de forma investigativa e autônoma, deu-se o desenvolvimento deste trabalho. O artigo é o resultado de uma atividade desenvolvida em uma turma do 4º ano do Ensino Fundamental I, com 22 alunos de uma escola no norte do Paraná, a qual a primeira autora é professora regente da turma.

Os alunos realizaram as atividades em duplas e em grupos maiores, pois o intuito da professora foi de que trabalhassem de forma colaborativa visando a facilitação da aprendizagem dos alunos. Para Correa (2000, p. 1), a aprendizagem colaborativa é “[...] focada no diálogo, na negociação, em aprender pela explicação e essa rede de aprendizagem é constitutivamente um ambiente de conversação”. Nesse sentido, Silva, Borssoi e Ferruzzi (2018, p. 4), complementam que, “[...] ao desenvolver um trabalho colaborativo, no qual os envolvidos, estando juntos, têm a intenção de atingir um objetivo em comum, possibilita-se a ocorrência de aprendizagem colaborativa”.

Para obtenção dos dados, foram utilizados a produção escrita dos alunos e o relato da professora enquanto aplicadora-pesquisadora. Os resultados que trazemos decorrem da análise dos dados por meio da metodologia de análise da produção escrita.

Esta é parte de uma atividade que foi desenvolvida em quatro aulas, em que se utilizou de uma aula nos moldes tradicionais, uma aula no modelo de laboratório rotacional da modalidade do Ensino Híbrido proposto por Horn e Staker (2015), uma aula para aplicação de uma situação-problema em sua primeira proposição, a qual será discutida neste trabalho e uma aula com a proposta da mesma situação-problema, porém com a utilização de um recurso educacional digital.

ISSN: 2526-8899

O objetivo da investigação que trazemos é analisar, por meio da análise da produção escrita, indícios do pensamento funcional recursivo dos alunos, a partir da situação-problema, *"A viagem de Carnaval de Melissa"*. Desta forma, o artigo está organizado por seções, em que a primeira apresenta algumas considerações sobre a análise da produção escrita a qual mostra uma maneira de avaliar a resolução dos alunos, a segunda aborda o pensamento funcional, trazendo uma análise sobre o pensamento matemático dos alunos na resolução de situações-problemas desenvolvendo as habilidades requeridas pelos documentos educacionais, a terceira seção retrata a experiência realizada e os resultados encontrados e por fim, na última seção, algumas considerações acerca da investigação.

Análise da produção escrita

A avaliação faz parte do processo educativo e a busca por um critério justo e eficaz traz diversas reflexões para educadores. Santos et al. (2008), trazem uma estratégia de avaliação que pode ser utilizada pelos professores, a análise da produção escrita dos alunos.

Os autores argumentam que

> [...] pensar a avaliação como prática de investigação, que não tem por objetivo classificar e nem mesmo excluir, mas interpretar, incluir, regular, mediar os processos de ensino e aprendizagem proporcionando indicativos para o desenvolvimento de capacidades matemáticas dos alunos e para a prática pedagógica dos professores (SANTOS et al., 2008, p. 36-37).

A proposta feita pelos autores mostra uma maneira de olhar para avaliação das atividades dos alunos de forma cuidadosa, valorizando e compreendendo o que o aluno pensou, como interpreta e resolve os problemas. O intuito é investigar a resolução do aluno identificando suas potencialidades e fracassos, a fim de ajudá-lo, além de também permitir avaliar a própria prática enquanto docente.

Dessa forma, a análise da produção escrita dos alunos convida o professor a desvencilhar-se do "certo/errado" e "buscar conhecer os alunos em sua complexidade e heterogeneidade, respeitando suas vivências e idiossincrasias, na perspectiva de ampliar os modos de produzir significados [...]" (SANTOS et al., 2008, p. 37).

Santos et al. (2008) ainda colocam que, além da análise da produção escrita permitir conhecer os procedimentos matemáticos dos alunos, esta deveria também "[...] fazer parte do processo de ensino e aprendizagem da Matemática na formação dos professores", pois além de ser utilizada para conhecer a forma como os alunos interpretam e resolvem problemas matemáticos, possibilita ao professor em formação "[...] a elaboração de formas de ensino

ISSN: 2526-8899

alternativas mais condizentes com esses modelos de os alunos lidarem com a Matemática" (p. 39-40).

Desta forma, tanto a escolha do problema como a forma como é avaliado, implica na aprendizagem do aluno. Por isso, a importância em buscar por problemas contextualizados que permitam o aluno matematizar situações reais e também avaliar os resultados com cuidado, não apenas classificando como certo/errado, mas analisando cuidadosamente a resolução do aluno. Que o erro, ou equívoco, do aluno seja uma maneira de reformular estratégias de ensino e também uma forma de aprender o conceito ainda não compreendido.

Na próxima seção, apresentamos algumas considerações sobre o pensamento funcional, com a intenção de analisar os pensamentos matemáticos emergidos em uma análise da produção escrita dos alunos em uma atividade de matemática.

O desenvolvimento do Pensamento Funcional de alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental

Na estrutura curricular, com a Álgebra, enquanto unidade temática, pretende-se o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos, colocando-os a pensar criticamente e criar padrões, sistematizações e generalizações.

Proporcionar o desenvolvimento do pensamento matemático em sala de aula, deve possibilitar ao aluno refletir, discutir, construir e sistematizar o conhecimento. As habilidades de "[...] raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente" (BRASIL, 2017, p. 264) se fazem necessárias para o desenvolvimento do raciocínio lógico, de modo que os alunos consigam conjecturar, representar, formular e resolver problemas utilizando-se de diferentes ferramentas matemáticas.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) apresenta que o ensino da Álgebra deve desenvolver no aluno o pensamento algébrico,

> [...] que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. Para esse desenvolvimento, é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados (BRASIL, 2017, p. 268).

ISSN: 2526-8899

Portanto, o desenvolvimento do pensamento matemático inicia-se desde os anos iniciais, para que o aluno já construa "[...] ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade. No entanto, nessa fase, não se propõe o uso de letras para expressar regularidades, por mais simples que sejam" (BRASIL, 2017, p. 268).

O pensamento funcional é um tipo de pensamento algébrico, o qual sistematiza o pensamento voltado para uma função, como aborda Canavarro (2007), "[...] o pensamento funcional envolve a generalização através da ideia de função, que pode ser encarada, por exemplo como a descrição das instâncias numa parte do domínio" (CANAVARRO, 2007, p. 89).

Blanton e Kaput (2011) baseados em outro autor apresentam três tipos de pensamento funcional:

> (1) padronização recursiva envolve variação encontrando dentro de uma sequência de valores; (2) pensamento covariacional é baseado na análise de como duas quantidades variam simultaneamente e manter essa mudança como uma parte explícita, dinâmica de descrição de uma função (por exemplo, "como x aumenta por um, y aumenta em três") e (3) relação de correspondência baseia-se na identificação de uma correlação entre as variáveis (por exemplo," y é 3 vezes x mais 2") (BLANTON; KAPUT, 2011, p. 8 – tradução dos autores).[4]

Esses autores colocam que nos anos iniciais do Ensino Fundamental o pensamento frequentemente emergido é o recursivo, porém avaliam grandes possibilidades nos alunos dessas séries, em também desenvolver os pensamentos covariacional e por correspondência. Blanton e Kaput (2011) apresentam que,

> [...] crianças do ensino fundamental pode desenvolver e usar uma variedade de ferramentas para raciocinar sobre funções, elas podem descrever em palavras e símbolos recursivo, covariacional e relações de correspondência nos dados, e elas podem usar linguagem simbólica para modelar e resolver equações com quantidades desconhecidas (BLANTON; KAPUT, 2011, p. 9 – tradução dos autores).[5]

Desta forma, analisa-se que o pensamento matemático dos alunos vai se desenvolvendo desde os anos iniciais e quanto mais estimulado mais é desenvolvido, o que permite o aluno maior compreensão e raciocínio dos conceitos matemáticos. Por isso a relevância de se

[4](1) *recursive patterning* involves finding variation within a sequence of values; (2) *covariational thinking* is based on analyzing how two quantities vary simultaneously and keeping that change as an explicit, dynamic part of a function's description (e.g., "as *x* increases by one, *y* increases by three") ; and (3) a *correspondence relationship* is based on identifying a correlation between variables (e.g., "*y* is 3 times *x* plus 2").

[5] elementary school children can develop and use a variety of representational tools to reason about functions, they can describe in words and symbols recursive, covarying, and correspondence relationships in data, and they can use symbolic language to model and solve equations with unknown quantities.

ISSN: 2526-8899

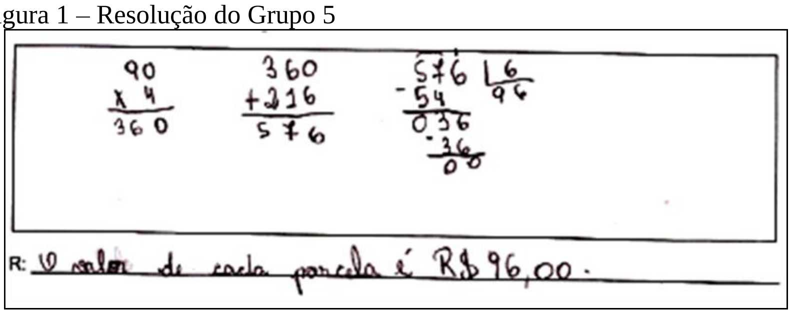
estimular cada vez mais em sala de aula esses tipos de pensamentos, de forma a proporcionar nas aulas, atividades que possibilitem o aluno, pensar, testar, conjecturar, dialogar e generalizar. Apresentamos na próxima seção a situação-problema explorada e resultados encontrados.

A atividade "A viagem de Carnaval de Melissa"

A situação-problema "A viagem de Carnaval de Melissa" visava explorar os números decimais em um contexto monetário. A atividade foi proposta em grupos de quatro e cinco alunos, estimulando a aprendizagem colaborativa em que os alunos poderiam dialogar, discutir e refletir sobre a situação-problema, como proposto por Correa (2000) e Silva, Borssoi e Ferruzzi (2018). Os grupos são referenciados no texto como Grupo1, Grupo2, Grupo3, Grupo4 e Grupo5.

Na questão 1, deveriam determinar o valor de cada parcela que Melissa pagaria se viajasse 4 dias para Porto Seguro - Bahia, sabendo que o valor da passagem aérea era de R$ 216,00, a diária do hotel era R$ 90,00 e que Melissa pagaria em 6 vezes sem juros. Todos os grupos compreenderam o problema e conseguiram responder como o esperado: multiplicaram o valor da diária do hotel por 4, pois seria a quantidade de dias que ela ficaria, somaram ao valor da passagem aérea de ida e volta e dividiram por 6, que seria a forma de pagamento que Melissa faria. A Figura 1 mostra esta resolução feita pelo Grupo5.

Figura 1 – Resolução do Grupo 5

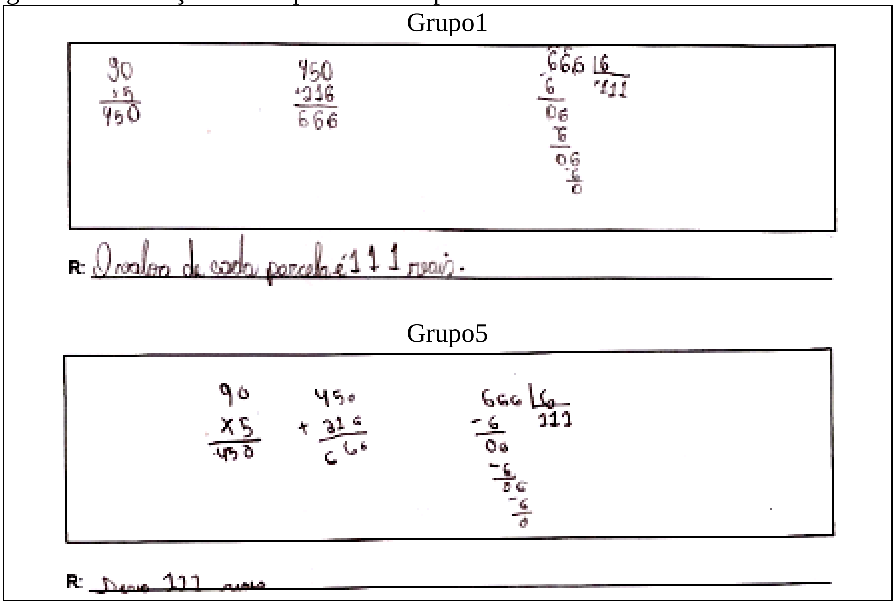


Fonte: Registro escrito do Grupo 5

Na questão 2 e 3 do problema, em que os alunos deveriam determinar o valor das parcelas se Melissa ficasse 5, 6 e 7 dias, esperava-se que os alunos usassem o mesmo raciocínio da questão anterior, porém deveriam multiplicar o valor da diária do hotel por 5, depois por 6 e depois por 7, adicionar cada um pelo valor da passagem aérea e dividir pelas seis parcelas. Nota-se que dos cinco grupos, apenas dois procederam como o esperado, o Grupo1 e o Grupo5. A Figura 2 mostra a resolução dos mesmos.

ISSN: 2526-8899

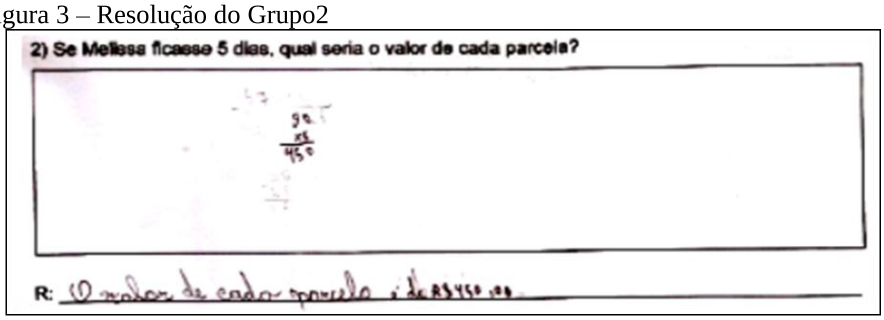
Figura 2 – Resolução do Grupo1 e do Grupo5



Fonte: Registro escrito dos Grupos1 e 5.

O Grupo2, apenas multiplicou o valor da diária do hotel pela quantidade de dias que Melissa ficaria na viagem, 5, 6 ou 7, e deram este valor como resposta, não considerando a passagem e as parcelas (Figura 3).

Figura 3 – Resolução do Grupo2

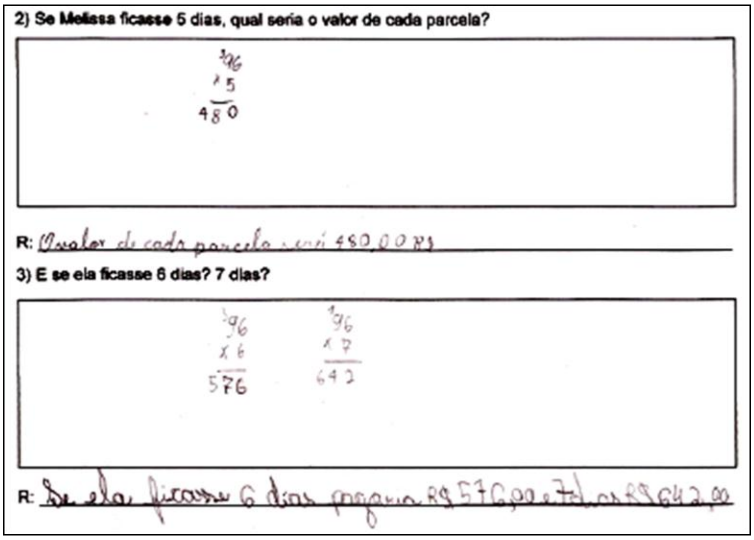


Fonte: Registro escrito do Grupo2.

Já o Grupo3 (Figura 4) pegou o valor da parcela encontrado na questão 1, ou seja, R$ 96,00 e multiplicou pelas quantidades de dias 5, 6 e 7 e deram como resposta os valores encontrados. Eles tiveram o mesmo raciocínio do Grupo2, porém usaram o valor da parcela obtida se fossem 4 dias e não o valor da diária do hotel que era de R$90,00.

Figura 4 – Resolução do Grupo3

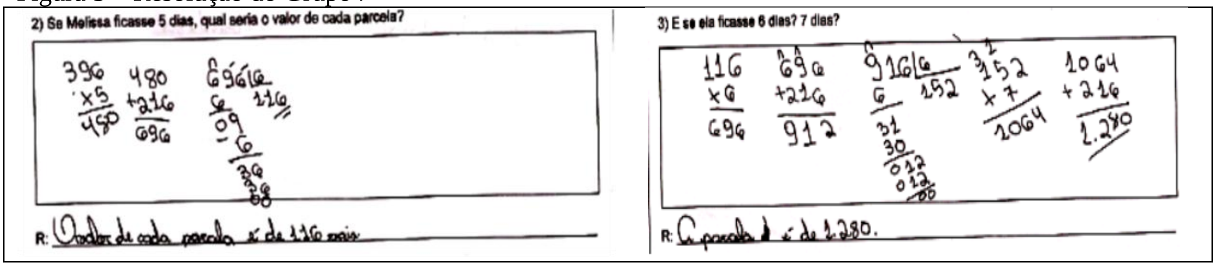
ISSN: 2526-8899



Fonte: Registro escrito do Grupo3.

O Grupo4 (Figura 5) também usou o valor da parcela encontrado na questão 1, multiplicaram por 5, 6 e 7 dias e dividiram pelas 6 parcelas, tiveram o raciocínio esperado, porém não pegaram o valor correto. Talvez a compreensão de continuar resolvendo o problema a partir dos resultados já encontrados.

Figura 5 – Resolução do Grupo4



Fonte: Registro escrito do Grupo4.

A última questão do problema era para preencher uma tabela com o valor de dias de viagem e o valor correspondente das parcelas, de forma que relacionassem os valores das parcelas em relação aos dias com os valores das parcelas percebendo uma regularidade.

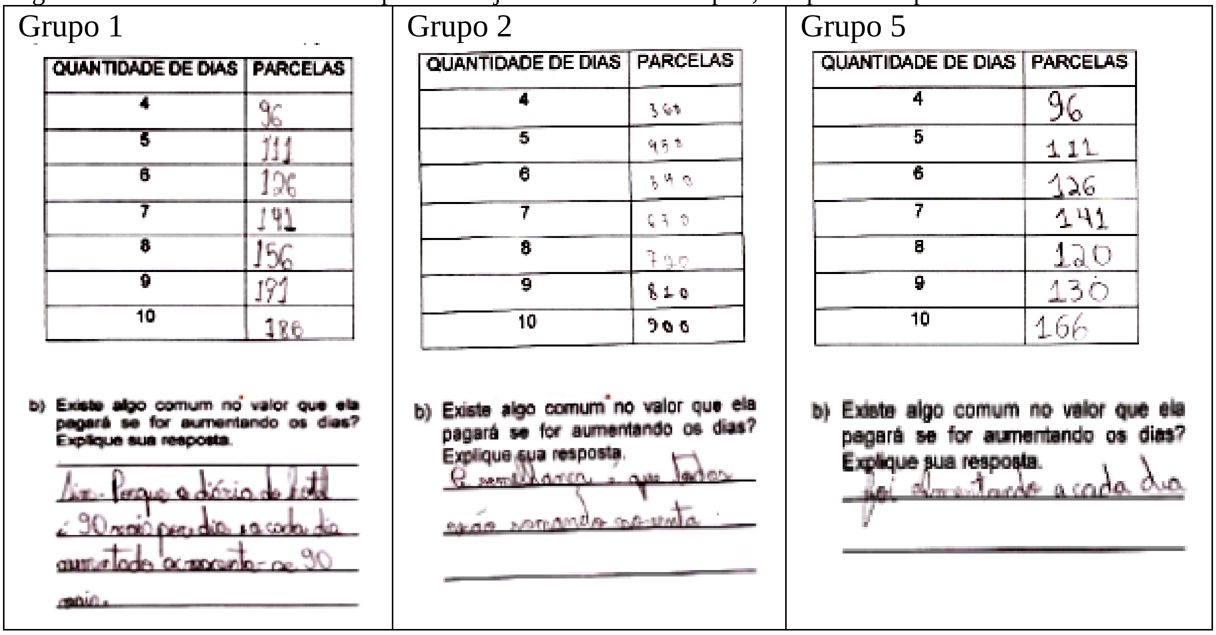
O Grupo1 preencheu a tabela corretamente, completando o valor das parcelas até 7 dias e efetuando os cálculos 8, 9 e 10 dias. Analisa-se que eles compreenderam que aumentando o número de dias há um aumento de R$90,00 ao valor da viagem, apresentando assim indícios do pensamento funcional como abordam Blanton e Kaput (2011). O Grupo2, preencheu a tabela colocando apenas os valores das diárias do hotel, mas pode-se analisar que o grupo também teve um pensamento funcional, pois observaram que a cada parcela aumenta um mesmo valor, ou seja, aumenta R$ 90,00. O Grupos3 e o Grupo4 não concluíram a questão. E o Grupo5, teve

ISSN: 2526-8899

o mesmo raciocínio do Grupo1, porém ao fazer os cálculos para 8, 9 e 10 dias, multiplicaram a quantidade de dias pelo valor do hotel e dividiram por 6, esquecendo-se de somar o valor da passagem aérea antes de dividir (Figura 6). Nesse caso, o grupo percebeu que o valor das parcelas aumentava conforme o número de dias, mas não escreveram em quanto aumentava, por isso não foi possível identificar a presença do pensamento funcional. Assim, apenas para o Grupo1 e o Grupo2 evidenciaram-se indícios do pensamento funcional.

As Figuras 10 e 11 apresentam o preenchimento da tabela e as justificativas dos grupos que concluíram a atividade.

Figura 6 – Tabela com o valor das parcelas e justificativas do Grupo1, Grupo2 e Grupo5



Grupo 1

QUANTIDADE DE DIAS	PARCELAS
4	96
5	111
6	126
7	141
8	156
9	171
10	186

b) Existe algo comum no valor que ela pagará se for aumentando os dias? Explique sua resposta.

Sim. Porque a diária do hotel é 90 reais por dia e a cada dia aumentado acrescenta-se 90 reais.

Grupo 2

QUANTIDADE DE DIAS	PARCELAS
4	360
5	450
6	540
7	630
8	720
9	810
10	900

b) Existe algo comum no valor que ela pagará se for aumentando os dias? Explique sua resposta.

A semelhança é que todos estão somando noventa.

Grupo 5

QUANTIDADE DE DIAS	PARCELAS
4	96
5	111
6	126
7	141
8	120
9	130
10	166

b) Existe algo comum no valor que ela pagará se for aumentando os dias? Explique sua resposta.

foi aumentando a cada dia

Fonte: Registro escrito dos alunos do Grupo1, Grupo2 e Grupo5.

Essas análises foram realizadas por meio da análise da produção escrita dos alunos, assim como propõe Santos et al. (2008). Ao avaliar as resoluções, percebeu-se que apenas o Grupo1 chegou ao resultado esperado e foi possível identificar indícios do pensamento funcional recursivo (BLANTON; KAPUT, 2011). Os registros do Grupo2 mostraram que, mesmo sem finalizar o problema como esperado, houve indícios do pensamento funcional recursivo. Os dados do Grupo3 e do Grupo4 não permitiram evidenciar a presença do pensamento funcional e o Grupo5 se aproximou do resultado esperado da questão, porém os alunos não conseguiram interpretar os resultados que encontraram, por isso não foi possível constatar indícios do pensamento funcional dos alunos.

Considerações Finais

ISSN: 2526-8899

A análise da produção escrita se mostrou um recurso educacional que permite perceber os pensamentos matemáticos emergidos no desenvolvimento da situação-problema proposta, em que pela escrita dos alunos pôde-se analisar indícios do pensamento funcional recursivo.

Acredita-se que o pensamento funcional deve ser instigado desde os anos iniciais, proporcionando atividades que façam os alunos questionar, testar, conjecturar e desenvolver o raciocínio lógico e pensamentos matemáticos. Em especial, ações docentes nesse sentido têm relevância quando se busca um ensino que visa a facilitação da aprendizagem.

O estudo que apresentamos indica que é possível instigar o pensamento funcional desde os anos iniciais, assim como proposto pelos documentos educacionais e as orientações de Blanton e Kaput (2011), para que os alunos possam desenvolver os pensamentos matemáticos, possibilitando maior compreensão de conceitos futuros.

Este artigo traz um recorte de uma investigação que propõe algumas inovações no ambiente educacional, que busca por metodologias ativas as quais instigam a autonomia, a responsabilidade e o interesse dos alunos. Assim, outros aspectos que influenciaram na produção escrita dos grupos, tais como a aprendizagem colaborativa e a abordagem híbrida de ensino, serão explorados em trabalhos futuros para os quais uma análise mais ampla será empreendida na busca de compreensões sobre o desenvolvimento do pensamento funcional nesse nível de escolaridade.

Referências

BLANTON, M. L.; KAPUT, J. J. Function Thinking as a Route Into Algebra in the Elementary Grades. *ZDM – International Reviews on Mathematical Education*, 37 (1), p. 34-42, 2011. DOI 10.1007/BF02655895

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular, Ministério da educação / Área da matemática - MEC, 2017, p. 268. Acesso em 04 de março de 2019. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/02/bncc-20dez-site.pdf.

CANAVARRO, A. P.; O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. *Quadrante*, Vol. XVI, nº 2, 2017.

CORREA, L. M. Z. Aprendizaje Colaborativo: uma nueva forma de diálogo interpessoal y em red. Quarderns Digital, n. 27, p. 1-10, 2000.

ISSN: 2526-8899

HORN, M. B.; STAKER, H. *Blended: usando a inovação disruptiva para aprimorar a educação.* [Tradução: Maria Cristina Gularte; Revisão técnica: Adolfo Tanzi Neto, Lilian Bacichi]. Porto Alegre: Penso, 2015.

SANTOS, J. R. V. DOS; BURIASCO, R. L. C. DE; CIANI, A. B. A avaliação como prática de investigação e análise da produção escrita em matemática. *Revista de Educação PUC-Campinas,* Campinas, n. 25, p. 35-45, novembro 2008.

SILVA, K. A. P. DA S.; BORSSOI, A. H.; FERRUZZI, E. C. *Aprendizagem Colaborativa em Modelagem Matemática*. VII Sipem – Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2018

ISSN: 2526-8899

UMA PROPOSTA DE ENSINO NO CONTEXTO DA OTIMIZAÇÃO NA PERSPECTIVA DA INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA

Ligia Bittencourt Ferraz de Camargo[1]

Geraldo Aparecido Polegatti[2]

Angela Marta Pereira das Dores Savioli[3]

Resumo

Considerando que algumas das aplicações mais importantes do cálculo diferencial consistem nos *problemas de otimização*, e que estes podem ser reduzidos a encontrar os valores máximo ou mínimo de uma função, o presente trabalho trata-se de uma proposta de ensino que poderá ser aplicada em nível superior de ensino e que busca promover a compreensão de conceitos matemáticos relacionados aos valores extremos de uma função. O desenvolvimento da proposta se dará na perspectiva da investigação matemática em que, partindo de uma determinada tarefa, pretende-se promover tanto discussões relacionadas a aspectos que os alunos já estudaram no Ensino Médio como um estudo mais apurado e condizente com o âmbito do Ensino Superior. Nessa perspectiva, o aluno é convidado a agir de modo ativo, formulando questões, conjecturas, realizando provas e refutações, apresentando resultados bem como discutindo e argumentando com os seus colegas e o professor. O professor, por sua vez, é considerado um elemento-chave nas aulas propostas na perspectiva da investigação matemática, assumindo um papel regulador das atividades, cabe-lhe ajudar o aluno a compreender o que significa investigar e aprender a fazê-lo. Dessa forma, a variedade de percursos que os alunos seguem bem como o modo como a turma reage às intervenções do professor são elementos amplamente imprevisíveis em uma aula de investigação.

Palavras-chave: Ensino de Cálculo; Problemas de Otimização; Investigação Matemática.

Abstract

Considering that some of the most important applications of differential calculus consist of optimization problems and that these can be reduced to finding the maximum or minimum values of a function, the present work deals with a teaching proposal that can be applied at a higher level of education and that seeks to promote the understanding of mathematical concepts related to the extreme values of a function. The development of the proposal will take place in the perspective of mathematical research in which, starting from a certain task, it is intended to promote both discussions related to aspects that students have already studied in High School as a more accurate study and consistent with the scope of Higher Education. From this

[1] Universidade Estadual de Londrina. ligiabitten@hotmail.com
[2] Universidade Estadual de Londrina. geraldo.polegatti@jna.ifmt.edu.br
[3] Universidade Estadual de Londrina. angelamartasavioli@gmail.com

ISSN: 2526-8899

perspective, the student is invited to act in an active way, formulating questions, conjectures, performing tests and refutations, presenting results as well as discussing and arguing with his colleagues and teacher. The teacher, in turn, is considered a key element in the proposed classes in the perspective of mathematical research, assuming a regulating role of the activities, it is up to him to help the student to understand what it means to investigate and to learn to do it. In this way, the variety of paths that students follow as well as how the class responds to teacher interventions are largely unpredictable elements in a research class.

Keywords: Teaching of Calculus; Optimization Problems; Mathematics Research.

Introdução

É comum em situações práticas do cotidiano nos depararmos com problemas que, de alguma forma, buscam encontrar a melhor maneira de se fazer algo. Por exemplo, um homem de negócios constantemente quer minimizar custos e maximizar lucros, um viajante pretende minimizar o tempo de transporte, assim como um engenheiro eletricista deseja, por exemplo, melhorar a potência de um motor por um mínimo de consumo, etc. Problemas como esses podem ser interpretados como a busca por valores de variáveis que resultem na maximização ou minimização de determinadas funções dentro de certo domínio e são chamados *problemas de otimização*.

No que diz respeito à disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I, esses problemas aparecem como sendo algumas aplicações das derivadas. Trabalhá-los em sala de aula possibilita que os alunos percebam onde, na prática, poderiam utilizar os conceitos relacionados a derivada de uma função, as inúmeras regras de derivação e métodos estudados até aquele momento da disciplina. Dessa forma, é possível que eles se sintam mais motivados e interessados a estudarem os conteúdos do cálculo.

De acordo com Lima (2007), as aplicações constituem para muitos alunos de nossas escolas, a parte mais atraente (ou menos cansativa) da Matemática que estudam. Se forem formuladas adequadamente, em termos realísticos, ligados a questões e fatos da vida atual, elas podem justificar o estudo, por vezes árido, de conceitos e manipulações, despertando o interesse da classe.

Para a resolução dos problemas de otimização, Stewart (2013) sugere alguns passos, como podemos ver a seguir no Quadro 1:

Quadro 1 – Passos na Resolução dos Problemas de Otimização

ISSN: 2526-8899

1. **Compreendendo o Problema.** A primeira etapa consiste em ler cuidadosamente o problema até que ele seja entendido claramente. Pergunte-se: O que é desconhecido? Quais são as quantidades dadas? Quais são as condições dadas?
2. **Faça um Diagrama.** Na maioria dos problemas, é útil fazer um diagrama e marcar as quantidades dadas e pedidas no diagrama.
3. **Introduzindo uma notação**. Atribua um símbolo para a quantidade que deve ser maximizada ou minimizada (por ora vamos chamá-la de $\boldsymbol{Q}$). Selecione também símbolos $(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}, \dots, \boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})$ para outras quantidades conhecidas e coloque esses símbolos no diagrama. O uso de iniciais como símbolos poderá ajudá-lo, $\boldsymbol{A}$ para área, $\boldsymbol{h}$ para altura e $\boldsymbol{t}$ para tempo.
4. Expresse em termos de alguns outros símbolos da Etapa 3.
5. Se for expresso como uma função de mais de uma variável na Etapa 4, use a informação dada para encontrar relações (na forma de equações) entre essas variáveis. Use então essas equações para eliminar todas menos uma das variáveis na expressão de $\boldsymbol{Q}$. Assim, será expresso como uma função de uma variável $\boldsymbol{x}$, digamos $\boldsymbol{Q} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$. Escreva o domínio dessa função.
6. Use o Método de Intervalo Fechado ou o Teste da Primeira Derivada para encontrar os valores máximo ou mínimo absolutos de $\boldsymbol{f}$.

Fonte: Stewart (2013)

Apesar dos passos acima descritos, ao ministrar por algumas vezes a disciplina Cálculo Diferencial e Integral I, temos percebido que mesmo que os alunos busquem seguir à risca essas etapas, acabam se esbarrando em certas dificuldades e por alguns fatores acabam não completando com êxito a resolução de problemas que envolvem máximos e mínimos de funções.

Sendo assim, considerando a importância de tais problemas para a formação acadêmica e profissional dos alunos e preocupados com a realidade acima apontada, o presente trabalho tem por objetivo apresentar uma proposta de ensino em sala de aula na perspectiva da investigação matemática que busca promover a compreensão de conceitos matemáticos relacionados aos valores extremos de uma função. Nesse sentido, partindo de uma determinada tarefa, pretende-se fomentar tanto discussões relacionadas a aspectos que os alunos já estudaram no Ensino Médio como um estudo mais apurado e condizente com o âmbito do Ensino Superior.

Acreditamos que no contexto dos problemas de otimização, uma aula na perspectiva da

ISSN: 2526-8899

investigação matemática pode vir a se tornar muita rica uma vez que esse tipo de abordagem além de envolver, naturalmente, conceitos, procedimentos e representações matemáticas, assume características muito próprias, conduzindo rapidamente a formulação de conjecturas que se procuram testar e provar, se for o caso. Além disso, a investigação matemática pode oportunizar conexões entre conceitos matemáticos e possibilitar descobertas imprevistas.

Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2013**)**, quando se trabalha com um problema, o objetivo é naturalmente resolvê-lo. No entanto, para além de resolver o problema proposto, pode-se fazer outras descobertas que, em alguns casos, se revelam tão ou mais importante que a solução do problema original.

Investigação Matemática

Na busca por um ensino que possibilite aos estudantes análises, argumentações, conjecturas, formulações de ideias e realização de provas, as pesquisas em Educação Matemática têm destacado tendências metodológicas que poderão ser utilizadas em sala de aula para abordar os conteúdos de formas diferenciadas daquelas tradicionalmente utilizadas.

Nesse sentido, conforme apontam Ponte, Brocardo e Oliveira (2013**)**, diversos estudos em educação tem mostrado que investigar constitui uma poderosa forma de construir conhecimento, e em numerosas experiências já empreendidas com o trabalho investigativo os alunos tem mostrado um grande entusiasmo pela matemática.

Nessa mesma perspectiva, Braumann (2002) destaca que:

> Aprender Matemática sem forte intervenção da sua faceta investigativa é como tentar aprender a andar de bicicleta vendo os outros andar recebendo informação sobre como o conseguem. Isso não chega. Para verdadeiramente aprender é preciso montar a bicicleta e andar, fazendo erros e aprendendo com eles (BRAUMANN, 2002, p.5).

Usualmente uma investigação matemática desenvolve-se a partir de um ou mais problemas. Nesse sentido, vale dizer que esses problemas não precisam ser obrigatoriamente muito difíceis, mas devem ser questões que sejam interessantes a quem vai investigar, que se apresentem inicialmente confusas e nas quais os envolvidos com a investigação não tenham resposta pronta, mas que a busquem de modo fundamentado e organizado.

De acordo com Tudella et al.(1999), a situação a ser trabalhada com os alunos precisa conduzi-los a uma descoberta, com possibilidade de conjecturar. Ponte, Brocardo e Oliveira (2006) mencionam que uma situação passa a constituir-se em uma investigação quando tal

ISSN: 2526-8899

situação é motivadora e desafiadora, quando o processo de resolução e a solução da questão não são imediatamente acessíveis ao aluno.

De acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2015), uma atividade de investigação desenvolve-se habitualmente em três fases (numa aula ou conjunto de aulas), conforme mostra o Quadro 2.

Quadro 2 – Fases da atividade de investigação

Introdução da tarefa	▪ O professor faz a proposta a turma, oralmente ou por escrito
Realização da investigação	▪ Individualmente, aos pares, em pequenos grupos ou com toda a turma é desenvolvida a investigação.
Discussão dos resultados	▪ Os alunos relatam aos colegas o trabalho realizado

Fonte: Adaptado de Ponte, Brocardo e Oliveira (2013, p.23)

Ainda segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2015), de modo mais detalhado, a realização de uma investigação matemática envolve quatro momentos principais de modo que cada um desses momentos pode incluir diversas atividades como se indica no Quadro 3.

Quadro 3 – Momentos na realização de uma investigação

Exploração e formulação de questões	▪ Reconhecer uma situação problemática ▪ Explorar a situação problemática ▪ Formular questões
Conjecturas	▪ Organizar dados ▪ Formular conjecturas (e fazer afirmações sobre uma conjectura)
Testes e reformulação	▪ Realizar testes ▪ Refinar uma conjectura
Justificação e avaliação	▪ Justificar uma conjectura ▪ Avaliar o raciocínio ou o resultado do raciocínio

Fonte: Ponte, Brocardo e Oliveira (2015)

A Proposta

ISSN: 2526-8899

Antes de apresentarmos o enunciado do problema a qual estamos sugerindo para a proposta referente ao ensino de problemas de otimização, vale salientar que em sua escolha estivemos preocupados com que ele reunisse características conforme propõem os autores a respeito da perspectiva que pretendemos utilizar na proposta, a investigação matemática.

Além disso, embora o público para tal seja acadêmicos do Ensino Superior e, em particular, estudantes da disciplina Cálculo Diferencial e Integral I, buscamos um problema que pudesse ser resolvido tanto utilizando apenas conceitos estudados no Ensino Médio como aqueles abordados na disciplina de cálculo. A ideia dessa escolha foi, além de acreditar que dessa forma os momentos da investigação possam se tornar enriquecedores por meio das conexões que venham a serem estabelecidas, possibilitar que ao término seja discutido com os alunos o fato de que a maioria dos problemas só podem ser resolvidos utilizando aspectos do cálculo e, por isso, deixá-los clara a necessidade de bem entender as estratégias para se resolver um problema de otimização, nos seus mais diversos contextos.

Sendo assim, segue o problema escolhido para a proposta, a qual denominamos *"a locação do ônibus":*

Quadro 4 – Problema Proposto

Um grupo de estudantes alugou um ônibus de 50 lugares para uma viagem turística. A empresa exigiu de cada passageiro 96,00 reais mais 8,00 por cada lugar não ocupado. Sabendo que a empresa teve um custo de 200,00 reais, qual será o número de passageiros e o valor pago por eles para que a empresa tenha lucro máximo?

Fonte: Mendes (2015)

Em um primeiro momento, tendo em vista que atividades na perspectiva da investigação matemática se afasta bastante das atividades mais habituais ocorridas na sala de aula, se faz necessário que o aluno entenda a natureza desse tipo de tarefa. Nesse sentido, há de se garantir, nessa fase inicial, que os alunos compreendam o que significa investigar. Conforme aponta Ponte, Brocardo e Oliveira (2015),

> [...] o aluno não está perante uma questão bem delimitada a que tem de dar uma resposta, fazendo mais ou menos cálculos, mas tem, ele próprio, de formular as suas questões com base na situação que lhe é apresentada. Ponte, Brocardo e Oliveira (2015).

Esse cuidado inicial tem especial relevância quando os alunos têm pouca ou nenhuma experiência com investigações, até mesmo porque dessa consciência depende todo o resto.

ISSN: 2526-8899

Assim, após o professor buscar assegurar que todos os alunos tenham entendido o sentido da proposta e o que se espera deles no decurso da atividade, o problema deve ser apresentado aos alunos, iniciando-se assim, a primeira fase da investigação.

No caso do problema aqui proposto, *"a locação do ônibus",* devido a quantidade de informações presentes, sugere-se que o professor forneça, por escrito, o enunciado aos alunos. Porém, na perspectiva adotada, se faz também necessário uma leitura conjunta e uma pequena introdução oral por parte do professor. É importante que nesse momento sejam esclarecidas as dúvidas dos alunos, por exemplo, com relação a termos que não lhe são familiares, até que, de fato, o enunciado e a questão investigativa estejam claros a eles.

Na sequência, para que a realização da investigação se inicie, sugere-se que os alunos se agrupem aos pares. Nesse momento, o professor deve incentivar os alunos a serem "pequenos exploradores", a "partirem à descoberta" e a agirem como matemáticos, formulando questões, conjecturas, realizando provas e refutações em conjunto com seus pares. Por exemplo, no problema proposto o professor pode começar questionando qual seria o lucro da empresa se o ônibus fosse ocupado por 25 passageiros e após eles calcularem, alterar para 40 passageiros. Essa é uma maneira de fomentar discussões e possibilitar que eles se sintam mais familiarizados com o problema.

A medida que o professor perceber que os alunos compreenderam o que está ocorrendo na situação do problema, ele pode sugerir, por exemplo, para que eles expressem o lucro da empresa se o ônibus fosse ocupado por x passageiros. Dessa maneira eles estariam estabelecendo uma relação que os possibilitaria expressar a função lucro. Nesse percurso o professor pode sugerir a construção de tabelas ou gráficos que facilitem a visualização.

Vale salientar que estamos propondo e antecipando algumas ações do professor para o decorrer da investigação, mas é preciso ter consciência que uma aula na perspectiva da investigação matemática possibilita muitos caminhos e, por isso, nunca se sabe onde ela vai acabar. Conforme apontam Ponte, Brocardo e Oliveira (2015), a variedade que os alunos seguem, os seus avanços e recuos, as divergências que surgem entre eles, o modo como a turma reage às intervenções do professor são elementos largamente imprevisíveis numa aula de investigação.

Conforme os alunos forem conseguindo obter a função lucro, o professor pode questioná-los se realmente ela está correta propondo, por exemplo, se ela vale para aquelas quantidades de passageiros calculados inicialmente. Nesse momento, o professor também pode indagar os alunos a respeito do tipo da função envolvida, do domínio dela e de seu valor

ISSN: 2526-8899

máximo.

Assim, podemos notar que o professor continua a ser um elemento-chave mesmo em uma aula de investigação matemática e o sucesso dessa perspectiva depende do ambiente de aprendizagem que se cria na sala de aula.

Prosseguindo, de posse da função lucro, afim de encontrar o valor que a maximiza e identificando que a função é quadrática, os alunos podem escolher se preferem resolver por meio do vértice da função, isto é, utilizando apenas elementos do Ensino Médio ou através da derivada, estudada no Ensino Superior.

Por fim, depois do trabalho desenvolvido em pares e com o professor intermediando, chega-se na fase da discussão dos resultados. Sugere-se então que um dos alunos de cada par, aquele que se sentir mais à vontade, possa, por vez, expor um pouco daquilo que discutiu com seu colega, quais caminhos optaram por seguir, que métodos utilizaram bem como aspectos que considerarem pertinentes com relação ao problema. Nesse momento acreditamos que a utilização do quadro é de fundamental importância, pois por meio dos escritos é possível perceber o raciocínio, o rigor, a formalização entre outros elementos que apenas pela fala possam passar despercebidos.

Ponte, Brocardo e Oliveira (2015), considerando essa última fase essencial e acreditando que sem ela se corre o risco de perder o sentido da investigação, afirmam que

> A fase de discussão é, pois, fundamental para que os alunos, por um lado, ganhem um entendimento mais rico do que significa investigar e, por outro, desenvolvam a capacidade de comunicar matematicamente e de refletir sobre seu trabalho e o seu poder de argumentação. Ponte, Brocardo e Oliveira (2015).

Assim, a reflexão sobre o trabalho realizado constitui um momento importante de da investigação. Ao confrontar estratégias, conjecturas e justificações os alunos percebem a necessidade de uma sistematização das principais ideias e começam a perceber o sentido de uma demonstração matemática.

Compreendemos que não basta ao professor ter um ou mais problemas de otimização, ainda que contextualizados com a formação acadêmica dos alunos, para desenvolver o seu trabalho em sala de aula. Pois, além disso, consideramos que a metodologia adotada pelo professor no processo de ensino é de suma importância, e que ela permita a participação dos alunos no seu processo de possível construção do conhecimento. Assim, levando em conta que a investigação matemática é uma das possibilidades de abordagem em sala de aula, e buscando

ISSN: 2526-8899

alternativas para o ensino de problemas de otimização é que elaboramos essa proposta de ensino. Acreditamos que ela esteja amparada teoricamente e, da forma como foi construída, é possível de ser executada, podendo, assim, contribuir de modo significativo para a aprendizagem dos alunos no que diz respeito a problemas de máximos e mínimos e possivelmente desenvolvendo o gosto pela disciplina de Cálculo.

Referências

BRAUMANN, C. **Divagações sobre investigação matemática e o seu papel na aprendizagem da matemática.** In J. P. Ponte, C. Costa, A. I. Rosendo, E. Maia, N. Figueiredo, & A. F. Dionísio (Eds.), Actividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores. p. 5-24. Lisboa: SEM-SPCE, 2002.

LIMA, E. L. **Matemática e Ensino.** Rio de Janeiro: SBM, 2007.

MENDES, A.F. **Problemas de Otimização:** uma proposta para o Ensino Médio. 2015. Dissertação. (Mestrado Profissional em Matemática – Universidade Estadual da Paraíba, Paraíba, 2015.

PONTE, J. P.; BROCARDO, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula.** Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

PONTE, J. P.; BROCARDO, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula.** Belo Horizonte: Autêntica, 2015.

STEWART, J. **Cálculo.** Vol.1. 7a ed. São Paulo: Cengage Learning, 2013.

ISSN: 2526-8899

A CRIAÇÃO DO TEOREMA FUNDAMENTAL DO CÁLCULO NO CONTEXTO DA REVOLUÇÃO CIENTÍFICA DO SÉCULO XVI

Geraldo Aparecido Polegatti[1]

Ligia Bittencourt Ferraz de Camargo[2]

Angela Marta Pereira das Dores Savioli[3]

Resumo

Nesse trabalho, com o intuito de apresentarmos uma perspectiva histórica holística da criação do Teorema Fundamental do Cálculo se desenvolvendo no contexto da Revolução Científica do século XVI, realizamos uma pesquisa bibliográfica em obras de autores da História e Filosofia das Ciências, em consonância com obras de autores que narram a História da Matemática. A investigação articulou-se no encontro entre as disciplinas de História da Matemática e, Filosofia da Ciência e Ensino de Ciências ambas ministradas no curso de Pós-Graduação no Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina no seu segundo semestre letivo de 2017. Nesse contexto de encontro disciplinar, nos embasamos em historiadores da Ciência e da Matemática com o objetivo de construirmos uma linha condutora pela invenção do referido teorema, norteada pelo diálogo entre a História da Ciência, História da Matemática, Filosofia da Ciência e a Sociologia da Ciência. Nessa ótica, a História da Matemática é narrada considerando-se a Matemática como a linguagem técnica da Ciência, bem como, os contextos sociais, filosóficos e políticos dos cientistas e matemáticos envolvidos no panorama histórico pesquisado. No decorrer da pesquisa bibliográfica consideramos os atores envolvidos, nesse diálogo disciplinar, como os empreendedores da Ciência e em consequência da própria Matemática.

Palavras-chave: Educação Matemática; História; Teorema Fundamental do Cálculo.

Abstract

In this work, in order to present a holistic historical perspective of the creation of the Fundamental Theorem of Calculus developing in the context of the Scientific Revolution of the sixteenth century, we carried out a bibliographical research in works by authors of the History and Philosophy of Sciences, in consonance with works of authors that narrate the History of Mathematics. The research was articulated in the meeting between the subjects of History of Mathematics, and Philosophy of Science and Teaching of Science both taught in the Postgraduate course in Science Teaching and Mathematics Education of the State University of Londrina in its second semester of 2017. In this context of disciplinary encounter, we rely on

[1] Universidade Estadual de Londrina. geraldo.polegatti@jna.ifmt.edu.br
[2] Universidade Estadual de Londrina. ligiabitten@hotmail.com
[3] Universidade Estadual de Londrina. angelamartasavioli@gmail.com

ISSN: 2526-8899

historians of Science and Mathematics with the objective of constructing a guiding line for the invention of said theorem, guided by the dialogue between History of Science, History of Mathematics, Philosophy of Science and Sociology of Science. In this perspective, the History of Mathematics is narrated considering Mathematics as the technical language of Science, as well as the social, philosophical and political contexts of scientists and mathematicians involved in the historical panorama researched. In the course of the bibliographical research we consider the actors involved in this disciplinary dialogue as the entrepreneurs of Science and in consequence of Mathematics itself.

Keywords: Mathematical Education; Story; Fundamental Theorem of Calculus.

Introdução

Essa pesquisa tem cunho bibliográfico e buscou inspiração nos textos teóricos dos historiadores da Ciência Khun (1977; 1998), Feyerabend (1977), Koyré (1986), Lakatos (1978) e Laudan (2011) durante discussões na disciplina de Filosofia da Ciência e Ensino de Ciências, com complementos históricos de Baron (1985), Boyer (2010) e Roque (2012) oriundos dos diálogos na disciplina de História da Matemática com ambas pertencentes ao quadro de disciplinas do Programa de Pós-Graduação no Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina. Assim, procuramos estabelecer um diálogo teórico com a finalidade de construirmos uma linha condutora do desenvolvimento histórico da criação do Teorema Fundamental do Cálculo.

De início, entendemos que os episódios históricos acerca do desenvolvimento da Matemática são de suma importância aos processos de ensino e aprendizagem dos conteúdos curriculares. Consideramos que a História é a embaixatriz do saber na construção do conhecimento podendo realçar com mais significados o conhecimento envolvido nos episódios históricos pesquisados, nossa herança cultural, apresentando não somente fatos com datas e personagens, mas indo além, expondo indícios dos contextos sociais e políticos de onde o conhecimento é construído pela humanidade.

Fazer ciência é um trabalho ardiloso e estar na vanguarda do desenvolvimento científico faz o cientista parecer um ser de outro mundo perante a sociedade não científica. Isso acontece com os matemáticos de maneira mais intensa, pois o caminho descrito pelo conhecimento matemático ao longo dos paradigmas científicos é cada vez mais abstrato e rigoroso, fazendo da matemática o conhecimento fundamental para o aprimoramento de ideias, surgimento de teorias e resolução de *quebra-cabeças* internos aos paradigmas da ciência. Mas, essa dinâmica

ISSN: 2526-8899

proporciona a evolução desse conhecimento matemático para uma comunidade restrita, própria dos cientistas que fazem parte da comunidade em qual essa linguagem matemática se desenvolve afastando-se da maioria da população.

D'Ambrosio (2016) realça que o conhecimento científico se aprimora dentro de uma comunidade específica, com discussões e publicações voltadas para suprir as necessidades da comunidade que está envolvida com o paradigma vigente, restringindo o seu acesso a quem não faz parte do grupo de pesquisa. Além disso, concordamos com Kuhn (1998) quando salienta que o modelo de progresso científico dentro de grupos específicos é necessário para que esse desenvolvimento ocorra. A escola é uma das principais instituições que procura devolver ao povo o conhecimento científico desenvolvido dentro das comunidades científicas com seus associados e instituições.

Caminhos para construção teórica

Essa não é uma pesquisa de caráter puramente histórico, filosófico ou sociológico. Compreendemos que não basta apenas ler um livro de História da Matemática, mas complementar essa leitura com teóricos da História, Filosofia e Sociologia da Ciência. Lakatos (1978) destaca que as grandes realizações científicas ocorrem não de forma isolada, mas em *programas de investigação*. Sendo que nesses programas há um núcleo forte que contém as ideias ou hipóteses centrais da teoria científica investigada pelo programa que é composto por um grupo de cientistas. E esses, constroem um cinturão protetor ao redor do núcleo central composto de hipóteses auxiliares que defenderá as hipóteses centrais de possíveis refutações. O *programa de investigação* tem um eficiente mecanismo de resolução de problemas, que utiliza *técnicas matemáticas sofisticadas* e que interpreta as distorções dentro do programa podendo transformá-las até em comprovações da hipótese central fortalecendo assim, ainda mais, o cinturão protetor.

Nesse prisma, o mesmo Lakatos (1978) nos informa que pode haver *programas de investigação progressivos* em que suas teorias conduzem a fatos novos, já nos *programas de investigação degenerativos* suas teorias são construídas somente para explicar fatos já conhecidos. Vale ressaltar que um *programa de investigação* não surge do nada, ciência não cresce do nada, e pode demorar anos, ou décadas para que um programa embrião se transforme em um *programa de investigação* promissor com um núcleo forte e com um cinturão protetor consistente. Embora haja na história da ciência personagens grandiosos, que aqui denominamos

ISSN: 2526-8899

de *cientistas empreendedores*, fazer ciência não é um trabalho solitário, há de se convencer toda uma comunidade de cientistas para construção de um *programa de investigação* promissor.

As *revoluções científicas* como pano de fundo e os *programas de investigação científica* como ideia das comunidades de cientistas que se empenharam, a partir do século XVII, na resolução dos seus paradigmas foram o nascimento e os moldes das bases da ciência moderna. "Considero "paradigmas" as realizações científicas universalmente reconhecidas que, durante algum tempo, fornecem problemas e soluções modelares para uma comunidade de praticantes de uma ciência" (KUHN, 1998, p.13, grifos do autor).

Na visão de desenvolvimento científico de Kuhn (1977), ao olhar para os fatos históricos e seus personagens é preciso antes compreender o pensamento desses personagens, olhar para o contexto que está à volta desses atores históricos e procurar pensar como eles pensavam e porque eles pensavam assim. E, com essa atitude historiográfica começar a entender suas escolhas e suas ações para não as interpretar como *meros erros* e então compreender o que levou a construção desses fenômenos históricos da ciência. O que fazia sentido antes, pode não fazer hoje, com essa simples constatação deixamos de desqualificar o passado e começamos a perceber o seu papel para a construção do presente e o reflexo disso tudo para o futuro.

O que levou o físico teórico Kuhn a escrever sobre a História da Ciência é que em suas leituras sobre o tema ele encontrou muitos modos diferentes de se ler um texto, mas nenhum deles satisfez sua maneira de olhar para o passado, na sua visão de ciência sem procurar transparecer que a história se dá por consequência de fatos. Quando se olha para a história da ciência se percebe o quão diferente é o empreendimento científico do ensinado nas escolas e universidades. É fundamental pensar nas relações entre História da Ciência e Filosofia da Ciência, inclusive no meio acadêmico enquanto disciplinas precisam ser trabalhadas juntas em História e Filosofia da Ciência.

Laudan (2011) insistiu que todos esses julgamentos do desenvolvimento científico são comparativos. Assim, ele destaca ser racional perseguir uma *tradição de pesquisa* se sua taxa de eficácia de resolução de problemas for maior que a de seus rivais. Porém, Laudan não conseguiu demonstrar como os cientistas, em seus contextos históricos, fizeram suas escolhas por causa da eficácia na resolução de problemas. Ele somente apontou a correlação entre as escolhas e os cálculos de eficácia de resolução de problemas. Isso é pouca evidência de que tais considerações estavam normativamente vigentes no momento. Como resultado, mesmo o sucesso metodológico de resolução de problemas não justificaria o uso da metodologia como base para explicar desenvolvimentos históricos específicos. O autor destaca que a ciência se

ISSN: 2526-8899

desenvolve de forma racional geralmente obedecendo uma hierarquia onde as teorias são justificadas por referências a regras metodológicas, que por sua vez podem ser justificadas por outros recursos com mais objetivos gerais.

Para Giere (1988) há forte influência de Kuhn sobre Lakatos e Laudan, os termos *programas de pesquisa* ou *tradições de pesquisa* derivam da noção de Kuhn de *ciência normal* guiada por um paradigma. Mas o sentido de paradigma adotado é exclusivamente o sentido global de Kuhn, que inclui o método, os objetivos, a metafísica e assim por diante. Assim, ambos os *programas de pesquisa* de Lakatos e as *tradições de pesquisa* de Laudan são identificados com conjuntos de méritos de estilos, isto é, leis empíricas e regras metodológicas. Para o autor, a Sociologia da Ciência indo além da estrutura lógica da Ciência abrangendo sua organização cultural merece destaque nas investigações históricas da Ciência.

A História muitas vezes é meramente retratada como uma narrativa do passado, mas na verdade é um empreendimento explicativo segundo a ótica de seu pesquisador. Por outro lado, a Filosofia procura ressaltar o que é verdadeiro e ao que é falso em todas as épocas e lugares (tempo e espaço). Não são objetivos diferentes, mas que podem ser trabalhados separadamente. E mais, olhar para a História da Ciência somente pela lente da História é muito limitado e destacamos que o que foi feito ao longo da História da Ciência não é simplesmente o que pessoas fizeram por fazer, mas sim o que elas *concordaram* em fazer, como uma *construção coletiva*.

De Voitè a invenção do Teorema Fundamental do Cálculo

Concordamos com a crítica de D'Ambrosio (2016) quando enfatiza que o conhecimento científico se desenvolve dentro de uma comunidade específica, com discussões e publicações voltadas para suprir as necessidades da comunidade que está envolvida com o paradigma vigente. Mas compreendemos em Kuhn (1998) que o modelo de desenvolvimento científico dentro de grupos específicos é primordial para que esse desenvolvimento ocorra. A escola é uma das principais instituições que promove o encontro do que é produzido no cotidiano da população com o conhecimento científico desenvolvido dentro das comunidades científicas com seus associados (pesquisadores) e suas instituições. E nesse contexto a interpretação histórica das revoluções científicas é fundamental. Mas, por onde começar o estudo da história da invenção do Teorema Fundamental do Cálculo se almejamos uma história mais rica em detalhes e personagens?

ISSN: 2526-8899

De acordo com Koyrè:

> O nome de Galileu Galilei encontra-se indissoluvelmente ligado A revolução científica do século XVI; una das mais profundas, se não a mais profunda revolução do pensamento humano depois da descoberta do cosmo pelo pensamento grego: uma revolução que implica uma “mutação” intelectual radical, de que a ciência física moderna é ao mesmo tempo, expressão e fruto. Esta revolução é por vezes caracterizada e explicada simultaneamente por uma espécie de revolta espiritual, por uma transformação completa de toda a atitude fundamental do espirito humano, tomando a vida ativa, *vita ativa*, o lugar da *theoria*, *vita contemplativa*, que até então havia sido considerada a sua forma mais elevada. O homem moderno procura dominar a natureza, ao passo que o homem medieval ou antigo se esforçava, antes de mais, por a contemplar. (KOYRÈ, 1986, pp. 11-12, grifos do autor).

Assim, recomendamos o cenário histórico epistemológico da era científica que se inicia em Galileu e se aprofunda em Descartes e Copérnico, mas esses não os únicos. Eles impulsionaram o desenvolvimento da Ciência olhando para o céu e vislumbrando o movimento dos astros, bem como trazendo à tona a teoria Heliocêntrica em contraste a Geocêntrica. Ao mesmo tempo em que davam novos contornos ao pensamento científico, decretava-se a decadência dos aristotélicos. “Contudo, a incessante alteração da Ciência moderna, que se anuncia com Galileu, seu elástico uso dos conceitos, sua recusa em aceitar normas costumeiras, seus procedimentos “não-empíricos”, opôs-se à ideologia profissional dos aristotélicos e foi, para eles, exemplo de incipiente decadência” (FEYRABEND, 1977, p. 312, grifos do autor).

Nesse prisma, o estudo de movimento dos corpos celestes aproximou a Geometria da Álgebra fazendo nascer a Geometria Analítica, colocando no mesmo plano as equações da Álgebra com a construção geométrica, e isso é um divisor de águas na História da Matemática, como uma quebra de paradigma no conhecimento matemático. Pois, funde a Álgebra dos povos *bárbaros*, mas fundamental para a evolução da Ciência, com a Geometria tão difundida e aceita entre os aristotélicos e consequentemente a instituição da igreja.

Baseados em Baron (1985), Boyer (2010) e Roque (2012) destacamos alguns personagens muito interessantes desse período que contribuíram para o desenvolvimento do pensamento matemático no transcorrer do paradigma vigente iniciado principalmente por Galileu Galilei. São eles em ordem cronológica de nascimento: François Viète (1540-1603), John Napier (1550-1617), Galileu Galilei (1564-1642), Johannes Kepler (1571-1630), Rene Descartes (1596-1650), Bonaventura Cavalieri (1598-1647), Pierre de Fermat (1601-1665), Gilles Personne de Roberval (1602-1675), Evangelista Torricelli (1608-1647), Frans van Schooten (1615-1660), John Wallis (1616-1703), James Gregory (1638-1675), Isaac Barrow

ISSN: 2526-8899

(1630-1677) que foi professor de Isaac Newton que seria o principal responsável pela instauração de um novo paradigma.

Roque (2012) destaca que a necessária matematização das novas curvas cônicas (elipse, hipérbole e parábola) aliada à necessidade de se descrever, em linguagem matemática, o movimento dos corpos celestes, fundamentada nessas novas curvas, promoveu o florescimento do Cálculo e desenhou a transformação epistemológica do pensamento matemático no século XVII. Isso criou novos parâmetros e a invenção de novas técnicas matemáticas fundindo definitivamente a Geometria com a Álgebra.

Todos esses personagens da História se destacaram no desenvolvimento do pensamento matemático da construção do Teorema Fundamental do Cálculo. Com isso, podemos considerá-los como seus percursores e aprimoramos a investigação histórica desses atores com um olhar refinado pela Filosofia e Sociologia da Ciência, com o intuito de enxergar a importância de suas invenções para o pensamento matemático.

Compreendemos que estabelecer uma sequência histórica não significa que será mantida uma linearidade dos fatos, pois a linearidade segue uma única linha de raciocínio para conduzir a pesquisa histórica. Ao passo que é importante o pesquisador ter uma linha condutora de raciocínio que estabeleça elos com os movimentos históricos, para que ele próprio não se perca em sua pesquisa diante do labirinto de informações presentes ao longo de um percurso histórico. Na perspectiva de D'Ambrosio:

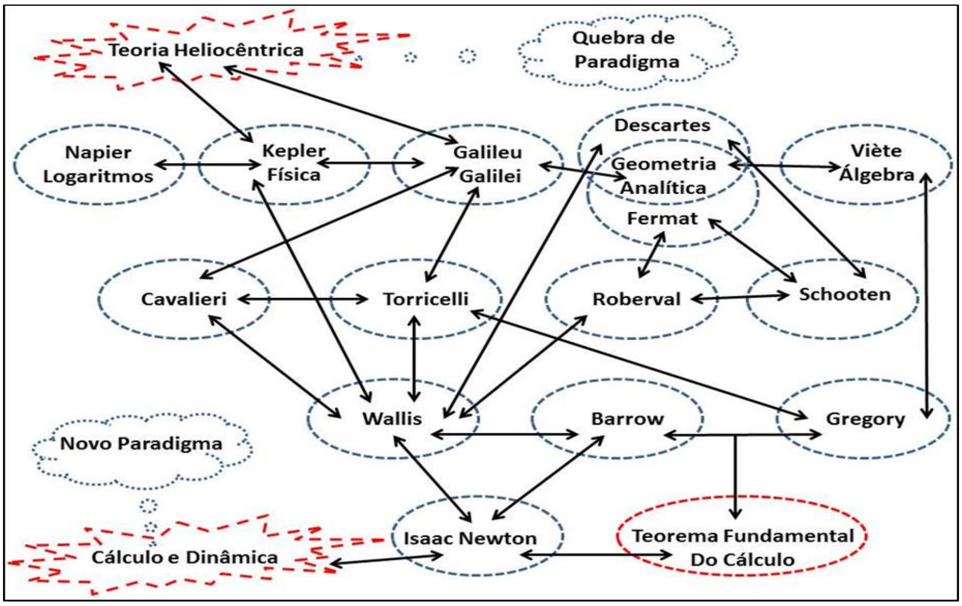
> A organização social é responsável pelo estabelecimento de estruturas de poder que, ao devolver ao povo o conhecimento por ele gerado, o faz através de filtros que permitem manter essas estruturas de poder e garantem o funcionamento da sociedade organizada em torno dessas estruturas. Assim, o enfoque holístico repousa em estudos, naturalmente integrados, de várias áreas disciplinares dentre as quais já destaquei anteriormente a antropologia e a sociologia, mas que se estendem às ciências da cognição, à epistemologia, à história, à política, e a todas as outras teorizações disciplinares (D'AMBROSIO, 2016, p. 23).

Assim, ressaltamos que a História da Matemática pela História da Ciência apresentada em revoluções científicas (KUHN, 1998), por si só, traz os fatos históricos criados por seus autores que são os associados e representantes de uma comunidade científica que segue um paradigma vigente. A Filosofia da Ciência se preocupa com o pensar desses atores e suas ideias científicas desenvolvendo novas técnicas matemáticas e científicas, criando tecnologia ou aprimorando as já existentes ao resolver os *quebra-cabeças* dentro do paradigma. Isso reflete

ISSN: 2526-8899

diretamente na construção epistemológica da Ciência e da Matemática. Por outro lado, completando a visão holística, está a Sociologia da Ciência trazendo para a investigação histórica o contexto social, político, o cidadão cientista, e nela o que denominamos anteriormente de *cientista empreendedor* com sua ação profissional para além da vida de dentro de um laboratório. Com essa perspectiva apresentamos a imagem da figura 1.

Figura 1- Panorama histórico holístico para o Teorema Fundamental do Cálculo



Fonte: Os autores

O conjunto que circunda cada cientista está com suas fronteiras desenhadas em pontilhado, com isso queremos dizer que a tênue fronteira que separa a vida pessoal da profissional e de empreendedor de cada cientista permanece, mas essas fronteiras podem ser transpostas na dinâmica da pesquisa científica. As setas de duplo sentido procuram ilustrar as relações diretas ou indiretas entre os cientistas, seja por conviverem e participarem dos mesmos grupos de pesquisas, ou por inspiração. Nesse prisma holístico, a pesquisa histórica não se constrói só com os fatos históricos e seus personagens, ele busca os indícios sociais, políticos e filosóficos atribuindo mais respeito com o modo de pensar em determinada revolução científica a qual o fenômeno ou personagem histórico está sendo fonte de estudo.

De fato, nessa ótica, as relações históricas são mais complexas exigindo cuidados com as leituras e autores. Um fenômeno histórico é composto por várias etapas e a linha condutora é o caminho que o pesquisador escolhe, não precisa ser uma linha reta, mas sim composta de retas, curvas, encruzilhadas e as escolhas feitas pelo pesquisador serão de acordo com sua formação. Assim, para um mesmo fenômeno histórico pode haver interpretações diferentes (do matemático, do físico, do químico, do biólogo, etc.) ou ainda com perspectivas distintas, sendo

ISSN: 2526-8899

cada uma delas, carregada com as intenções do pesquisador, como reflexos de sua formação, resultando para um mesmo fenômeno histórico, histórias com outros olhares.

Considerações finais

Vale ressaltar que por mais completo ou complexo que seja o enfoque dado na pesquisa de um fenômeno histórico, ele nunca será totalizante, sempre haverá novas possibilidades dentro de um próprio enfoque ou com olhares diferentes por outros pesquisadores de áreas aqui ou não citadas. Além disso, os fenômenos históricos não devem ser pesquisados considerando somente o tempo e o espaço como sendo fixos e de forma individual, eles estão em constante processo de movimento, são dinâmicos, a história da ciência se desenvolve em constante movimento, o grupo de cada personagem e seu mundo interage com os demais.

Olhar para a História da Ciência sem seus aportes filosófico e sociológico é como olhar os fenômenos históricos por um buraco de fechadura, quando se pode abrir a porta e adentrar com as três vertentes epistemológicas (história, filosofia e sociologia) em comunhão. Ou seja, só História da Ciência é observar os fatos pelo buraco da fechadura, a Filosofia da Ciência abre à porta para um vislumbre amplo e a Sociologia da Ciência nos convida a entrar trazendo o contexto. São maneiras distintas, mas conectas de se olhar para o desenvolvimento científico. Assim, para Kuhn (1978) História e Filosofia juntas se complementam para o entendimento do fenômeno científico observado.

Referências

BARON, M.. **Curso de história matemática:** origens e desenvolvimento do cálculo. Brasília: Editora da UnB, 1985.

BOYER, C. B.. **História da matemática.** São Paulo: Blucher, 2010.

D’AMBROSIO, U.. **Educação para uma sociedade em transição**. São Paulo: Livraria da Física, 2016.

FEYERABEND, P.. **Contra o Método.** Rio de Janeiro: Francisco Alves Editora, 1977.

ISSN: 2526-8899

GIERE, R. N.. **Explainig Science:** a cognitive approach. University of Chicago, USA, 1990.

KOYRÉ, A.. **Galileu e Platão:** do mundo do mais ou menos ao universo da precisão**.** Lisboa: Gradiva, 1986.

KUHN, T. S.. **A Tensão Essencial.** Lisboa: Edições 70, 1977.

KUHN, T. S.. **A estrutura das revoluções científicas.** São Paulo: Perspectiva, 1998.

LAKATOS, I.. **História da Ciência e Suas Reconstruções Racionais:** e outros ensaios. Lisboa: Edições 70, 1978.

LAUDAN, L.. **O progresso e seus problemas:** rumo a uma teoria do crescimento científico. São Paulo: Editora da Unesp, 2011.

ROQUE, T.. **História da Matemática:** Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 2012.

ISSN: 2526-8899

CONTEXTUALIZAÇÃO E DESCONTEXTUALIZAÇÃO DE UMA TAREFA MATEMÁTICA

Hallynnee Héllenn Pires Rossetto[1]

Daiany Cristiny Ramos[2]

Cristiano Forster[3]

Resumo

Nesse artigo apresentamos uma análise acerca da contextualização e a da descontextualização de uma tarefa de vestibular. Essa análise foi feita a partir dos referenciais teóricos abordados em uma disciplina de um programa de pós-graduação de uma Universidade estadual do norte do Paraná, que aborda a construção do conhecimento em diferentes perspectivas. O objetivo é apresentar a contextualização e a descontextualização de uma tarefa, pois são ações relevantes para o ensino de matemática por evidenciarem a estrutura dos objetos matemáticos. A contextualização desses objetos, pode estimular os estudantes a aprender, uma vez que ao realizar a descontextualização da tarefa, há a explicitação da estrutura universalizante. Perante as tarefas do "mundo real", que pode ser imaginável pelo aluno, discorremos a respeito do processo de contextualização e descontextualização. Entendemos que a construção de modelos é uma tarefa que está relacionada ao trabalho dos estudantes e que a contextualização e descontextualização são ações do professor e do aluno. Cabe, ainda, ao professor, orientar esse processo e criar ambientes que oportunizem discussões, reflexões. Consideramos importante, a escolha de tarefas, que permitam o desencadeamento do fazer matemático a partir do conhecimento do aluno, e a exploração dessas tarefas, para que não se limite, apenas, a resolve-las e discutir suas resoluções.

Palavras-chave: Educação Matemática. Construção do conhecimento. Contextualização. Descontextualização.

Abstract

In this article we present an analysis about contextualization and the decontextualization of a vestibular task. This analysis was made from the theoretical references addressed in a discipline of a postgraduate program from a state university in the north of Paraná, which addresses the construction of knowledge in different perspectives. The objective is to present the contextualization and the decontextualization of a task, because they are actions relevant to the teaching of mathematics for evidencing the structure of mathematical objects. The contextualization of these objects can stimulate the students to learn, since in carrying out the decontextualization of the task, there is the explicitization of the universalizing structure. Given the tasks of the "real world", which can be imagined by the student, we discuss the process of contextualization and decontextualization. We understand that the construction of models is a task that is related to the work of the students and that contextualization and decontextualization are actions of the teacher and the student. It is also up to the teacher to guide this process and create environments that give opportunities for discussions, reflections. We consider important,

[1] Universidade Estadual de Londrina. hallynneerossetto@gmail.com.
[2] Universidade Estadual de Londrina. daianycr@hotmail.com.
[3] Universidade Estadual de Londrina. forster003@gmail.com.

ISSN: 2526-8899

the choice of tasks, that allow the triggering of mathematical doing from the student's knowledge, and the exploration of these tasks, so that it is not limited to solving them and discussing their resolutions.

Keywords: Mathematics Education. Knowledge construction. Contextualization. Decontextualization.

Introdução

No primeiro semestre de 2018, enquanto alunos de um programa de pós-graduação de uma Universidade estadual do norte do Paraná, participamos da disciplina “Sobre Construção do Conhecimento em Educação Matemática”, cujo objeto de discussão era a construção do conhecimento matemático em diferentes perspectivas teóricas. Como trabalho final da disciplina, foi solicitado a elaboração de um artigo científico que contemplasse ao menos um dos referenciais teóricos utilizados durante esse período de estudos de modo a apresentar uma tarefa matemática sendo analisada com base nesse referencial escolhido.

Para o desenvolvimento desse artigo, optamos pela escolha do referencial teórico contemplado no artigo “A Importância da Contextualização e da Descontextualização no Ensino de Matemática: uma Análise Epistemológica” trabalhado em uma das aulas da disciplina. Assim, apresentamos uma discussão a respeito dos termos “contextualização” e “descontextualização” em uma tarefa matemática.

Neste artigo, buscamos então apresentar uma discussão da contextualização e da descontextualização de uma tarefa matemática, destacando as implicações dessas para o trabalho em sala de aula. Para isso selecionamos uma tarefa que versa sobre sistemas lineares que pode ser considerada como contextualizada, visto que aborda elementos do nosso dia-a-dia. Em um primeiro momento, apresentamos o referencial teórico, em seguida a discussão dessa tarefa, e por fim algumas considerações.

A Respeito da Contextualização e da Descontextualização

O texto da Base Nacional Curricular Comum (2017), BNCC, propõe o estímulo à aplicação do conhecimento aprendido na escola na vida real e destaca a importância do contexto para dar sentido ao que se aprende. Ainda segundo esse texto deve-se “contextualizar os conteúdos dos componentes curriculares, identificando estratégias para apresentá-los, representá-los, exemplificá-los, conectá-los e torná-los significativos, com base na realidade do lugar e do tempo nos quais as aprendizagens estão situadas” (BRASIL, 2017).

ISSN: 2526-8899

Ao enfatizar o ensino de Matemática, Luccas e Batista (2008), destacam que quando nosso foco é a relação entre o conhecimento matemático e o ensino de matemática muitos são os aspectos que devem ser considerados ao estabelecermos essa relação. As autoras destacam que "a teorização oriunda do conhecimento empírico é capaz de produzir não somente teorias e modelos matemáticos, como também objetos matemáticos possíveis de serem aplicáveis ao mundo real" (LUCCAS, BATISTA, 2008, p. 8), salientando assim a importância da contextualização do objeto matemático para o ensino.

Segundo Tufano (2001 *apud* CALLIARI, 2001, p. 2), contextualizar é o

> ato de colocar no contexto. Do latim *contextu.* Colocar alguém a par de algo, alguma coisa, uma ação premeditada para situar um indivíduo em um lugar no tempo e no espaço desejado, encadear ideias em um escrito, constituir o texto no seu todo, argumentar.

O contexto que o autor se refere pode ser um contexto próprio da matemática, um contexto problematizado, um contexto da realidade; um contexto investigativo; um contexto da história da matemática, entre outros.

Na Educação Matemática Realística (RME[4]) – abordagem ao ensino de matemática desenvolvida por Hans Freudenthal – tarefas baseadas em contextos são também tidas como fundamentais para o desenvolvimento de um ensino de qualidade. Nessa abordagem, o contexto pode ser considerado realístico, isto é, "os contextos ou situações nos quais os alunos se envolvem não precisam ser "autenticamente reais", mas precisam ser imagináveis, realizáveis, concebíveis (FERREIRA, BURIASCO, 2016, p.242).

Luccas e Batista (2008, p. 8) ressaltam que é necessário conhecer o objeto de estudo, porém essa "não é condição suficiente para que haja a produção de uma contextualização adequada nem a criação de um ambiente propício ao ensino de matemática. Outros fatores didático-pedagógico-metodológicos também devem ser levados em consideração". Assim, além de conhecer o objeto matemático o professor deve conhecer a sua turma, a realidade desses alunos, temas de interesse, entre outros aspectos. Além disso, deve-se atentar a forma como o objeto matemático será contextualizado a fim de que se evite uma contextualização inadequada, ou sem sentido.

Ao contextualizar o objeto matemático alguns contextos podem ser trabalhados, como por exemplo, o contexto de crescimento populacional, decaimento radioativo, crescimento econômico, são contextos que se referem a uma mesma estrutura matemática, função

[4] RME – *Realistic Mathematics Education* (Educação Matemática Realística)

ISSN: 2526-8899

exponencial. O professor ao trabalhar esses contextos em sala de aula deve atentar-se a destacar qual a estrutura matemática que a situação contextualizada se refere.

O reconhecimento dessa estrutura é considerado como o processo de descontextualização, cujo, aspecto fundamental é a identificação da estrutura presente nos objetos matemáticos, a qual constitui as características universais dos mesmos. De acordo com Lucas e Batista (2008, p.13) “uma estrutura é composta por uma lei geral, criada por alguém e em um determinado momento histórico e social, a partir da qual se torna possível descobrir leis específicas (propriedades) em um determinado domínio”.

Para a RME, essa estrutura matemática pode ser considerada o modelo que o aluno constrói ao resolver problemas. Inicialmente parte-se de resoluções informais (ou menos formalizadas) e que são familiares aos alunos, para que em seguida possa-se caminhar na direção de resoluções cada vez mais formalizadas, esperando assim que os estudantes desenvolvam modelos que não solucionem apenas a um problema em específico, mas que possam ser utilizados em uma variedade de problemas que possuem aquela mesma estrutura.

> Quando esse modelo não depende mais do problema em si, mas em especial de suas características matemáticas, assume um caráter mais geral, tornando-se mais importante como base para o pensamento matemático do que como um modo de representar uma situação-problema qualquer (Gravemeijer, 1999, p. 35).

O modelo inicial pelo qual o estudante consegue, a partir de resoluções informais, formalizar a situação descrita, é chamado de "modelo de". Ao extrapolar o contexto da situação proposta, fazer uma generalização e representar outras situações, chama-se de "modelo para". Na Educação Matemática Realística esses modelos "de" e "para" são chamados de modelos emergentes (Gravemeijer, 1994).

Nessa direção, pode-se fazer uma relação entre os termos: contextualização e modelo de, e também entre os termos descontextualização e modelo para. De acordo com as nossas leituras essa relação existe, mas não é direta, ou seja, não é que a contextualização está para o “modelo de” enquanto que a descontextualização está para o “modelo para”. A ideia de contextualização parece ser um pouco mais ampla que os “modelos de”. Enquanto que esses últimos dizem respeito mais especificamente as atividades desenvolvidas pelos alunos no ato de resolver uma tarefa, a contextualização parece iniciar um pouco mais cedo quando o professor escolhe (elabora) uma tarefa com objetivos a atingir.

Desse modo, entendemos que a construção de modelos (modelo de e modelo para) é uma atividade que está mais fortemente relacionada ao trabalho dos alunos enquanto que a

ISSN: 2526-8899

contextualização e de descontextualização apresenta trabalhos tanto por parte de professores quanto por parte de alunos.

A tarefa

Com o objetivo de analisar as implicações da contextualização/descontextualização de um conceito matemático em sala de aula, selecionamos uma tarefa que contextualiza o conceito de sistemas lineares e propomos alguns encaminhamentos que poderiam ser desenvolvidos em sala de aula, bem como a descontextualização dessa tarefa. Apresentamos no Quadro 1, essa tarefa que é uma questão de vestibular da Universidade Estadual de Minas de Gerais de 2007 que tem o seguinte enunciado:

Quadro 1- Questão de vestibular da UEMG-2007

Um clube promoveu uma festa com o objetivo de arrecadar fundos para a campanha de crianças carentes. No dia da festa, compareceram 230 pessoas entre sócios e não-sócios. O valor total arrecadado foi de R$ 2 450,00 e todas as pessoas presentes pagaram ingresso. O preço do ingresso foi R$ 10,00 para sócio e R$ 15,00 para não-sócio. Com base nesses dados o número de sócios do clube presentes à festa corresponde a			
a) 165.	b) 180.	c) 200.	d) 210.

Fonte: http://www.vestiprovas.com.br/questao.php?questao=uemg-2007-1-52-matematica-grandezas-e-proporcoes-16091 acesso em 16 jul. 2018.

Essa questão pode ser considerada do mundo real, ou seja, uma tarefa possível de ser imaginada pelo aluno, realizável no sentido da Educação Matemática Realística, abordagem que considera a matemática como atividade humana.

O primeiro passo para resolver essa questão é a identificação das incógnitas presentes, nesse caso o número de sócios e o número de não sócios, respectivamente denominados por x e y. Sabemos que somando o número de sócios e não sócios temos um total de 230 participantes. Assim nossa primeira equação seria:

$$x + y = 230 \quad (1)$$

Temos também a informação de que a arrecadação total foi de R$ 2 450,00 e dos preços dos ingressos dos não sócios, bem como o dos sócios, assim temos nossa segunda equação

$$10x + 15y = 2450 \Rightarrow 2x + 3y = 490 \;\; (2)$$

Ao analisarmos essas duas equações no contexto da Educação Matemática Realística, podemos considera-las como modelos, visto que os modelos emergem das soluções informais dos alunos. Ao resolver problemas, seu papel é, inicialmente, o de servir como base para resolver uma situação específica.

ISSN: 2526-8899

O objetivo é encontrar valores para as incógnitas x e y que satisfaçam as duas equações, assim algumas estratégias podem ser criadas. Partindo dessa ideia, um primeiro modo de resolução seria resolver o problema por meio de tentativas, o que não é um caminho muito viável, mas, no entanto, válido.

Outro modo de resolver esse sistema linear é utilizando os métodos de adição ou substituição. Esses métodos são usualmente conhecidos por pessoas que já cursaram os primeiros anos do segundo ciclo do ensino fundamental. Assim, teríamos as seguintes resoluções:

Quadro 2 – Resolução da primeira questão pelos métodos de adição e substituição

Método da Substituição	Método da Adição
$\begin{cases} x+y=230 & (1) \\ 2x+3y=490 & (2) \end{cases}$ **Isolando x na equação (1) tem-se que $x=230-y \quad (3)$. Agora substituindo esse valor na equação (2) encontra-se que:** $2(230-y)+3y=490$ $460-2y+3y=490 \Rightarrow y=30$ **Sabendo agora o valor de y, volta-se a equação (3) e encontra-se o seu valor da incógnita x.** $x=230-y \Rightarrow x=230-30 \Rightarrow x=200$ **Assim $x=200$ e $y=30$ é a solução para o sistema proposto.**	$\begin{cases} x+y=230 & (1) \\ 2x+3y=490 & (2) \end{cases}$ Multiplicando a primeira equação por 2, encontraremos outra equação equivalente a ela e consequentemente um novo sistema linear equivalente. Assim: $\begin{cases} 2x+2y=460 & (1) \\ 2x+3y=490 & (2) \end{cases}$ Fazendo (2) – (1), tem-se que: $y=30$ Voltando em (1), encontra-se que: $x+y=230 \Rightarrow x+30=230 \Rightarrow x=200$ Assim $x=200$ e $y=30$ é a solução para o sistema proposto.

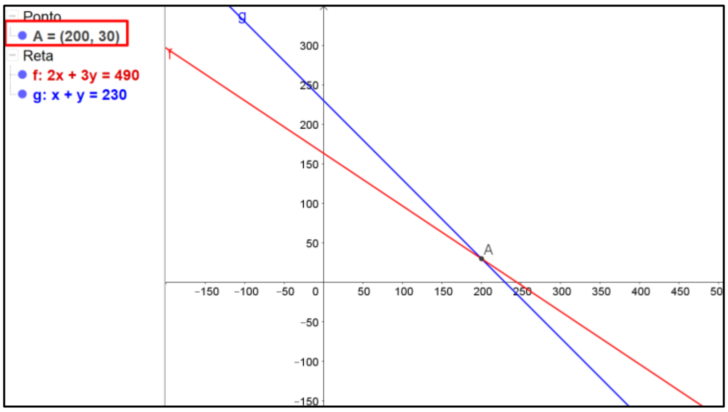
Fonte: os autores

Podemos também encontrar a solução desse sistema por meio da representação gráfica de um sistema linear. No caso desse ser um sistema linear 2x2 temos que a solução dele é dada pelo ponto de intersecção das retas que representam as equações desse sistema. Observe que as retas (1) e (2), representadas na figura por g e f, respectivamente se cruzam em um determinado ponto, e esse é o ponto que soluciona a questão, ou seja, nesse ponto as retas (1) e (2) assumem o mesmo valor para x e y.

Fazendo uso do Software GeoGebra, nesse caso, podemos ter uma representação dessa situação conforme é mostrado na figura 1.

Figura 1 – Representação gráfica das equações (1) e (2) e solução para a questão

ISSN: 2526-8899



Fonte: os autores

Assim, conclui-se também, a partir da representação gráfica desse sistema linear, que participaram da festa 200 pessoas que eram sócias do clube e 30 pessoas que não eram.

A questão apresentada permite a contextualização do conceito de sistemas lineares 2x2, porém é necessário que após essa contextualização seja apresentada a descontextualização da mesma, destacando quais são as características universais desse conceito, facilitando assim o reconhecimento dessas características em outras situações contextualizadas sobre o conceito. Essa descontextualização será feita na próxima seção.

Descontextualização

A descontextualização da tarefa apresentada consiste em explicitar a estrutura universalizante comum à contextualização. A contextualização se refere a sistemas de equações lineares, assim na descontextualização é importante salientar quais são as características presentes nessas situações que nos levam a sistemas. Segundo Lipschutz e Lipson (2011) um sistema de equações lineares é uma lista de equações com as mesmas incógnitas. Em particular, um sistema de m equações lineares$L_1, L_2, \ldots, L_m$ nas n incógnitas $x_1, x_2, \ldots, x_n$ pode ser colocado na forma padrão

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

onde a_{ij} e os b_i são valores constantes. O número a_{ij} é o coeficiente da incógnita x_j na equação L_i, e o número b_i é o termo constante dessa equação.

Observe que na tarefa apresentada temos a característica de um sistema de equações lineares, temos duas equações lineares com duas incógnitas x e y. Esse aspecto de termos duas equações lineares e duas incógnitas caracteriza um tipo específico de sistema de equações

ISSN: 2526-8899

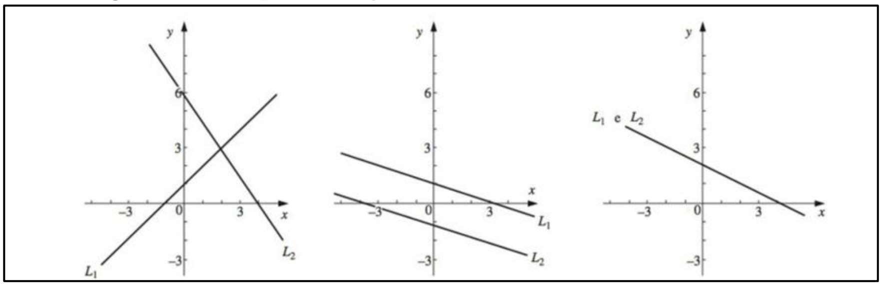
lineares, os sistemas lineares com duas incógnitas, ou sistemas 2x2. Para resolver esse tipo de sistemas temos algumas estratégias como o algoritmo de eliminação ou método da adição.

Para resolver pelo método da adição temos que adicionar os termos x, y e o termo independente das duas equações e verificar se uma das incógnitas "desapareceu", caso isso convenientemente ocorra basta calcular o valor da incógnita restante e em seguida substituir o valor em quaisquer das equações originais. Não ocorrendo o fato de uma das incógnitas "desaparecerem", antes de fazer a adição das equações temos que utilizar um artifício, multiplicar todos os termos de uma, ou as duas equações, para que uma das incógnitas se anule.

Outro método que pode ser utilizado para resolver sistemas lineares 2x2 é o método da substituição. Para resolver sistemas de equações por esse método devemos isolar uma das incógnitas x ou y de uma das equações, substituir esse valor na segunda equação e encontrar o valor para a incógnita restante e por fim, de posse do valor de uma das incógnitas, retornar na equação primeira e encontrar o valor da outra incógnita. Os valores encontrados serão a solução do sistema, ou seja, o ponto onde as retas se interceptarão.

Podemos também encontrar a solução de um sistema de equações lineares analisando sua representação gráfica. O par ordenado que é solução de duas equações lineares com 2 incógnitas pode ser representado pelo ponto de intersecção das retas que representam os respectivos conjuntos soluções. Então, o número de soluções dependerá fundamentalmente da posição relativa dessas retas. Se as retas são concorrentes, ou seja, se interceptam em um único ponto, o sistema possui uma única solução. Se as retas são paralelas o sistema não possui solução e se as retas são coincidentes o sistema possui infinitas soluções. A figura 2 ilustra essas interpretações.

Figura 2: Interpretação gráfica da solução de um sistema 2x2



Fonte: Lipschutz e Lipson, 2011, p.70.

Ao descontextualizar a tarefa há uma estrutura comum, que "presente nos diversos exemplares de determinado objeto matemático, é o que garante a estrutura universalizante deste objeto, além de aproximar o conhecimento dos matemáticos do conhecimento empírico" (LUCCAS e BATISTA, 2008, p. 12), como mostra a figura a seguir.

ISSN: 2526-8899

Figura 3: Contextualização e descontextualização da tarefa

Contexto da tarefa

↓

Estrutura Matemática

↓

Estruturas idênticas → Características universais

↓

DESCONTEXTUALIZAÇÃO

Estrutura universalizante do Objeto matemático

Fonte: os autores

Considerações finais

Nesse artigo apresentamos uma discussão da contextualização e a descontextualização de uma tarefa matemática, destacando as implicações dessa em sala de aula. Consideramos a escolha de tarefas com contextos um ponto importante, pois pode auxiliar o processo de contextualização e descontextualização.

Dessa forma, a contextualização inicia-se com o conhecimento do objeto de estudo e de casos particulares. O professor, além de conhecer o objeto matemático, deve estar atento a forma como o objeto matemático será contextualizado, pois isso pode interferir no processo de descontextualização. Para que aconteça a descontextualização, é preciso que o estudante identifique a estrutura presente nos objetos matemáticos.

Ao analisar a tarefa, entende-se que ela permitiu a contextualização do conceito de sistemas lineares 2x2, e mais que isso, foi possível realizar a descontextualização dela, possibilitando identificar as características universais desse conceito, facilitando assim o reconhecimento dessas características em outras situações contextualizadas sobre o conceito. Assim, entendemos que é importante que aconteça a descontextualização.

Por fim, ressaltamos a possibilidade de se fazer uma relação, mesmo que não única, entre os termos “contextualização e descontextualização” com os modelos emergentes da Educação Matemática Realística.

Referências

ISSN: 2526-8899

BRASIL. Ministério da Educação; Secretaria Executiva; Secretaria de Educação Básica; Conselho Nacional de Educação; Conselho Nacional de Secretários de Educação; União Nacional dos Dirigentes Municipais de Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília: 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/04/BNCC_EnsinoMedio_embaixa_site.pdf. Acesso em: 03 jul. 2018.

CALLIARI, Luiz Roberto. **A Contextualização na Matemática – uma alternativa para o ensino.** Florianópolis, 2001. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção)-Programa de Pós-Gradução em Engenharia de Produção, UFSC, 2001.

FERREIRA, Pamela Emanueli Alves; DE BURIASCO, Regina Luzia Corio. Educação matemática realística: uma abordagem para os processos de ensino e de aprendizagem Realistic mathematics education: an approach to teaching and learning processes. **Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, v. 18, n. 1, 2016.

FREUDENTHAL, Hans. **Revisiting Mathematics Education.** Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1991.

GRAVEMEIJER, Kooeno.; DOORMAN, Michael. **Context problems in realistic mathematics education:** a calculus course as an example. Educational Studies in Mathematics, v. 39, n. 1, p. 111-129, jan. 1999.

______________, Kooeno. **Developing realistic mathematics education**. Utrecht: Utrecht University, 1994.

LIPSCHUTZ, Seymour; LIPSON, Marc. **Algebra Linear**: Coleção Schaum. Bookman Editora, 2011.

LUCCAS, Simone; BATISTA, Irinéia de Lourdes. A Importância da Contextualização e da Descontextualização no Ensino de Matemática: uma Análise Epistemológica. **Anais do Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduaçao em Educaçao Matemática (XII EBRAPEM), Rio Claro, Sao Paulo, Brasil**, 2008.

ISSN: 2526-8899

A COMPREENSÃO DO CONCEITO DE FUNÇÃO EM UMA DISCIPLINA DE CÁLCULO I

Thiago Fernando Mendes[1]

Ana Paula Zanim[2]

Lourdes Maria Werle de Almeida[3]

Resumo

Esse artigo tem por objetivo investigar como se dá a construção do conceito de função por uma dupla de estudantes. Analisamos uma atividade matemática desenvolvida por duas estudantes do segundo ano de um curso de Licenciatura em Matemática na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I relativa à taxa de analfabetismo no Brasil e o conteúdo matemático que emergiu nessa atividade foi função exponencial. Nossa investigação baseou-se em fundamentos teóricos da Semiótica Peirceana, mais especificamente na sua definição de signos interpretantes, e nos cinco níveis de compreensão do conceito de função apresentados por Hitt, a saber: ideias imprecisas sobre o conceito; identificação de diferentes representações do conceito; tradução com preservação do significado de um sistema de representação para outro; articulação coerente entre dois sistemas de representação; e articulação coerente de diferentes sistemas de representação na resolução de um problema. A análise permite inferir que as alunas não construíram o conceito de função exponencial, pois não foi possível identificar a construção de interpretantes mais gerais com relação ao problema que elas resolveram, ou seja, os registros indicam que as estudantes utilizaram vários registros para representar a função exponencial e em até certa medida se moveram entre os registros fluentemente, porém não produziram interpretantes de natureza geral.

Palavras-chave: Educação Matemática; Semiótica Peirceana; Construção de conhecimento; Ensino de funções.

Abstract

This paper aims to investigate how the concept of function can be constructed by a pair of students. It was analyzed a mathematical activity developed by two students of a degree course in Mathematics in the subject of Differential and Integral Calculus I aboutr the illiteracy rate in Brazil and the mathematical knowledge addressed in it was exponential function. Our research was based on theoretical foundations of Peirceana Semiotics, more specifically concerned to the interpreters' theory and on the five levels of understanding of the concept of function presented by Hitt, namely: imprecise ideas about the concept; identification of different representations of the concept; translation with preservation of meaning from one system of representation to another; coherent articulation between two systems of representation; and coherent articulation of different systems of representation in the solution of a problem. From the analysis, it was possible conclude that the students did not construct the concept of exponential function, because it was not possible to identify the construction of general interpreters about the problem they solved, i.e., the data indicate that the students used several

[1] Universidade Estadual de Londrina (UEL) - thiagofmendes@utfpr.edu.br.
[2] Universidade Estadual de Londrina (UEL) - aninha_pz@hotmail.com
[3] Universidade Estadual de Londrina (UEL) - lourdes@uel.br

ISSN: 2526-8899

records to represent the exponential function and to a certain extent moved between the records fluently but did not produce interpreters of a general nature.

Keywords: Mathematical Education; Peirceana Semiotics; Construction of Knowledge; Teaching of Functions.

Introdução

De acordo com Kadunz (2016), a matemática é uma ciência que está sempre interessada em criar e usar signos de naturezas diversas. O interesse de pesquisadores em investigar abordagens teóricas de tais signos e a relação desses signos com ensino e aprendizagem tem aumentado nos últimos anos.

Diversos autores em nível nacional e internacional têm se dedicado à investigação do papel e da relevância dos signos no ensino e para a aprendizagem da matemática (PRESMEG 2008; KADUNZ, 2016; SILVA; ALMEIDA, 2015; ALMEIDA; SILVA, 2017; ALMEIDA; SILVA, 2018).

No âmbito da Matemática, os objetos têm natureza simbólica e o acesso a eles é mediado por representações. Assim podemos abordar essas representações por meio da Semiótica, nesse caso, da Semiótica Peirceana. Para Peirce (2005, p. 61) "representar é estar em lugar de, isto é, estar numa relação com um outro que, para certos propósitos, é considerado por alguma mente como se fosse esse outro".

De acordo com Silva (2012), diferentes signos referentes ao ensino de funções são apresentados aos alunos e, assim, eles produzem representações desses signos.

> A ideia de representação é uma das noções centrais ao se estudar os fenômenos relativos à aquisição do conhecimento pelos alunos. A forma como um aluno aprende está intimamente ligada às formas de representação que ele faz sobre determinado conteúdo. Tudo depende de como estão organizados os registros e impressões internas sobre determinado assunto e também da codificação utilizada pela pessoa para transformar as informações em registros confiáveis (SILVA, p. 45, 2012).

E ainda, de acordo com Almeida e Silva (2018, p. 204), a semiótica peirceana possibilita "articular os conhecimentos dos alunos viabilizados por meio de signos, matemáticos ou não matemáticos, que produzem ou mobilizam no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática".

Nesse artigo investigamos como se dá a construção do conceito de função por uma dupla de estudantes quando desenvolvem um problema de cuja resolução emerge o conceito de função exponencial.

ISSN: 2526-8899

Quadro teórico

Semiótica peirceana

Na semiótica peirceana há uma maior preocupação com a organização de uma doutrina capaz de compreender as estruturas dos conhecimentos, ou seja, a semiótica passa a ser fundamentada como a ciência dos signos que objetiva examinar os modos de atribuição de significado e de constituição de conhecimento.

O conhecimento pode ser entendido como um processo de interpretação, que faz uso dos signos para ser evidenciado. Em uma de suas obras, Peirce (2005) define signo como

> [...] tudo aquilo que está relacionado com uma Segunda coisa, seu Objeto, com respeito a uma Qualidade, de modo tal a trazer uma Terceira coisa, seu Interpretante, para uma relação com o mesmo Objeto, e de modo tal a trazer uma Quarta para uma relação com aquele Objeto na mesma forma, *ad infinitum*. Se a série é interrompida, o Signo, por enquanto, não corresponde ao caráter significante perfeito (p. 28).

Para Peirce o signo compreende três elementos: o *representâmen* (ou fundamento do signo), o objeto e o interpretante. Otte (2006) evidencia o papel do *representâmen* como um mediador entre o objeto e o interpretante. O interpretante, por sua vez, é algo que se cria na mente do ser humano (intérprete), trata-se de “um signo que interpreta o *representâmen*” (SANTAELLA, 2008).

Peirce (2005) dedicou grande parte de seus estudos semióticos na estruturação e classificação dos interpretantes. Para o autor, a referida classificação é dada como: interpretante imediato, interpretante dinâmico e interpretante final.

O interpretante imediato refere-se à interpretabilidade peculiar de cada signo, interpretabilidade esta que existe antes mesmo que o signo alcance qualquer intérprete. Trata-se de uma abstração consistindo na possibilidade de o signo representar algo para alguém. O interpretante dinâmico, por sua vez, é o efeito produzido na mente do intérprete pelo signo. É o efeito que o signo determina nessa mente (PEIRCE, 2005).

Já o interpretante final, ainda segundo Peirce (2005, p 164) “é aquilo que finalmente se decidiria ser a interpretação verdadeira se se considerasse o assunto de um modo tão profundo que se pudesse chegar a uma opinião definitiva”.

Na teoria peirceana, os signos interpretantes são meios utilizados para representar algo para alguém, são meios de pensamento, de compreensão, de raciocínio e de construção da aprendizagem (D’AMORE; FANDIÑO PINILLA; IORI, 2015).

ISSN: 2526-8899

Neste sentido, a evolução dos signos interpretantes (imediato, dinâmico e final) podem dar indícios de como os alunos constroem o conhecimento matemático em questão, conforme explorado por Silva e Almeida (2015).

Sobre a evolução dos interpretantes, Presmeg (2008, p. 117) ressalta a importância de, para que haja aprendizagem, os estudantes construírem interpretantes de natureza geral, isto é, intepretantes que permitam que os estudantes vejam a situação "de forma mais ampla" e, assim, possam compreender o que está sendo estudado.

É com este olhar a partir da teoria dos interpretantes de Peirce (2005), que analisaremos uma atividade de modelagem matemática.

Níveis de compreensão de HITT

A partir de uma pesquisa realizada em um programa de pós-graduação em Educação Matemática com 30 professores do Ensino Básico, Hitt (1998) identificou cinco diferentes níveis de compreensão dos alunos com relação ao conceito de função.

- *Nível 1: Ideias imprecisas sobre o conceito;*
- *Nível 2: Identificação de diferentes representações do conceito;*
- *Nível 3: Tradução com preservação do significado de um sistema de representação para outro;*
- *Nível 4: Articulação coerente entre dois sistemas de representação;*
- *Nível 5: Articulação coerente de diferentes sistemas de representação na solução de um problema.*

Pesquisas realizadas no âmbito da Educação Matemática (KAPUT, 1987; VINNER, DREYFUS, 1989; dentre outras) apontam que, ao aprender algum conceito matemático, algumas representações são compreendidas mais facilmente pelos alunos que outras. Desta forma, um objetivo central do ensino de matemática é tornar os estudantes hábeis para passarem de uma representação para outra sem "se perderem" ou "caírem em contradição" (HITT, 1998).

Para Hitt (1998) é relevante estudar os níveis de compreensão de um indivíduo porque o conceito de função tem fundamental importância na aprendizagem de outros conceitos matemáticos.

O conceito de função admite uma variedade de representações e cada uma dessas representações oferece informações sobre aspectos particulares do conceito sem ser capaz de

ISSN: 2526-8899

descrevê-lo completamente, assim, diferentes representações de certo conceito completam-se uns aos outros.

A partir deste quadro teórico composto por aspectos da semiótica peirceana e pelos níveis de compreensão do conceito de função propostos por Hitt (1998) pretendemos *investigar como se dá a construção do conceito de função por uma dupla de alunos*, analisando o desenvolvimento da atividade matemática *Taxa de Analfabetismo no Brasil*.

Atividade Desenvolvida

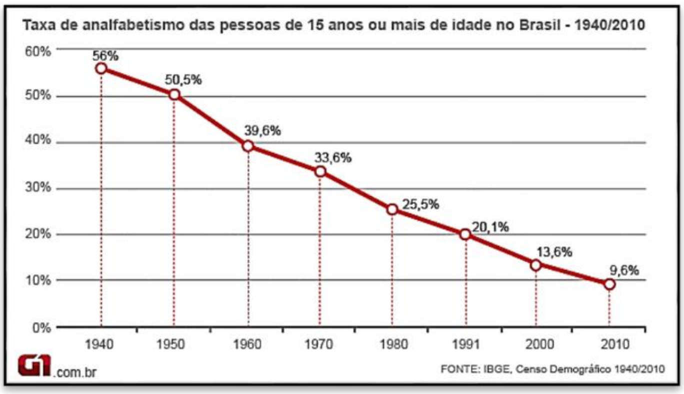
Neste trabalho apresentamos a análise de uma atividade desenvolvida por uma dupla de estudantes do segundo ano do curso de Licenciatura em Matemática na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I de uma universidade pública do Paraná. O tema abordado na atividade foi a *Taxa de Analfabetismo no Brasil.*

Após estudarem sobre o assunto e coletarem os dados, a dupla decidiu investigar o seguinte problema: "*Considerando que em 2015 o Brasil ainda não tinha atingido a taxa de analfabetismo proposta pela UNESCO*[4]*, qual será a quantidade de analfabetos no Brasil no ano de 2030?"*.

A partir de uma reportagem publicada no Portal de Notícias G1 disponibilizada pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) com relação ao tema as estudantes tiveram acesso a algumas informações relacionadas à taxa de analfabetismo no Brasil conforme mostrado na Figura 1.

No entanto, as estudantes perceberam que, apenas com as informações da reportagem não seria possível explorar a questão que pretendiam. Sendo assim, decidiram acessar o portal o IBGE e coletar as informações dos últimos censos demográficos.

Figura 1 - Reportagem do Portal de Notícias G1



Fonte: IBGE, Censo Demográfico 1940/2010

[4] Organização das Nações Unidas para Educação, Ciência e Cultura.

ISSN: 2526-8899

Usando as informações coletadas do IBGE, as estudantes organizaram uma tabela contendo as taxas de analfabetismo no Brasil do período entre 2001 e 2014, a população brasileira em cada um dos anos e a taxa de analfabetos, conforme segue indica a Tabela 1.

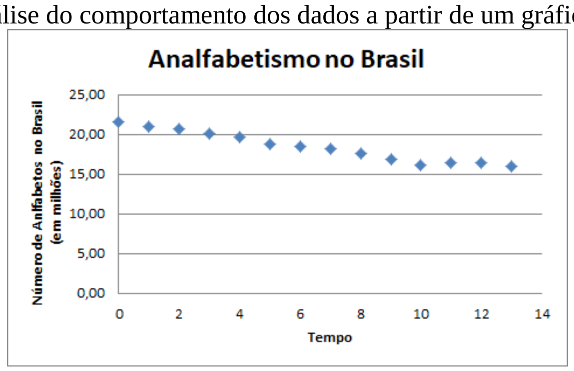
Tabela 1 - Taxa de analfabetismo no Brasil de 2001 a 2014

Ano	**Taxa de Analfabetismo no Brasil (%)**	**População (em milhões)**	**Quantidade de Analfabetos (em milhões)**
2001	12,4	173,45	21,51
2002	11,9	175,89	20,93
2003	11,6	178,28	20,68
2004	11,3	178,28	20,15
2005	11	178,28	19,61
2006	10,3	182,91	18,84
2007	10	185,15	18,84
2008	9,8	185,15	18,14
2009	9,5	185,15	17,59
2010	8,9	189,46	16,86
2011	8,4	191,53	16,09
2012	8,5	193,54	16,45
2013	8,4	195,5	16,42
2014	8,1	197,4	15,99

Fonte: Os autores

A partir dessas informações as estudantes começaram a trabalhar matematicamente os dados a fim de determinar como se comporta o número de analfabetos no Brasil a partir do ano de 2014. Para isso, as mesmas fizeram uso de uma variável auxiliar para representar o ano, sendo 2001 o ano 0, 2002 o ano 1, e assim sucessivamente, até o ano 13 (2014). Inicialmente, foi construído um gráfico de dispersão, conforme Figura 2.

Figura 2 - Análise do comportamento dos dados a partir de um gráfico de dispersão



Fonte: Os autores

Fazendo uso de um *software* de planilha eletrônica de cálculo as estudantes decidiram ajustar uma função exponencial do tipo $f(x) = ae^{bx}$, sendo f o número de analfabetos (em milhões) e x o tempo (em anos). Para ajustar os parâmetros da função, as estudantes resolveram um sistema de equações lineares, usando dois pontos dos dados da Tabela 1 (0 ; 21,51) e (13 ; 15,99).

Com este procedimento foi obtida a função exponencial $f(x) = 21{,}51e^{-0{,}023x}$ em que *f(x) é* a quantidade de analfabetos no Brasil no tempo *x*. Considerando que foi utilizada uma variável auxiliar para representar o tempo em anos, foi necessário um ajuste no modelo ficando da seguinte forma: $f(t) = 21{,}51.\,e^{-0{,}023.t+46{,}02}$ em que t é o tempo em anos.

Usando essa função, as alunas determinaram que *f(2030) = 11,01* é a população de analfabetos no Brasil no ano de 2030.

Sobre a compreensão das alunas em relação ao conceito de função exponencial

Inicialmente as estudantes buscaram em um site dados para resolver o problema que propuseram, encontraram um gráfico que dava a taxa de analfabetismo das pessoas de 15 anos ou mais de idade no Brasil no período entre 1940 e 2010 (Figura 1). Usando esses dados, concluíram que a taxa de analfabetismo vem diminuindo e a tendência é diminuir cada vez mais. No entanto, o Brasil ainda não havia atingido a meta da UNESCO no ano de 2015.

A partir do gráfico inicial, as estudantes montaram uma tabela que continha dados sobre a taxa de crescimento da população brasileira e a taxa de analfabetismo, nos registros das estudantes elas construíram um gráfico (Figura 2) a partir dessa tabela (Tabela 1) para que pudessem estudar o comportamento dos dados coletados.

O interpretante imediato, como classificado na semiótica peirceana, trata-se de uma abstratação, uma possibilidade. Assim, no desenvolvimento da atividade de modelagem matemática este tipo de interpretante foi evidenciado no momento em que os signos tinham o potencial de transmitir informações às estudantes, como no caso do gráfico (Figura 2) que representava, por semelhança, o comportamento do fenômeno (analfabetismo no Brasil).

O interpretante dinâmico, por sua vez, definido como o efeito produzido, pelo signo, na mente do intérprete foi evidenciado na análise da atividade a partir das ações tomadas pelas estudantes, como a decisão de ajustar uma função do tipo exponencialm, considerando o comportamento dos dados.

Já as conclusões, adequadas ou não à situação, apresentadas pelos estudantes para a situação-problema explorada a partir dos conhecimentos matemáticos podem ser tomadas como interpretantes finais (por exemplo: a conclusão do número de analfabetos no Brasil no ano de 2030).

ISSN: 2526-8899

Com relação à compreensão do conceito de função, primeiro, consideramos a relação entre a resolução do problema (*quantidade de analfabetos no ano de 2030*) e a capacidade das estudantes de se moverem entre as diferentes representações do conceito de função (neste caso, as representações algébrica e gráfica). Essa capacidade é descrita no segundo nível de compreensão de um conceito de função conforme proposto por Hitt (1998).

O que se pode inferir é que num primeiro momento as estudantes possuem ideias imprecisas com relação ao conceito de acordo com Hitt (1998), pois considerando a problemática as estudantes não levaram em consideração questões como o domínio da função, se a função possui ou não assíntota e assim com relação a problemática é possível pensar se o número de analfabetos será zero, se faz sentido a utilização de uma função exponencial sem assíntota.

Conforme indica a figura 2, as estudantes utilizaram um *software* de planilha eletrônica de cálculo para estudar o comportamento dos dados que coletaram. Podemos inferir que, mesmo utilizando o *software*, elas não perceberam que a função teria uma assíntota, dado o caráter da situação que estavam estudando, o interpretante produzido pelas estudantes não mudou ao longo do desenvolvimento da atividade, mesmo com a utilização de um novo signo interpretante, nesse caso o gráfico que indicava o comportamento dos dados coletados.

No relatório entregue pelas estudantes é possível identificar que, após a obtenção da função exponencial, as alunas ainda usaram o *software* Geogebra para analisar o comportamento da taxa de analfabetismo, mas não perceberam a necessidade de modificar a função. Isso sinaliza que responderam ao problema com certas limitações, já que não consideraram que para fazer uma previsão em longo prazo esta função não era apropriada já que não levaram em consideração que a função deveria ser assintótica. Ou seja, as alunas não observaram que neste caso teriam $\lim_{t\to\infty} f(t) = \lim_{t\to\infty} 21{,}51e^{-0{,}023t+46{,}02} = 0$, isto é uma função que indica que a quantidade de analfabetos seria aproximadamente nula, em algum ano futuro.

Considerando o modelo matemático desenvolvido pelas estudantes e a solução dada por elas ao problema proposto, consideramos que as alunas não atingem o nível 5 segundo Hitt (1998), pois não realizam uma articulação coerente entre os registros na resolução de um problema.

Considerações Finais

ISSN: 2526-8899

Diante do empreendimento de investigar como se dá a construção do conceito de função por uma dupla de estudantes, analisamos o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática no âmbito da disciplina de Cálculo I.

Por meio da análise dos dados foi possível identificar que as estudantes não generalizam a função que construíram e também não apresentaram considerações sobre análises que esta função viabiliza fazer com relação ao analfabetismo no Brasil no decorrer do tempo.

E ainda, por mais que as estudantes tenham usado diferentes signos para lidar com a função exponencial, não produziram interpretantes de natureza geral, conforme caracteriza Premeg (2008) o que indica que as estudantes não atingiram todos os níveis de compreensão do conceito de função exponencial nessa atividade.

Neste estudo, assim como em outros da literatura (HITT, 1998; PRESMEG, 2008) consideramos que a capacidade de produzir e usar diferentes signos interpretantes para o objeto matemático *função* está relacionada ao sucesso da resolução de um problema em que este objeto é usado.

Referências

ALMEIDA, L.W.; SILVA, K. A. P. A semiotic interpretations of the derivative concept. **ZDM - The International Journal on Mathematics Education**, v. 50, p. 1-14, 2018.

ALMEIDA, L.W.; SILVA, K. A. P. A ação dos signos e o conhecimento dos alunos em atividades de Modelagem Matemática. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 31, n. 57, p. 202 - 219, 2017.

BRASIL. IBGE. **Censo Demográfico**, 2010. Disponível em: <www.ibge.com.br>. Acesso em: 20 jun. de 2017.

D'AMORE, B.; FANDIÑO PINILLA, M. I.; IORI, M. **Primeiros elementos de semiótica**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

HITT, F. Difficulties in the articulation of different representations linked to the concept of function. **The Journal of Mathematical Behavior**, v. 17, n. 1, p. 123-134, 1998.

IBGE indica que analfabetismo cai menos entre maiores de 15 anos. **Portal de Notícias G1**, 2011. Disponível em: <http://g1.globo.com/brasil/noticia/2011/11/ibge-indica-que-analfabetismo-cai-menos-entre-maiores-de-15-anos.html>. Acesso em: 20 jun. de 2017.

KADUNZ, G. Diagrams as means for learning. In: **Semiotics as a tool for learning mathematics**. SensePublishers, Rotterdam, p. 111-126, 2016.

ISSN: 2526-8899

KAPUT, J. Representation systems and mathematics. The notion of function as na example. In C. Janvier (Ed.) **Problems of representation in the teaching and learning of mathematics** (pp. 67-71). Hillsdale, NJ: Erlbuam, 1987.

OTTE, M. Mathematical epistemology from a Peircean semiotic point of view. **Educational Studies in Mathematics**. Springer, v. 61, p. 11-38, 2006.

PEIRCE, C. S. **Semiótica**. 3. ed. São Paulo: Perspectiva, 2005.

PRESMEG, N. C. Trigonometric connections through a semiotic lens. **Semiotics in mathematics education: Epistemology, historicity, classroom, and culture**, p. 39-62, 2008.

SANTAELLA, L. **A teoria geral dos signos**: como as linguagens significam as coisas. 2. reimpr. da 1. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2008.

SILVA, K. A. P.; ALMEIDA, L. M. W. Caminhos do Significado em Atividades de Modelagem Matemática: um olhar sobre os interpretantes. **Boletim de Educação Matemática**, v. 29, n. 52, 2015.

SILVA, R. S. **O uso de problemas no ensino e aprendizagem de funções exponenciais e logarítmicas na Escola Básica**. Dissertação (Mestrado) – Pós- Graduação em Ensino de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

VINNER, S.; DREYFUS, T. Images and definitions for the concept of function. **Journal for research in mathematics education**, p. 356-366, 1989.

ISSN: 2526-8899

UEPS: APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DA TRIGONOMETRIA APLICADA AO FUTEBOL

Daiana Bordin[1]
Marilda Machado Spindola[2]

Resumo

Este artigo baseia-se em pesquisas sobre o ensino e aprendizagem da trigonometria. Esta foi aplicada em uma turma do 9º ano do ensino fundamental de uma escola pública da cidade de Bento Gonçalves, no Rio Grande do Sul. O projeto baseia-se na Teoria da Aprendizagem Significativa, de David Ausubel, utilizando a Unidade de Ensino Potencialmente Significativa, UEPS, com o tema central "Aprendizagem Significativa da Trigonometria". A proposta foi desenvolvida devido à falta de compreensão dos alunos sobre a Trigonometria. O tema norteador deste projeto foi contemplado em oito aulas, com metodologia de ensino que pode contribuir para a construção significativa do conhecimento da Trigonometria. O desenvolvimento da pesquisa de campo teve início com a aplicação de questionário com questões abertas aos alunos. O passatempo preferido da maioria dos estudantes deste grupo é o futebol. Desta forma, foi possível desenvolver material pedagógico para a construção do conhecimento trigonométrico com base em seu interesse. Os resultados encontrados apontam para a necessidade de reforço didático, com novas formas de ensinar e aprender o conteúdo da trigonometria. A atribuição de maior significado ao tema trabalhado e maior autonomia do aluno como agente ativo na construção de conhecimento próprio, são respostas às questões de pesquisa deste trabalho.

Palavras-chave: Trigonometria; Trigonometria no Futebol; Aprendizagem Significativa.

Abstract

[1]Universidade de Caxias do Sul – PPGECIMA – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática - Rua Francisco Getúlio Vargas, 1130 - Caxias do Sul - Fone: 55 54 3218-2100 – dbordin@ucs.br
[2]Universidade de Caxias do Sul – PPGECIMA – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática - Rua Francisco Getúlio Vargas, 1130 - Caxias do Sul - Fone: 55 54 3218-2100 – mmspindola@ucs.br

ISSN: 2526-8899

This article is based on research on the teaching and learning of trigonometry. This was applied in a class of the 9th grade of public elementary school in Bento Gonçalves city, Rio Grande do Sul. The project is based on David Ausubel's Theory of Significant Learning, using Potentially Significant Teaching Unit, UEPS, with the central theme "Significant Learning of Trigonometry". The proposal was developed due to the students' lack of understanding about Trigonometry. The guiding theme of this project was contemplated in eight classes with teaching methodology, which may contribute to the significant construction of the knowledge of Trigonometry. The development of field research began with the application of questionnaires with questions open to students. The preferred hobby of most students in this group is football. In this way it was possible to develop pedagogical material for the construction of trigonometric knowledge based on their interest. The results found point to the need for didactic reinforcement, with new ways of teaching and learning the content of Trigonometry. The attribution of more meaning to the theme worked and more autonomy of the student as an active agent in the construction of own knowledge, are answers to the research questions in this work.

Keywords: Trigonometry; Soccer Trigonometry; Significant Learning.

Introdução

A matemática é uma ciência antiga e uma disciplina essencial no currículo escolar. No entanto percebe-se ainda reprovação nas disciplinas matemáticas nos diversos índices da educação. Essa preocupação tem motivado professores e pesquisadores a desenvolver técnicas e propor melhorias na qualidade do ensino e da aprendizagem.

Segundo Kozelski (2012), muitos fatores, sejam eles internos ou externos, causam interferências sobre o processo de aprendizagem dificultando a compreensão e construção de conhecimento. Ensinar é facilitar aos estudantes a transformação de suas vidas em um processo de aprendizagem constante. Por isso há necessidade de promover aspectos facilitadores utilizando o cotidiano dos estudantes como meio para otimização concreta de processo de aprendizagem dos conteúdos abordados na disciplina.

Conforme Cunha (1989, p. 128) “saber teorias é importante, mas é preciso saber aplicá-las à nossa realidade...” além de promover novos interesses. Por isso, buscou-se utilizar uma metodologia que envolvesse o estudante na construção do seu conhecimento, ancorando o conteúdo a ser aprendido, no caso a Trigonometria, com seus subsunçores. Segundo Moreira

ISSN: 2526-8899

(2009), o estudante memoriza melhor quando consegue associar o que acabou de aprender com algo que já sabe.

Diante das necessidades apresentadas neste contexto educacional, a pesquisa realizada teve como objetivo a aplicação de uma UEPS para a promoção da consolidação de conhecimentos por meio de uma atividade lúdica aplicada a Trigonometria.

Houve, também, a preocupação de evidenciar a aplicação trigonométrica no futebol, que é um dos passatempos preferidos do grupo pesquisado. Desta maneira, conseguimos abordar um conteúdo matemático de uma forma agradável aos estudantes, tornando a aprendizagem potencialmente significativa.

Buscando atender as preocupações elencadas por pesquisadores e professores no que se refere à problemática de aprendizado de conteúdos de matemática, o presente artigo retrata um experimento realizado com o conteúdo de trigonometria, junto a alunos do Ensino Fundamental, objetivando tornar esta aprendizagem potencialmente significativa.

Aprendizagem Significativa sobre conteúdos trigonométricos

A Aprendizagem Significativa é o conceito fundamental da teoria da aprendizagem de David Ausubel. Ela constitui-se no processo pelo qual o aprendiz constrói significados, ancorando os novos conceitos aos conhecimentos prévios de sua estrutura cognitiva. Dessa forma, a ideia central da teoria de Ausubel é que o fator dominante na aprendizagem dos estudantes é o conhecimento que o mesmo já possui (AUSUBEL, 2003).

Ausubel (2003) afirma que um novo conceito ocorre de maneira significativa quando o indivíduo vê a si mesmo como centro da construção de seu próprio conhecimento. Ao mesmo tempo, consegue agregar significado naquilo que está aprendendo a partir de relações que ele estabelece com conhecimentos que já possui. Os conhecimentos prévios ou subsunçores podem ser mais completos ou específicos que os novos conhecimentos a serem aprendidos. Podem ainda ser modificados e reorganizados durante o processo de Aprendizagem Significativa. Apresentamos como exemplo a Aprendizagem Significativa da Trigonometria no triângulo retângulo que requer indispensavelmente os subsunçores referentes a ângulos, Seno, Cosseno e Tangente, assim como potenciação e radiciação no conjunto dos números reais. Porém, ao aprender significativamente a Trigonometria no triângulo retângulo, reorganizam-se de forma a possuírem um significado mais amplo, ou seja, os subsunçores são modificados e

ISSN: 2526-8899

reorganizados devido às interações com os novos conhecimentos que encaminham o aprendiz a ressignificação desses conceitos.

Para Vasconcelos (2008) o resgate dos conhecimentos prévios e das informações que os estudantes trazem, gera um contexto que dá significado ao conteúdo, ou seja, evocar subsunçores conduz a compreensão de novos conhecimentos. Esta dinâmica promove aprendizagens potencialmente significativas, que nesta pesquisa foi ilustrada com a experimentação utilizando conteúdos de trigonometria aplicados à prática lúdica do futebol, relatadas na próxima seção.

Encaminhamentos Metodológicos

Essa pesquisa foi desenvolvida em uma escola da rede pública estadual localizada na zona periférica da cidade de Bento Gonçalves, Rio Grande do Sul. A mesma contou com a participação de 30 estudantes do 9° ano do Ensino Fundamental, com idades entre 14 e 17 anos. Estes estudantes estão classificados na faixa social de baixa renda, segundo levantamento feito pela própria escola.

A questão social vem sendo um elemento gerador de dificuldades para a aplicação de diferentes recursos tecnológicos na escola. Na tentativa de buscar alternativas metodológicas que despertem o interesse dos estudantes em aprender matemática, em especial Trigonometria, foi realizada uma pesquisa, junto ao grupo, com a finalidade de descobrirmos o que de fato desperta o interesse dos mesmos.

A realização desta pesquisa nos trouxe a informação necessária para que pudéssemos transformar o conhecimento em Trigonometria interessante para os estudantes. A ideia de ensinar Trigonometria jogando futebol surgiu através dos relatos de interesses pessoais dos mesmos. De posse do conteúdo programático, a Trigonometria, e do passatempo preferido dos estudantes, o futebol, criou-se uma UEPS com o tema central "Aprendizagem Significativa da Trigonometria".

O método de avaliação utilizado nessa UEPS são os Mapas Conceituais, que, segundo Moreira (2010 p.11), "Mapas Conceituais são diagramas de significados, de relações significativas; de hierarquias conceituais, se for o caso. Mapas conceituais não buscam classificar conceitos, mas sim relacioná-los e hierarquizá-los". Mapa Conceitual é uma estratégia potencialmente facilitadora da Aprendizagem Significativa, também é uma técnica muito flexível e em razão disso pode ser usado em diversas situações, para diferentes

ISSN: 2526-8899

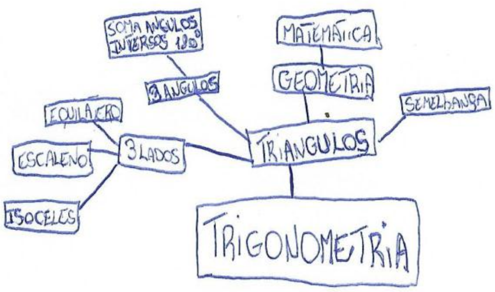
finalidades: como instrumento de análise do currículo, técnica didática, recurso de aprendizagem e avaliação (MOREIRA; BUCHWEITZ, 1993).

A aplicação da UEPS iniciou explicando e exemplificando os Mapas Conceituais aos estudantes. Logo após, foi solicitado aos mesmos construíssem um Mapa Conceitual, somente com os conhecimentos que já possuíam sobre Trigonometria. Este tema ainda era desconhecido dos estudantes. O objetivo deste primeiro Mapa era possibilitar analisar de forma comparativa aos demais Mapas que seriam solicitados posteriormente.

Num segundo momento, o objetivo foi o ensino da Trigonometria, suas razões Seno, Cosseno e Tangente. Este plano de aula foi dividido em duas partes. Na primeira aula, foram apresentadas as definições e alguns exemplos. Na segunda, foram apresentados exemplos do cotidiano dos estudantes para que pudessem compreender melhor a matéria.

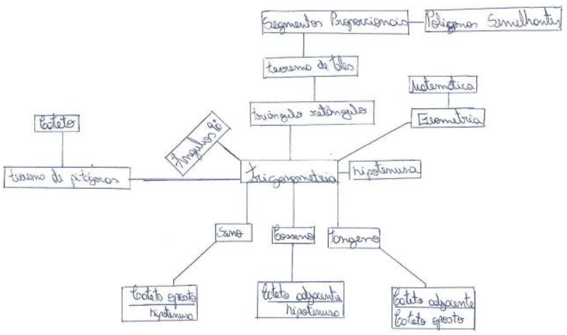
Na aula seguinte, foi solicitado aos estudantes que elaborassem um novo Mapa Conceitual sobre Trigonometria. Os resultados mostraram Mapas Conceituais mais elaborados, com mais ramificações, demostrando mais conhecimento sobre o assunto abordado, conforme figuras 1 e 2.

Figura 1- Exemplo do primeiro MC construído pelo estudante 1.



Fonte: a autora

Figura 2 - Exemplo do segundo MC construído pelo estudante 1.



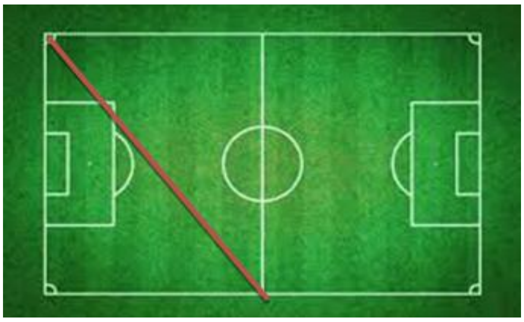
Fonte: a autora

Na quarta aula, com trabalho desenvolvido em sala de aula, introduziu-se a Trigonometria no futebol. Cada estudante foi levado a pensar sobre os movimentos utilizados para a realização da cobrança de pênalti. Neste exemplo foram utilizados as dimensões da goleira, distância da marca do pênalti até a goleira, diâmetro da bola de futebol, ângulos formados pelas trajetórias das bolas e o solo em uma cobrança, dentre outros. Com o intuito de aumentarmos a participação e o interesse dos estudantes nas atividades, fizemos uso de uma linguagem informal e lúdica e, lançamos diversas perguntas que submeteram os estudantes a estudar cada informação para que conseguissem desenvolver as questões.

ISSN: 2526-8899

No encontro seguinte, o trabalho iniciou na sala de aula, com a apresentação de um jogador fictício (personagem Théo) que executava diversas cobranças de escanteio. Os estudantes foram informados que para calcular a distância percorrida pela bola, ao ser chutada pelo nosso jogador, seria necessário conhecer as medidas do campo onde as cobranças seriam feitas. E que as cobranças somente poderiam ser feitas com chutes rasteiros. Também foi mostrado aos estudantes que após calcular o ângulo formado pela trajetória da bola com a linha que demarca o campo de futebol (linha de fundo), através da razão trigonométrica Tangente, também era possível calcular a distância percorrida pela bola. A Figura 03 (utilizada na aula) apresenta um exemplo de cobrança de escanteio, onde a linha vermelha é a trajetória feita pela bola após ser chutada de forma rasteira pelo jogador, formando ângulos com as linhas que demarcam o campo de futebol.

Figura 3- Exemplo de cobrança de escanteio



Fonte: a autora

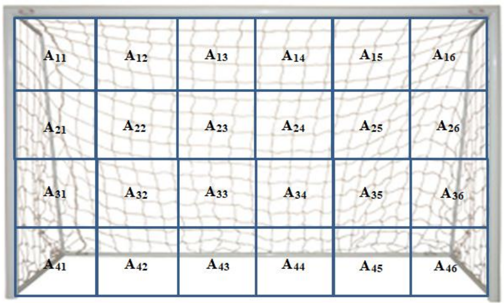
Após calcularem diversos exemplos de cobranças de escanteios feitos pelo nosso jogador fictício, convidamos os estudantes para que fossemos até a quadra de futebol da escola e medissem suas distâncias. Depois, os estudantes formaram duplas, para que pudessem cobrar os escanteios e calcular a distância percorrida pela bola a partir do triangulo retângulo formado com os catetos representados pela linha lateral (ponto de cruzamento da bola) e linha de fundo. Nesta dinâmica, um dos estudantes se posicionava no escanteio para fazer a cobrança, enquanto o outro ficava do outro lado do campo, para fazer a marcação do ponto onde a bola cruzaria a linha lateral. Cada estudante chutou 5 cobranças de escanteio, e calculou o ângulo e a distância que a bola percorreu.

No encontro seguinte, os estudantes receberam o seguinte desafio: *Galera, nosso amigo Théo quer fazer uma nova cobrança de pênalti, mas resolveu trocar o futebol de campo pelo futebol de salão. Neste caso, a goleira do futebol de salão mede 2 metros de altura por 3 de*

ISSN: 2526-8899

comprimento e há uma marca a 6 metros do ponto médio até a linha da goleira, para que seja feita a cobrança da falta chamada "pênalti."A cobrança da falta será sem a presença do goleiro, mas agora Théo irá chutar a bola em qualquer direção da goleira, e desta forma teremos que ajudá-lo a determinar 2 ângulos, um formado pela elevação da bola, e outro pelo deslocamento lateral que a mesma fará. Para facilitar o nosso trabalho, Théo dividiu a goleira em 24 partes iguais, e irá chamar cada uma delas de quadrante. O primeiro número indica a linha, e o segundo a coluna a qual pertence. A Figura 4 representa um modelo de goleira dividida em 24 quadrantes e cada quadrante é um quadrado de lado medindo 50 cm.

Figura 4 – Goleira dividida em quadrantes



Fonte: a autora

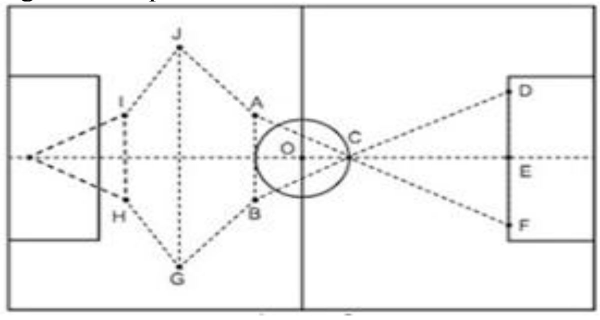
Para que a atividade desenvolvida ficasse mais próxima possível da realidade projetada, determinamos que a bola sempre entraria no centro de cada quadrante. Assim, foi solicitado que os estudantes determinassem o centro de cada quadrante, dando como exemplo que o ponto central do quadrante **A_{41}**, que se encontra a uma altura de 25 cm do chão e uma distância do centro da goleira de 125 cm. Baseado neste exemplo poderiam calcular os demais. Após calcularem os pontos centrais, foi solicitado que calculassem os ângulos formados pela bola chutada por Théo. Imaginando-se que a bola pudesse entrar em qualquer um dos quadrantes foi necessário calcular o ângulo de todos os quadrantes. Para cada quadrante 2 ângulos foram calculados, um referente a altura da bola, e outro referente ao deslocamento lateral da mesma.

Após essa atividade inicial, os estudantes retornaram a quadra da escola. Primeiramente, para verificar as medidas da goleira e a distância da marca de cobrança do pênalti até a goleira. Com a goleira já devidamente dividida em quadrantes, selecionamos um estudante para ser o "Juiz" e informar em qual quadrante cada estudante acertou a goleira. Cada um, após chutar a falta 5 vezes, calculou o ângulo formado pela trajetória da bola e o piso da quadra, e a distância percorrida pela mesma. Para efetuarem os cálculos utilizaram as razões trigonométricas e a tabela de razões trigonométricas.

ISSN: 2526-8899

Na sétima aula foi demonstrado para os estudantes que os esquemas táticos do futebol também utilizam a Trigonometria. No esquema tático, utilizado no futebol de campo conhecido como 4-3-3 (4 zagueiros, 3 jogadores de meio de campo e 3 atacantes) podem ser observados diversas figuras geométricas, como triângulos equiláteros, triângulos isósceles, trapézios, hexágonos e retângulos, assim como diversos ângulos. Utilizamos essas figuras geométricas e ângulos para demonstrarmos a Trigonometria nesse esquema, conforme Figura 5. Essas informações são importantes para a resolução da primeira questão.

Figura 5- Esquema tático



Fonte: http://www.vestiprovas.com.br/questao.php?questao=etec-sp-2011-1-28-matematica-geometria-plana-8835. Acesso em: 14 abr. 2019.

A primeira questão proposta aos estudantes foi a seguinte:

Questão1: O jogador da posição B chutou a bola para o jogador da posição C, e este para o jogador da posição D, sem interferência de outros jogadores. Qual foi a distância que a bola percorreu, em metros, saindo do jogador B até o jogador D?

Perguntas orientativas foram destinadas aos estudantes para facilitar a interpretação do problema. Conforme as perguntas foram sendo feitas, o desenvolvimento da questão foi ficando mais evidente.

No encontro seguinte, foi solicitado aos estudantes a elaboração do último Mapa Conceitual sobre Trigonometria.

Para a análise dos Mapas Conceituais, optou-se pela adoção da taxonomia topológica elaborada por Cañas et al. (2006) e Miller (2008). A Taxonomia Topológica expõe uma maneira de classificar e avaliar estruturalmente a heterogeneidade de Mapas Conceituais através do uso de parâmetros comuns que viabilizem a aferição de avanços no processo de construção de Mapas. Utilizando a Taxonomia, foi feito uma análise comparativa do resultado dos três Mapas Conceituais, o primeiro com uso exclusivo de subsunçores, o Mapa intermediário, com o

ISSN: 2526-8899

conhecimento das razões trigonométricas, e o Mapa final com o conhecimento aplicado na prática dos estudantes.

Resultados e Considerações finais

Na elaboração da UEPS utilizamos a estratégia de aprendizagem ativa de forma a envolver o estudante na construção do seu próprio conhecimento. Elaborou-se um ambiente reflexivo, prático e prazeroso de aprender. Considerando os subsunçores dos estudantes, foi demostrado a utilização da Trigonometria no futebol, fazendo com que os estudantes participassem dos exercícios propostos, de forma personalizada, pois cada estudante interagia com o exercício.

Porém evidenciou-se a dificuldade dos estudantes em interpretar questões simples, como exemplo, o raio de uma bola de futebol, ou ainda o uso de uma trena para medir a quadra de futebol da escola. Percebemos ainda que eles não estão acostumados a interpretar questões, recebendo-as sempre de forma resumida. Este modelo didático não estimula a participação de forma autônoma por parte dos estudantes. Também ceifa a criatividade ou ainda, muitas vezes, leva ao comportamento de espera por uma solução pronta advinda de algum colega que já tenha encaminhado a solução da questão.

Mesmo se tratando de Ensino Fundamental, percebe-se a deficiência de certos conteúdos estruturantes nos estudantes, conteúdos esses que serviriam como pré-requisitos para o estudo da Trigonometria. Os estudantes demostram dificuldades em interpretar conteúdos básicos, como exemplo, que a metade da bola de futebol é à medida do seu raio. Eles aprendem as fórmulas e as aplicam em problemas objetivos, propostos pelos professores, porém no momento que necessitam fazer uso desse conteúdo matemático em questões práticas, tem dificuldades na aplicabilidade.

Analisando os Mapas Conceituais, podemos perceber que o Mapa Conceitual intermediário revelou avanços em comparação aos primeiros resultados em Mapas. Mas avanços expressivos foram percebidos ao comparar o Mapa Conceitual intermediário ao final. Esta comparação nos forneceu dados que confirmam a aprendizagem dos estudantes.

Além dos Mapas Conceituais, outros indicadores mostraram que os estudantes haviam se apropriado dos conteúdos e da nova forma de estudos, pois falavam constantemente na satisfação das aulas práticas, do quanto estavam aprendendo daquela forma, e principalmente, do quanto é importante envolve-los nos conteúdos que a eles fossem ensinados. Valeu-nos

ISSN: 2526-8899

interpretar estes registros como a valorização positiva desta proposta e, outrossim, a evidência de que aplicações práticas no ensino, caracterizadas como UEPS, são soluções viáveis, efetivas e eficazes para o ensino da matemática, nos tópicos abordados.

Referências

AUSUBEL, D.P. **Aquisição e Retenção de Conhecimentos: Uma Perspectiva Cognitiva**. Lisboa: Paralelo Editora, 2003.

CAÑAS, A.J.; NOVAK, J.D.; MILLER, N.L.; COLLADO, C.; RODRÍGUEZ, M.; CONCEPCIÓN, M.; SANTANA, C.; PEÑA, L. **Confiabilidad de una taxonomia topológica para mapas conceptuales**. In: II International Conference on Concept Mapping, San José, Costa Rica, 2006.

CUNHA, M.I.S. **Bom professor e sua prática.** Campinas, SP: Papirus, 1989.

KOZELSKI, A.C. **Matemática: aprendizagem e dificuldades no contexto escolar**. Pato Branco: Imprebel, 2012.

MOREIRA, M. A. **Mapas conceituais e aprendizagem significativa.** São Paulo: Centauro, 2010.

MOREIRA, M.A.; BUCHWEITZ, B. **Novas estratégias de Ensino e aprendizagem: os mapas conceituais e o Vê epistemológico.** Lisboa: Plátano Edições Técnicas, 1993.

MILLER, N. L. **An exploration of computer-mediated skill acquisition in concept mapping by in-service Panamanian public elementary school teachers**. Doctoral Program on the Information and Knowledge Society, Universitat Oberta de Catalunya, 2008.

VASCONCELOS, M. B. F.; **A contextualização e o Ensino de Matemática: Um estudo de caso,** João Pessoa, PB: Dissertação, 2008.

ISSN: 2526-8899

A ABORDAGEM AO RACIOCÍNIO MATEMÁTICO EM DOCUMENTOS CURRICULARES BRASILEIROS: UMA BREVE ANÁLISE

Luís Felipe Gonçalves Carneiro[1]

Eliane Maria de Oliveira Araman[2]

Maria de Lurdes Serrazina[3]

Resumo

O desenvolvimento do raciocínio matemático na Educação Básica é uma importante questão para professores de Matemática e pesquisadores da área de Educação Matemática. No entanto, alguns estudos sugerem que o significado do termo raciocínio nem sempre é empregado com a precisão adequada, mesmo em documentos que tratam do currículo. Assim, nos propomos, nesse trabalho, a realizar uma análise a respeito do tratamento dado ao raciocínio matemático e do significado atribuído a ele em documentos curriculares brasileiros. Dessa forma, para dar suporte à nossa análise, realizamos uma discussão teórica a respeito do raciocínio matemático e dos processos a ele relacionados. Para a análise, optamos por focar em documentos que tratam do ensino de Matemática no Ensino Médio e selecionamos os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio e a Base Nacional Comum Curricular. A fim de atingir tais objetivos, realizamos uma busca pelos termos *raciocínio* e *raciocinar* nos documentos citados. Em seguida, apresentamos os resultados obtidos a partir da busca por esses termos, procurando interpretá-los à luz do aporte teórico discutido neste artigo. Com a análise que realizamos, compreendemos que os Parâmetros Curriculares Nacionais apresentam um significado pouco preciso do termo raciocínio, de acordo com as referências que buscamos para fundamentar este trabalho. A Base Nacional Comum Curricular, por sua vez, emprega o termo raciocínio com um significado mais preciso.

Palavras-chave: Raciocínio matemático; Raciocínio; PCN; BNCC.

Abstract

The development of the mathematical reasoning in basic education is an important issue for Mathematics teachers and researchers of the Mathematics Education area. However, some studies suggest that the meaning of the term reasoning not always taken with the appropriate precision, even in documents that deal with the curriculum. Thus, we propose in this article to accomplish an analysis of the treatment given to the mathematical reasoning and of the term reasoning in Brazilian curricular documents. Therefore, to support our analysis, we accomplished a theoretical discussion about the mathematical reasoning and the processes related. To the analysis, we choose to focus in documents that deal with the teaching of Mathematics in High School and we selected the Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (National Curricular Parameters for High School) and the Base Nacional Comum

[1] Filiação: Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Email: luiscarneiro@alunos.utfpr.edu.br
[2] Filiação: Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Email: elianearaman@utfpr.edu.br
[3] Filiação: Universidade de Lisboa. Email: lurdess@eselx.ipl.pt

ISSN: 2526-8899

Curricular (National Common Curricular Basis). In order to reach those goals, we made a search by the terms *raciocínio* (reasoning) and *raciocinar* (reason) at the cited documents. Then we show the results obtained from the search by these terms, seeking to read them in the light of the theoretical contribution debated in this article. With the analysis that we accomplished, we understand that the Parâmetros Curriculares Nacionais (National Curricular Parameters) presents a meaning inaccurate of the term reasoning, according the studies that we sought to justify this article. The Base Nacional Comum Curricular (National Common Curricula Basis), in its turn, uses the term reasoning with a more precise meaning.
Keywords: Mathematical reasoning; Reasoning; PCN; BNCC.

Introdução

De acordo com Mata-Pereira e Ponte (2018), um dos grandes desafios da Matemática escolar é desenvolver o raciocínio matemático dos alunos. No entanto, alguns autores concordam que o termo raciocínio, apesar de bastante comum em pesquisas da área de Educação Matemática, nem sempre é utilizado com um significado preciso (MATA-PEREIRA; PONTE, 2017). Jeannotte e Kieran (2017) identificam essa ocorrência mesmo em documentos curriculares internacionais.

Desse modo, definimos como objetivo neste trabalho identificar como os documentos curriculares oficiais nacionais abordam o raciocínio matemático e como utilizam o termo raciocínio. Optamos por analisar os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCN) e a parte que trata do Ensino Médio na Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Para fundamentar essa análise, realizamos uma discussão teórica sobre o raciocínio matemático, que apresentamos na seção seguinte.

O raciocínio matemático

O desenvolvimento do raciocínio matemático é tido por Ponte, Mata-Pereira e Henriques (2012) como um dos grandes objetivos do ensino da Matemática. Para tanto, é necessário, ainda que não suficiente, que o professor tenha um conhecimento sobre o raciocínio matemático para promovê-lo em sala de aula (MATA-PEREIRA; PONTE, 2018).

Contudo, apesar de haver consenso entre os pesquisadores sobre a importância do raciocínio matemático, o mesmo não ocorre em relação à caracterização do mesmo. “O raciocínio matemático é reconhecido como fundamental por numerosos autores, que sublinham uma variedade de aspectos” (PONTE; MATA-PEREIRA; HENRIQUES, 2012, p. 357). Azevedo (2009) também argumenta nesse sentido, dizendo que a importância do raciocínio

ISSN: 2526-8899

matemático é plenamente reconhecida, mas os autores variam no modo como se referem ao processo.

Jeannnote e Kieran (2017) comentam que, na comunidade de pesquisadores em Educação Matemática, o discurso sobre o raciocínio matemático consiste de múltiplas visões, que confrontam umas às outras. As autoras afirmam ainda que documentos curriculares, como o *Principles and Standards for school mathematics*, do NCTM[4], e o *Competencies in sciences, reading and mathematics: PISA 2006 evaluation framework*, da OCDE[5] têm o desenvolvimento do raciocínio matemático como um importante objetivo, mas o modo com que "é descrito nesses documentos tende a ser vago, não sistemático e até mesmo contraditório de um documento a outro" (JEANNOTTE; KIERAN, 2017, p. 2).

De acordo com Jeannotte e Kieran (2017), esse estado do raciocínio matemático na literatura dificulta comparações não apenas das diversas abordagens e caracterizações do raciocínio matemático, mas também dos resultados dos estudos sobre. Dessa forma, as autoras se propuseram a elaborar, a partir de pesquisas em trabalhos relacionados ao assunto, um modelo conceitual do raciocínio matemático para o ensino e aprendizagem de níveis primários e secundários.

A articulação dos elementos do raciocínio matemático encontrados nessa pesquisa levaram as autoras a:

> definir o raciocínio matemático como um processo de comunicação com outros ou consigo mesmo que permite inferir enunciados matemáticos a partir de outros enunciados matemáticos (JEANNOTTE; KIERAN, 2017, p. 7).

Jeannotte e Kieran (2017), por sua vez, identificaram também dois aspectos do raciocínio matemático: o aspecto estrutural e o aspecto de processo. As formas mais citadas do aspecto estrutural são a dedução, a indução e a abdução, enquanto no aspecto de processo Jeannotte e Kieran (2017) identificaram nove processos distintos que emergiram da literatura, dentre os quais estão generalizar, conjecturar, justificar, provar, entre outros.

Na visão de Mata-Pereira e Ponte (2018), a dedução se caracteriza por dois aspectos centrais: "(i) a certeza, que diz respeito à relação necessária entre as premissas e a conclusão e (ii) a irrefutabilidade das conclusões" (MATA-PEREIRA; PONTE, 2018, p. 782). O raciocínio

[4] *National Council of Teachers of Mathematics* (Conselho Nacional dos Professores de Matemática), organização de Educação Matemática atuante nos Estados Unidos e no Canadá.
[5] Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico, organização internacional que promove políticas para a melhora do bem-estar econômico e social.

ISSN: 2526-8899

dedutivo é “um raciocínio lógico, desenvolvido do geral para o particular, com conclusões necessárias e com um papel essencial na validação do conhecimento” (PONTE; MATA-PEREIRA; HENRIQUES, 2012, p. 358), sendo a parte fundamental da estrutura das demonstrações e, por isso, muito característico da Matemática.

O raciocínio indutivo, segundo Azevedo (2009), parte do particular para o geral caracterizado por um tipo de pensamento heurístico, ou seja, que busca novas descobertas. De acordo com Ponte, Mata-Pereira e Henriques (2012), é aquele por meio do qual se elaboram conjecturas a serem verificadas posteriormente. Diferentemente do raciocínio dedutivo, o indutivo não conduz necessariamente a conclusões válidas, é importante para a criação de novo conhecimento.

O raciocínio abdutivo é baseado em fatos para o quais se busca uma explicação, segundo Azevedo (2009). Para Mata-Pereira e Ponte (2018), consiste em hipóteses razoáveis sobre determinado fenômeno. O raciocínio abdutivo, assim como o indutivo, não conduz necessariamente a uma afirmação válida. Mata-Pereira e Ponte (2018) sustentam que raciocinar matematicamente não se limita apenas ao raciocínio lógico e dedutivo, mas envolve também processos intuitivos, formulação de ideias e validação de afirmações, ao contrário de alguns outros autores, para os quais o “raciocínio dedutivo é sinônimo de raciocínio matemático” (JEANNOTTE; KIERAN, 2017, p. 8).

Os raciocínios dedutivo, indutivo e abdutivo compõem o que Jeannotte e Kieran (2017) chamaram de aspecto estrutural do raciocínio matemático. Segundo as autoras, os aspectos estrutural e de processo são dois modos de olhar para o raciocínio matemático, mas eles se relacionam, já que as “estruturas são parte do aspecto de processo do raciocínio matemático e os processos contribuem para a construção dessas estruturas” (JEANNOTTE; KIERAN, 2017, p. 7).

No estudo que fizeram Jeannotte e Kieran (2017) evidenciaram as principais relações entre os aspectos estrutural e de processo. O raciocínio dedutivo, por exemplo, relaciona-se com os processos de justificação, prova e prova formal, diferença que discutiremos adiante. O raciocínio indutivo está ligado ao processo de generalização, enquanto o raciocínio abdutivo relaciona-se, principalmente, com os processos de generalizar e conjecturar. Dos nove processos identificados por Jeannotte e Kieran (2017) optamos por discutir brevemente os cinco acima mencionados. Os demais são identificar um padrão, comparar, classificar, validar e exemplificar.

ISSN: 2526-8899

Conjecturar, de acordo com Morais, Serrazina e Ponte (2018), é um processo que envolve desenvolver declarações sobre relações matemáticas, as conjecturas, que requerem investigações posteriores para a comprovação ou não de sua validade. Mata-Pereira e Ponte (2017) descrevem conjecturar como declarar algo que tem como objetivo ser verdade, mas que ainda não o é.

Mata-Pereira e Ponte (2017) entendem o processo de generalização como um modo particular de conjectura, que busca declarar que uma propriedade válida para certo conjunto de objetos continua válida para uma variedade mais ampla de objetos. Para os autores, as generalizações são “conjecturas com características próprias” (MATA-PEREIRA; PONTE, 2018, p. 783).

Justificar, por sua vez, é um processo que pode ser entendido como uma “razão suficiente para” (KILPATRICK; SWAFFORD; FINDEL apud MORAIS; SERRAZINA; PONTE, 2018). Segundo Lo, Grant e Flowers (2007), o propósito de uma justificativa é convencer o porquê de realizar uma série de procedimentos é um método válido para obter uma resposta. Morais, Serrazina e Ponte (2018) pontuam que é importante que os estudantes sejam conscientes da necessidade de se justificar e do que faz com que uma justificativa seja válida para que sejam capazes rejeitar afirmações baseadas na autoridade de um livro ou professor.

Mata-Pereira e Ponte (2017) trazem a ideia de que provar consiste em argumentar matematicamente, a partir de uma sequência de afirmações, contra ou a favor de um resultado matemático. Para que isso seja aceito como uma prova, a sequência de afirmações deve contar com um conjunto de declarações já aceitas. De acordo com Jeannotte e Kieran (2017), essas declarações devem ser apropriadas e acessíveis à classe. Além disso, as autoras enfatizam que a prova, do tipo não formal, não precisa ser estruturada dedutivamente a todo o momento. Esse processo de provar, segundo as pesquisadoras pode ser desenvolvido na escola básica.

Já a prova formal “pode ser diferenciada da prova essencialmente por seu rigor e formalismo” (JEANNOTTE; KIERAN, 2017, p. 13). Segundo Jeannotte e Kieran (2017), a prova é fundamentada em afirmação que são matematicamente verdadeiras, enquanto a prova formal deve sustentar-se em afirmações integradas à alguma teoria matemática.

Procedimentos metodológicos

Esta pesquisa apresenta caráter qualitativo (Bogdan; Biklen, 1994) e visa identificar como o raciocínio matemático é entendido nos documentos oficiais. Para isso, concentramos a análise nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e na Base Nacional Comum Curricular

ISSN: 2526-8899

(BNCC). Morais, Serrazina e Ponte (2018) entendem que o raciocínio matemático é importante na aprendizagem de Matemática em todos os níveis de ensino. No entanto, optamos por concentrar nossas buscas nos documentos ou em trechos desses documentos que tratam da etapa do Ensino Médio.

Dessa forma, analisamos o documento de Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias dos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (BRASIL, 2002), especificamente o trecho no qual se dá atenção à Matemática, e também o trecho da Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018) sobre a área de Matemática e suas Tecnologias na etapa do Ensino Médio.

Norteamos nossa análise a partir da busca pelos termos *raciocínio* e *raciocinar* nos documentos citados, procurando identificar de que modo e em quais contextos esses termos são empregados. Também buscamos interpretar o significado dado ao termo *raciocínio* nas buscas, visto que Jeannotte e Kieran (2017) chamam a atenção para o fato de que esse termo tem um significado pouco preciso em documentos oficiais.

Resultados

Discutiremos a seguir os resultados das buscas nos PCN (BRASIL, 2002) e na BNCC (BRASIL, 2018). Apresentaremos aqui, devido à limitação de espaço, a análise dos trechos que consideramos mais relevantes em que aparecem os termos *raciocínio* ou *raciocinar*.

Parâmetros Curriculares Nacionais

Nos PCN (BRASIL, 2002), encontramos nove menções aos termos *raciocínio* ou *raciocinar*. O documento trata de três grandes temas nos quais a parte de Matemática dos PCN do Ensino Médio está dividida: *álgebra: números e funções*, *geometria e medidas* e *análise de dados*. No primeiro tema, não foram encontradas menções aos termos *raciocínio* ou *raciocinar*. No tema *geometria e medidas*, foram encontradas três menções. Segue uma delas:

> Para alcançar um maior desenvolvimento do raciocínio lógico, é necessário que no ensino médio haja um aprofundamento dessas ideias [experimentação e deduções informais] no sentido de que o aluno possa conhecer um sistema dedutivo, analisando o significado de postulados e teoremas e o valor de uma demonstração para fatos que lhe são familiares (BRASIL, 2002, p. 124).

No terceiro tema mencionado, encontramos quatro menções ao termo *raciocínio*. Uma das habilidades propostas para o tema *análise de dados* no documento é:

ISSN: 2526-8899

> Identificar dados e relações envolvidas numa situação-problema que envolva o raciocínio combinatório, utilizando os processos de contagem (BRASIL, 2002, p. 127).

Ainda encontramos uma menção em uma seção intitulada estratégias para a ação:

> Ao se escolher a forma com a qual se vai trabalhar, deve-se reconhecer que os alunos precisam de tempo para desenvolver os conceitos relativos aos temas selecionados e, ainda, para desenvolver a capacidade de acompanhar encadeamentos lógicos de raciocínio e comunicar-se matematicamente; por isso é essencial o contato repetido com as diferentes ideias, em diferentes contextos, ao longo do ano e de ano para ano (BRASIL, 2002, p. 130).

Ao buscar pelos termos *raciocínio* e *raciocinar* nos PCN (BRASIL, 2002), encontramos também os termos raciocínio lógico e raciocínio combinatório, mas não o termo raciocínio matemático. Na citação que encontramos na página 124, é destacada em Brasil (2002) a importância do desenvolvimento do raciocínio lógico para que os alunos se familiarizem com o sistema dedutivo de uma demonstração matemática.

Notamos que, nesse ponto, há convergência com os referenciais teóricos sobre o tema, já que Ponte, Mata-Pereira e Henriques (2012) entendem a dedução como "um raciocínio lógico, desenvolvido do geral para o particular" (PONTE; MATA-PEREIRA; HENRIQUES, 2012, p. 358). Além disso, é afirmado em Brasil (2002), que se deve levar em conta a "experimentação e deduções informais" (BRASIL, 2002, p. 123), o que está de acordo com a concepção de prova não formal Jeannotte e Kieran (2017), que a entendem como um processo que não precisa ser estruturado de forma dedutiva sempre.

Entretanto, além do exemplo citado, não encontramos outras convergências com o referencial teórico estudado ou muitos indícios de que o termo raciocínio tem um significado bem definido em Brasil (2002), fato que corrobora a afirmação de Jeannotte e Kieran (2017), de que o termo raciocínio tem um termo vago em documentos curriculares.

Base Nacional Comum Curricular

Com relação à BNCC (BRASIL, 2018), analisamos somente a parte destinada à Matemática na etapa do Ensino Médio, na qual encontramos dez menções aos termos *raciocínio* ou *raciocinar*. Uma das primeiras menções ao termo *raciocínio* é a seguinte:

> Assim, para o desenvolvimento de competências que envolvem raciocinar, é necessário que os estudantes possam, em interação com seus colegas e professores, investigar, explicar e justificar as soluções apresentadas para os problemas, com ênfase nos processos de argumentação matemática. Embora todos esses processos pressuponham o raciocínio matemático, em

ISSN: 2526-8899

> muitas situações são também mobilizadas habilidades relativas à representação e à comunicação para expressar as generalizações, bem como à construção de uma argumentação consistente para justificar o raciocínio utilizado (BRASIL, 2018, p. 529).

Notamos, a partir dessa situação, que em Brasil (2018) o termo raciocínio aparece com um significado mais bem definido. Fica claro que é considerado em Brasil (2018) que investigar, explicar, justificar e generalizar são processos do raciocínio matemático. Essa concepção está de acordo com a ideia de aspecto de processo identificado por Jeannotte e Kieran (2017), no qual o raciocínio matemático é composto por até nove processos, como justificar, conjecturar, generalizar, entre outros.

Outro trecho que destacamos é o seguinte:

> Cabe ainda destacar que o uso de tecnologias possibilita aos estudantes alternativas de experiências variadas e facilitadoras de aprendizagens que reforçam a capacidade de raciocinar logicamente, formular e testar conjecturas, avaliar e validar a validade de raciocínios e construir argumentações (BRASIL, 2002, p. 536).

Destacamos também a ênfase dada em Brasil (2018) para a importância de formular e testar conjecturas, que Jeannotte e Kieran (2017), bem como outros autores consideram um importante processo do raciocínio matemático. Ponte, Mata-Pereira e Henriques (2012) afirmam que para o desenvolvimento do raciocínio indutivo e dedutivo, é importante o espaço para conjecturas dos alunos.

Por fim, destacamos o seguinte trecho da BNCC (BRASIL, 2018):

> é indispensável que os estudantes experimentem e interiorizem o caráter distintivo da Matemática como ciência, ou seja, a natureza do raciocínio hipotético-dedutivo, em contraposição ao raciocínio hipotético-indutivo, característica preponderante de outras ciências (BRASIL, 2018, p. 540).

Ponte, Mata-Pereira e Henriques (2012) afirmam que o raciocínio dedutivo está relacionado com as demonstrações, ocupando assim um lugar fundamental na caracterização da Matemática. Segundo os autores, é um raciocínio que parte do geral ao particular e que confere certeza às suas conclusões, ao contrário do raciocínio indutivo, que faz conclusão a partir de observações particulares. Dessa forma, é destacada em Brasil (2018) a importância de se compreender a característica da Matemática de uma ciência que produz verdades absolutas a partir do raciocínio dedutivo.

Considerações finais

ISSN: 2526-8899

Concluindo, compreendemos que o termo raciocínio tem um significado impreciso nos PCN (BRASIL, 2002), mesmo que o documento esteja em conformidade com os referenciais teóricos que apresentamos em alguns aspectos, como na importância do reconhecimento da validade de uma demonstração matemática. De modo geral, entendemos que o raciocínio é empregado em Brasil (2002) com um significado “próximo ou sinônimo a pensamento” (MATA-PEREIRA; PONTE, 2017, p. 2).

Já na BNCC (BRASIL, 2018), percebemos o uso do termo racional com um significado mais preciso do que em Brasil (2002). Na BNCC (BRASIL, 2018) identificamos o termo *raciocínio matemático*, que não aparece nos PCN (BRASIL, 2002). Além disso, observamos que o termo raciocínio geralmente aparece acompanhado de outros como conjecturar e justificar. Vemos, também, em Brasil (2018), uma compreensão do raciocínio matemático como um conjunto de processos, semelhante ao aspecto de processo do raciocínio matemático identificado na pesquisa de Jeannotte e Kieran (2017).

Verificamos que o termo raciocínio nem sempre é empregado com um raciocínio preciso em pesquisas e em documentos curriculares. Contudo, há tentativas de conceitualização, tais como o trabalho de Jeannote e Kieran (2017). Além disso, o termo raciocínio é empregado com significado mais preciso na BNCC (BRASIL, 2018) do que nos PCN (BRASIL, 2002). Pensamos que um dos motivos prováveis para essa mudança na compreensão do raciocínio nos documentos oficiais se deva à intensificação das pesquisas realizadas no período entre os anos de 2002, quando são publicados os PCN (BRASIL, 2002), e de 2018, quando a versão final da BNCC (BRASIL, 2018) é publicada.

Agradecimentos

Agradecemos à Capes pelo apoio recebido na realização desta pesquisa, por meio do Programa PVEX (Programa de Professor Visitante no Exterior)/Processo nº 88881.170306/2018-01.

Referências

AZEVEDO, Amanda B. G. **O desenvolvimento do raciocínio matemático na aprendizagem de funções:** uma experiência com alunos do Ensino Secundário. 2009. 194 f. Dissertação (Mestrado em Educação, especialização Didática da Matemática) – Universidade de Lisboa. Lisboa, 2009.

BOGDAN, Robert C.; BIKLEN, Sari K. **Investigação qualitativa em educação**. Porto: Porto Editora, 1994.

ISSN: 2526-8899

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC, 2002.

JEANNOTTE, Doris; KIERAN, Carolyn. A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. **Educational Studies in Mathematics**, v. 96, n. 1, 2017.

LO, Jane-Jane, GRANT, Theresa J.; FLOWERS, Judith. Challenges in deepening prospective teachers' understanding of multiplication through justification. **Journal of Mathematics Teacher Education**, v. 11, n. 1, 2008.

MATA-PEREIRA, Joana; PONTE, João P. Enhancing students' mathematical reasoning in the classroom: teacher actions facilitating generalization and justification. **Educational Studies in Mathematics**, v. 96, n. 2, 2017**.**

MATA-PEREIRA, Joana; PONTE, João P. Promover o Raciocínio Matemático dos Alunos: uma investigação baseada em design. **Bolema**, v. 32, n. 62, 2018.

MORAIS, Cristina; SERRAZINA, Lurdes; PONTE, João P. Mathematical Reasoning Fostered (Fostering) Transformations os Rational Numbers Representtions. **Acta Scientiae**, v. 20, n. 4, 2018.

PONTE, João P.; MATA-PEREIRA, Joana; HENRIQUES, Ana. O raciocínio matemático nos alunos do Ensino Básico e do Ensino Superior. **Práxis Educativa**, v. 7, n. 2, 2012.

ISSN: 2526-8899

ESTUDO DE FUNÇÕES SOB A PERSPECTIVA DA TEORIA DA REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Franciele Taís de Oliveira[1]

Sandra Maria Tieppo[2]

Resumo

O presente estudo apresenta elementos da Teoria da Representação Semiótica de Duval (1999), com o objetivo de analisar os tipos de registros mobilizados por alunos do Curso de Licenciatura em Ciências Exatas ao resolverem questões discursivas de matemática relacionadas com o conceito de função de 1º e 2º grau. Para isso, elaboramos um instrumento composto por questões discursivas que permitisse aos estudantes apresentar os diversos tipos de Registros de Representação Semiótica. Verificou-se que os alunos tiveram menos dificuldade em converter os registros apresentados em linguagem natural para a representação gráfica, dado ao número de acertos desta questão e também os tratamentos utilizados na resolução do exercício. Observou-se que converter funções representadas na forma de tabela ou gráfico para a linguagem simbólica (algébrica) ainda é um grande desafio para estes alunos.

Palavras-chave: Educação Matemática; Registros de Representação Semiótica; Funções.

Abstract

The present study presents elements of Duval's Theory of Semiotic Representation (1999), with the objective of analyzing the types of records mobilized by students of the Licenciatura Course in Exact Sciences by solving discursive mathematical issues related to the concept of 1st and 2nd degree. For this, we developed an instrument composed of discursive questions that allowed students to present the various types of Semiotic Representation Records. It was verified that the students had less difficulty in converting the records presented in natural language for the graphical representation, given the number of correct answers of this question and also the treatments used in the resolution of the exercise. It has been observed that to convert functions represented in table or graph form to symbolic (algebraic) language is still a great challenge for these students.

Keywords: Mathematical Education; Registers of Semiotic Representation; Functions.

Introdução

[1] Mestre em Educação Matemática, UNESP. Email: francieleoliveiira@hotmail.com.
[2] Mestre em Ciência da Computação e Matemática Computacional, USP. Docente do Curso de Licenciatura em Ciências Exatas, UFPR Email: smtieppo@gmail.com

ISSN: 2526-8899

Etimologicamente, a palavra semiótica "[…] vem da raiz grega *"seme"*, como em *semeiotikos*, intérprete de signos. Já signo, deriva do latim *signum*, que vem do grego *secnom*, que significa "cortar", "extrair uma parte de"[…]" (FERNANDES, 2011, p. 163). Embora seja um trabalho complexo e arriscado definir a semiótica em poucas palavras, sobretudo por se tratar de um campo do conhecimento, Santaella (2002) a aponta como a "ciência dos signos", sendo neste contexto, signo, entendido como linguagem.

Neste sentido, ampliando a definição, a semiótica pode ser entendida, como a "[...] ciência que tem por objeto de investigação todas as linguagens possíveis, ou seja, que tem por objetivo o exame dos modos de constituição de todo e qualquer fenômeno como fenômeno de produção de significado e sentido" (SANTAELLA, 2002, p. 13). Conhecer as raízes e compreender o significado da palavra semiótica se faz necessário devido a escolha em trabalhar com a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, segundo Duval, como fundamentação teórica para analisar as dificuldades apresentadas por um grupo de alunos acerca do conceito de função.

Tendo em vista que a necessidade em "[…] propor situações em que os alunos possam investigar padrões, tanto em sucessões numéricas como em representações geométricas e identificar suas estruturas, construindo a linguagem algébrica para descrevê-los simbolicamente" (BRASIL, 1998, p. 117), este trabalho busca analisar os registros de representação semiótica mobilizados por alunos do Curso de Licenciatura em Ciências Exatas ao resolverem questões discursivas de matemática relacionadas com o conceito de função de 1º e 2º grau. Além disso, identificar as conversões e os tratamentos bem como as dificuldades apresentadas nos tratamentos e conversões de registros de representação semiótica.

Referencial Teórico

Os objetos matemáticos possuem uma característica que os difere das demais áreas do conhecimento, pois não são visíveis, nem observáveis, isto é, possuem uma natureza abstrata, necessitando assim de uma representação para que torne possível sua visibilidade. Isso diferencia a matemática de outras ciências como a Física, Química e Biologia, nas quais os objetos de estudo podem ser analisados e manipulados em experiências laboratoriais. Além disso, "O que se observa, de forma geral, é a confusão da *representação do objeto matemático com o próprio objeto matemático* […]" (DAMM, 2010, p. 168), tornando fundamental essa distinção para a compreensão da Matemática.

ISSN: 2526-8899

Nesse sentido, é que os Registros de Representações Semióticas, de Duval, vem auxiliar a maneira como compreendemos e apresentamos a Matemática dentro de suas especificidades, tendo em vista que "[...] a representação é […] a Forma sob a qual uma informação pode ser descrita e levada em conta em um sistema de tratamento. […] trata-se, de uma "ação de codificar as informações""(DUVAL, 1995, p. 2 *apud* DAMM, 2010, p. 172).

As representações semióticas,

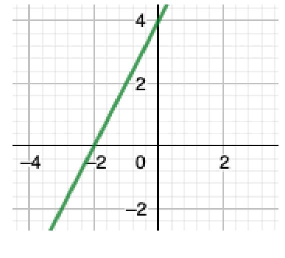
> […] são relativas a um sistema particular de signos, linguagem natural, língua formal, escrita algébrica ou gráficos cartesianos, figuras, de um objeto matemático […]. De onde a diversidade de representações para um mesmo objeto representado ou ainda a dualidade das representações semióticas: *forma* (o representante) e c*onteúdo* (o representado) DUVAL, 1995, p. 3 *apud* DAMM, 2010, p. 173).

De acordo com Almouloud (2007), a noção de registros, possibilita ao professor uma maneira mais acessível de tornar a matemática compreensível, já que "[…] permite considerar a importância da mudança de registros e considerar a necessidade de uma coordenação de registros […]". (ALMOULOUD, 2007, p. 72).

É importante ressaltar, que para Duval (2003), a apreensão dos conceitos matemáticos acontece mediante a mobilização de pelo menos dois registros de representação de um mesmo objeto matemático, mas "[…] quanto maior for a mobilidade com registros de representação diferentes do mesmo objeto matemático, maior será a possibilidade de apreensão desse objeto." (DAMM, 2010, p. 177)

Quanto ao estudo de funções, percebemos que elas podem ser representadas por uma sentença matemática, com uma ou mais variáveis, por meio de um gráfico, usando a linguagem natural, dentre outras formas, conforme pode ser observado no Quadro 1.

Quadro 1: Diferentes formas de representação de função.

<table>
<tr>
<td>Para calcular o total a ser pago numa "corrida" de táxi, há um aparelho chamado taxímetro. Esse aparelho realiza a cobrança da seguinte maneira: há um valor fixo de R$ 4,00 (bandeirada) e mais um acréscimo de R$ 2,00 por quilômetro rodado.</td>
<td>
<table>
<tr><th>Entrada (x)</th><th>Saída (y)</th></tr>
<tr><td>1</td><td>6</td></tr>
<tr><td>2</td><td>8</td></tr>
<tr><td>3</td><td>10</td></tr>
<tr><td>4</td><td>12</td></tr>
<tr><td>5</td><td></td></tr>
</table>
</td>
<td>$f(x) = 2x + 4$</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

Fonte: Autoras.

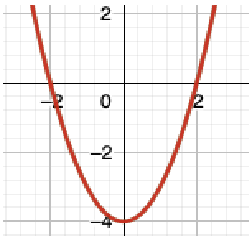
A variedade de representações para um mesmo objeto matemático aponta para a possibilidade de transformação entre as representações, sendo assim necessário distinguir e

ISSN: 2526-8899

exemplificar os dois tipos de transformações das representações semióticas: o tratamento e a conversão.

De acordo com Almouloud (2007), ao citar Duval (1999), o tratamento consiste na "transformação de uma representação em uma outra do mesmo registro, isto é, uma transformação estritamente interna a um registro" (p. 72), já a conversão "[…] é a transformação de uma representação de um registro D em um outra representação de um registro A, conservando, pelo menos, a referência ao mesmo objeto ou a mesma situação apresentada, mas mudando, de fato, o conteúdo da representação". No caso de funções, é apresentado no Quadro 2 exemplos de tratamento e conversão.

Quadro 2: Exemplo de tratamento e conversão, para funções.

TRATAMENTO	CONVERSÃO
"Se estabelece "dentro" do registro" (DAMM, 2010, p. 180)	"Se dá entre registros diferentes" (DAMM, 2010, p. 180)
$f(x) = (x - 2)(x + 2)$ $f(x) = x^2 - 4$	$f(x) = x^2 - 4$ 

Fonte: Autoras.

De acordo com Damm (2010) é necessário um cuidado para não confundir a conversão com a ação de codificar e interpretar. "A interpretação requer uma mudança de quadro teórico ou modificação de contexto, não implicando mudança de registro. A ação de codificar é a transição de uma representação em um outro sistema semiótico, diferente daquele onde ela é dada" (DAMM, 2010, p.181).

Além da distinção entre as transformações possíveis nas representações de um objeto matemático, há também variações no tratamento e na conversão, sendo que cada um comporta dois tipos. Existem tratamentos que podem se tornar algoritmos "[…], como aqueles que o

ISSN: 2526-8899

ensino da matemática tende a privilegiar" (ALMOULOUD, 2007, p. 74), que por vezes acabam reduzindo a matemática a um jogo de regras e uma mecanização dos conceitos. Em contrapartida, há os tratamentos que não se reduzem a algoritmos, sendo eles figurais, visuais, representados por imagens, esquemas, entre outros.

Diante das possibilidades de representação, observamos a importância de proporcionar aos alunos atividades que dê condições de compreensão de que um conceito matemático funciona em vários registros, e saber identificá-lo e modificá-lo é essencial para a aprendizagem matemática.

Encaminhamento metodológico

No intuito de atingir os objetivos da investigação, optou-se pela abordagem qualitativa de pesquisa, pois suas características essenciais, apontadas por Lincoln e Guba (1985) e Bogdan e Biklen (1999), tais como: descrição detalhada de fenômenos ou comportamentos, imersão do pesquisador no contexto, interesse maior pelo processo do que pelos resultados ou produtos, análise dos dados de forma indutiva, estão em consonância com o problema de pesquisa. Além disso,[...] a preocupação do pesquisador, nesta abordagem, não é com a representatividade numérica do grupo pesquisado, mas com o aprofundamento da compreensão de um grupo social, de uma organização, de uma instituição, de uma trajetória, etc. (GOLDENBERG, 2011, p. 14).

Na produção dos dados utilizamos uma atividade escrita, composta de cinco questões discursivas, sendo que duas destas tinham dois itens para serem respondidos e as demais apenas um. Essas questões abordavam o conceito de função e suas diferentes representações e ao resolvê-las o aluno deveria interpretar o enunciado e mobilizar os registros necessários.

A atividade foi aplicada no segundo semestre de 2018, em uma turma de terceiro período do curso de Licenciatura em Ciências Exatas em uma universidade pública do Paraná e respondido por sete alunos. Este pequeno número de estudantes, deve-se ao fato de que o curso é novo, na instituição, e ao número de desistentes, no fim de semestre.

Com os dados em mãos, iniciamos a busca por uma compreensão desses materiais, bem como uma maneira de interpretá-los e apresentá-los, sendo este "[…] um processo trabalhoso e meticuloso que implica múltiplas leituras do material disponível, tentando nele buscar unidades de significados ou, então, padrões e regularidades para, depois, agrupá-los em categorias." (FIORENTINI; LORENZATO, 2009, p. 134)

ISSN: 2526-8899

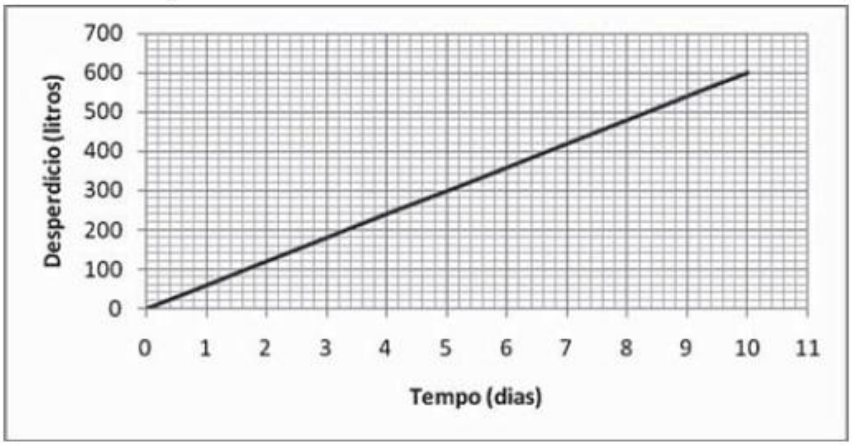
Resultados

As atividades propostas foram aplicadas em um período de duas horas aula, com 50 minutos cada. Os alunos foram informados que se tratava de uma atividade de pesquisa, e que por isso envolvia conteúdos que foram contemplados no ensino básico e não no ensino superior. Todos os estudantes ficaram livres para participar ou não deste momento, já que em fim de semestre todos estão muito atarefados e preocupados com as avaliações finais.

Para facilitar a compreensão da análise dos resultados, será transcrita cada uma das questões estudadas, seguida da análise das soluções apresentadas pelos estudantes, e pela limitação de espaço apresentaremos as análises apenas de duas questões, bem como o quadro 3 para a primeira questão e o quadro 4 para a segunda questão,

Quadro 3: Questão 2, aplicada aos alunos.

Questão 2: (ENEM) Uma torneira gotejando diariamente é responsável por grandes desperdícios de água. Observe o gráfico que indica o desperdício de uma torneira:



*Se **y** representa o desperdício de água, em litros, e **x** representa o tempo, em dias, qual é a expressão (*y = ax + b*) que representa a relação entre* x *e* y*?*

Fonte: as autoras.

Neste exercício a proposta é fazer a conversão entre o registro de representação gráfica e a forma algébrica. Apenas um dos alunos obteve a resposta correta e para isso fez uso de sistema de equações, utilizando dois pontos do gráfico. Ele não percebeu que o gráfico de reta, intercepta o eixo y na origem e portanto o coeficiente linear é zero. A conversão do registro gráfico para o algébrico aparece quando o estudante usa coordenadas dos pontos, mesmo sem escrevê-los na forma de par ordenando.

ISSN: 2526-8899

Outro aluno não conseguiu concluir o exercício, por não fazer uma leitura adequada dos pontos do gráfico e, mesmo obtendo pontos com coordenadas diferentes das representadas no gráfico, não soube o que fazer com estes pontos. Para exemplificar, o aluno usou o par ordenado (2, 100) no lugar de (2, 120) e (7, 400) ao invés de (7, 420). Observa-se neste caso que houve a conversão de registros de representação do gráfico para pares ordenados, mesmo que incorretamente.

Importante observar que nem todas as questões foram resolvidas por todos os alunos. A questão 2, por exemplo, foi resolvida por apenas dois alunos.

Quadro 4: Questão 4, aplicada aos alunos.

Questão 4: (FGV/SP) Como consequência da construção de futura estação do metrô, estima-se que uma casa que hoje vale R$ 280.000,00 tenha um crescimento linear com o tempo (isto é, o gráfico do valor do imóvel em função do tempo é uma reta), de modo que a estimativa de seu valor daqui a 3 anos seja R$ 325.000,00. Nessas condições: *a) Qual será o valor estimado dessa casa daqui a 4 anos e 5 meses?* *b) Esboce o gráfico que represente a situação do problema.*

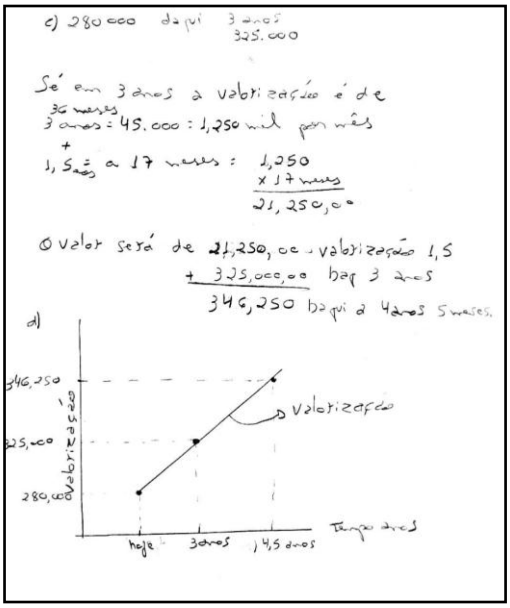
Fonte: as autoras.

Dentre as questões da atividade aplicada, esta apresentou os melhores resultados. Foi resolvida por quatro alunos, sendo que todos eles fizeram o gráfico com as informações relativas a função a ser estudada. Usaram corretamente a conversão da representação em linguagem natural para o gráfico. Em todas as respostas os estudantes chegaram a conclusão de que a valorização do imóvel seria de R$ 1.250,00 por mês.

Na resolução apresentada na Figura 1, percebe-se o uso de diferentes tratamentos para os dados, bem como o registro das conversões.

Figura 1: Resolução da questão, apresentada por um dos alunos.

ISSN: 2526-8899



Fonte: Dados da pesquisa.

De modo geral, observa-se, que os alunos têm menos dificuldade ao fazer a conversão da linguagem natural para a notação algébrica, o que pode ser observado na Questão 4. A forma de resolução dos alunos, transmite a impressão de um certo conforto ao trabalhar com exercícios como estes, inclusive foi neste exercício que os alunos mais escreveram. Isso nos leva a uma pergunta: seriam estas as formas de registro mais utilizadas por estes alunos no Ensino Médio?

A última questão teve o menor número de respondentes, o que nos leva a conjecturar que deve-se ao fato de ser o último exercício ou talvez a maior dificuldade entre a relação dos dois tipos de registros, a representação gráfica e simbólica (algébrica).

Considerações finais

Se lançarmos um olhar atento às Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais, observaremos que o documento determina elementos que, implicitamente, pressupõem a Teoria das Representações Semióticas.

> Ler e interpretar dados ou informações apresentados em diferentes linguagens e representações como tabelas, gráficos, esquemas, diagramas, árvores de possibilidades, fórmulas, equações ou representações geométricas. Traduzir uma situação dada em determinada linguagem para outra, por exemplo, transformar situações dadas em linguagem discursiva em esquemas, tabelas, gráficos, desenhos, fórmulas ou equações matemáticas e vice-versa, assim como transformar as linguagens mais específicas umas nas outras, como tabelas em gráficos ou equações. Selecionar diferentes formas para representar

ISSN: 2526-8899

> um dado ou conjunto de dados e informações reconhecendo as vantagens e limites de cada uma delas, por exemplo, escolher entre uma equação, uma tabela ou um gráfico para representar uma dada variação ao longo do tempo, como a distribuição do consumo de energia elétrica em uma residência ou a classificação de equipes em um campeonato esportivo. (BRASIL, 2002, p. 114)

De acordo com estes documentos, pressupõem-se que por se tratar de um parâmetro da Educação Básica, mais especificamente do Ensino Médio o estudo de funções e seus mais diversos registros, como linguagem natural, gráfica, figural, algébrica e tabela estejam contempladas.

Nas atividades desenvolvidas para esta pesquisa observou-se que os alunos compreendem alguns destes registros e suas conversões, especialmente quando se trata da conversão da linguagem natural para o gráfico. Porém outras, como a representação de funções escritas em forma de tabela e gráfico, com o posterior registro na forma simbólica (algébrica) e vice-versa, apresentaram mais dificuldades. A impressão que tem-se é que os estudantes ainda não compreendem totalmente o conceito de função de 1º e 2º graus, mesmo estando em um curso superior da grande área de Ciências Exatas.

As análises dos resultados apresentados, no desenvolvimento das questões, poderiam nos levar a outros estudos, mais aprofundados, da forma como estas diferentes representações aparecem em sala de aula. Uma forma de se fazer isso é analisando cadernos / anotações de alunos em diversos colégios. Assim, teríamos mais argumentos para afirmar ou refutar o fato de que estas diferentes formas de notação não aparecem, de forma bem distribuída, no ensino básico.

Referências

ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da didática da matemática.** Curitiba: UFPR, 2007.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Ministério da Educação. Secretaria de Educação. Brasília, 1998.

______. Ministério de Educação (MEC). Secretaria de Educação Média e Tecnológica (Semtec). **PCN + Ensino Médio: Orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais – Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias.** Brasília: MEC/Semtec, 2002.

______. Guia de Livros Didáticos PNLD 2015. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. Brasília, 2015.

ISSN: 2526-8899

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação Qualitativa em Educação:** uma introdução à teoria e aos métodos. Portugal: Porto Editora, 1999.

DAMM, R. F. Registros de Representação. In: MACHADO, S. D. A. et al. Educação Matemática: uma introdução. São Paulo: EDUC, 2010, p.167-188.

DUVAL, R. **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática**. *In:* MACHADO, S. (Org). Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótic*a*. Campinas: 2003, p.11-33.

______. ***Semiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels***. Peter Lang, 1995.

______. **Registros de Representação Semiótica e Funcionamento Cognitivo do pensamento**. Revemat. Florianópolis, v. 07, n. 2, p.266-297, 2012.

______. **Registros de representação semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática,** IN: Machado, Silvia Dias Alcântara (org.)Aprendizagem da compreensão em matemática: registros de representação semiótica, Campinas, São Paulo, Papirus, p. 11-33, 2ª Ed, 2005.

DUVAL, R.; FREITAS, J. L. M.; REZENDE, V. Entrevista: **Raymond Duval e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica**. Revista Paranaense de Educação Matemática, v. 2, p. 10-34, 2013.

FERNANDES, J. D. C. **Introdução à semiótica.** In: ALDRIGUE, A. C. S. e LEITE, J. E. R. **Linguagens:** usos e reflexões. Vol. 8, João Pessoa: UFPB Virtual, 2011. p. 161-185.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. *Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos*. 3ª. ed. Campinas: Autores Associados, 2009.

GOLDENBERG, M. *A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em ciências sociais*. 12ª. ed. Rio de Janeiro: Record, 2011.

LINCOLN, Y. S.; GUBA, E. G. *Naturalistic Inquiry*. New York: Sage Publications, 1985.

SANTAELLA, Lúcia. Matrizes da linguagem e pensamento: sonora, visual, verbal. São Paulo: Iluminuras/FAPESP, 2002.

ISSN: 2526-8899

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: UMA DISCUSSÃO ACERCA DA AUTOEFICÁCIA DOS ESTUDANTES DO ENSINO MÉDIO NO CONTEXTO DAS OFICINAS DE APRENDIZAGEM

Eduardo Cardoso de Souza[1]

Armando Paulo da Silva[2]

Anália Maria Dias de Gois[3]

Rosemeiry de Castro Prado[4]

Resumo

Durante as aulas de Psicologia da Educação Matemática, do Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência, da Unesp de Bauru, São Paulo, Brasil, alguns pontos acerca do ensino de Matemática e da Psicologia da Educação Matemática foram despertados e alavancados de modo a (re)pensar questões que permeiam a aprendizagem da disciplina. O propósito deste texto é realizar discussões acerca da aprendizagem matemática, num viés analítico do campo da Psicologia da Educação Matemática, sobre a autoeficácia dos estudantes do Ensino Médio diante de problemas matemáticos contendo dados supérfluos, tendo como sujeitos, alunos de uma escola que trabalha com classes interseriadas, na qual o conteúdo escolar é abordado de forma transdisciplinar no transcorrer das propostas sugeridas pelas oficinas de aprendizagem. Procurou-se responder ao longo da discussão como a dinâmica dessa metodologia contribui para a autoeficácia dos alunos. Foi possível tratar de outras questões que permeiam o processo de resolução de problemas, como a interpretação do enunciado. Apesar da maioria dos alunos apresentarem dificuldades de natureza conceitual, percebe-se que outros fatores também proporcionaram entraves na resolução dos problemas, como os de ordem emocional. Os dados também mostraram dificuldades dos estudantes na interpretação dos problemas, ocasionada pelos dados supérfluos inseridos intencionalmente no contexto dos desafios.

Palavras-chave: Psicologia da Educação Matemática; Oficinas de Aprendizagem; Resolução de Problemas.

Abstract

During the classes in Mathematics Education Psychology, from the Graduate Program in Education for Science, from Unesp of Bauru, São Paulo, Brazil, some points about the teaching of Mathematics and the Psychology of Mathematics Education were awakened and leveraged to (re) think questions that permeate the learning of the discipline. The purpose of this text is to conduct discussions about mathematical learning in an analytical bias in the field of Psychology of Mathematical Education, on the self-efficacy of high school students in the face of mathematical problems containing superfluous data, having students from a school that works with interdisciplinary classes, in which the school content is approached in a transdisciplinary

[1] Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho. eduardo.cardoso@unesp.br
[2] Universidade Tecnológica Federal do Paraná. armando@utfpr.edu.br
[3] Universidade Estadual do Norte do Paraná. analiamariagoes@uenp.edu.br
[4] Faculdade de Tecnologia de Ourinhos. rose.prado@fatecourinhos.edu.br

ISSN: 2526-8899

way in the course of the proposals suggested by the learning workshops. It was tried to answer during the discussion how the dynamics of this methodology contributes to the students' self-efficacy. It was possible to address other issues that permeate the problem solving process, such as the interpretation of the statement. Although the majority of the students present difficulties of a conceptual nature, it is noticed that other factors also provided obstacles in the resolution of problems, such as those of an emotional nature. The data also showed students' difficulties in interpreting problems, caused by superfluous data inserted intentionally in the context of the challenges.

Keywords: Psychology of Mathematics Education; Learning Workshops; Troubleshooting.

Introdução

A investigação em Educação Matemática tem se fundamentado, em inúmeras vezes, na compreensão da psicologia educacional. Fazer uma pesquisa em Educação Matemática é compreender pressupostos e teorias que estão vinculadas à Psicologia Educacional, mas é também compreender que existem particularidades que dizem respeito ao pensamento matemático, gerando, desse modo, ora uma aproximação entre as áreas, ora um afastamento entre a Psicologia Educacional e a Educação Matemática.

De acordo com Santrock (2009, p. 2), “a Psicologia da Educação é o ramo da psicologia dedicado à compreensão do ensino e da aprendizagem em ambientes educacionais”, o que pode proporcionar contribuições para o desenvolvimento da Psicologia da Educação Matemática.

Assim, a Psicologia da Educação Matemática (PEM) se dedica ao estudo da interação entre a Matemática e o pensamento humano, tornando-se uma área interdisciplinar preocupada em desenvolver pesquisas e com o objetivo de compreender os processos de aprendizagem e do ensino da Matemática, analisados a partir de referenciais teóricos da Psicologia (BRITO, 2005).

De outro modo, a PEM pode ser entendida como uma área de pesquisa que envolve a Psicologia, a Educação e a Matemática. O objetivo da PEM é estudar o ensino e a aprendizagem da Matemática, bem como os demais fatores cognitivos e afetivos pertinentes a essa disciplina e, o avanço da PEM está relacionado aos avanços na Psicologia do ensino e no desenvolvimento das teorias cognitivas de aprendizagem. Trata-se de uma subárea da educação onde vários outros campos contribuem com base no conhecimento acumulado pela Psicologia (Pedagogia, Psicologia, Matemática, Filosofia, etc), possibilitando uma interdisciplinaridade entre estes e, à medida que esta interação se fortalece, agregações são possibilitadas e fortificadas nas pesquisas realizadas em Psicologia da Educação Matemática.

ISSN: 2526-8899

Destarte, além de alavancar alguns aspectos sobre a Educação Matemática, este trabalho também propõe apresentar uma pesquisa que envolveu alguns conteúdos da matemática e a autoeficácia[5] dos estudantes diante de problemas com dados supérfluos, realizada numa escola do estado do Paraná, Brasil, e que contempla as oficinas de aprendizagem como metodologia de ensino, trabalhando de forma não seriada com seus alunos.

A Metodologia "Oficinas de Aprendizagem"

As Oficinas de Aprendizagem foram idealizadas na década de 1970, em plena influência do escolanovismo que, por sua vez, também sofreu influência das pedagogias libertarias e pedagogias ativas. Proposta por Rigon (2010), a metodologia foi apresentada em1998, na cidade de Montenegro –RS, e posteriormente, difundida no estado do Paraná, perfazendo 53 colégios de uma rede particular de ensino.

As pedagogias que passaram pelo período republicano não se apresentaram como formas puras, mas incorporadas a princípios de diversas outras pedagogias. (GHIRALDELLI, 1987). Dessa forma, fica difícil situar exatamente sobre qual escola pedagógica se estabelecem as oficinas de aprendizagem, pois, apresentam traços tanto da pedagogia libertária, como das escolas novas, especialmente das pedagogias ativas.

Inspirada em uma linha teórica que busca centralizar o ensino no aluno, em suas potencialidades, carências e necessidades, as oficinas ocorrem com mesas redondas, equipes de cinco a seis alunos de forma interseriada, conteúdo não linear, e com faixas etárias diferentes. O objetivo dessa nova metodologia é a troca permanente de equipes, para se alcançar a diversidade, buscando na interseriação ajuda para promover a integração entre os alunos.

Rigon (2010) define as oficinas de aprendizagem conforme o significado de Oficina oriunda do latim *Officina*. No dicionário tem sentido de "lugar de onde se exerce um ofício; lugar de onde se preparam ou fabricam máquinas". É, também, laboratório. Mas onde se encontra o sentido mais amplo da palavra é figurativamente. Aí, oficina significa "local onde se opera transformação notável." (RIGON, 2010, p.41).

De acordo com Rigon (2010), por meio dessa metodologia é possível desenvolver boas relações intrapessoais e interpessoais, indo ao encontro do surgimento de novas tecnologias, novas empresas reais e virtuais e do mercado de trabalho que passa a cada dia ser mais exigente.

[5] Autoeficácia em psicologia refere-se à crença/convicção de um indivíduo em realizar uma tarefa específica.

ISSN: 2526-8899

Toda experiência da sala de aula nas Oficinas de Aprendizagem é uma tentativa de erro e acerto. No fazer, no aprender a aprender, eles experienciam as melhores possibilidades, testam as suas proposições, verificam as possibilidades, estimulando o pensamento criativo e coletivo de toda a equipe (RIGON, 2010, p.20).

Nas oficinas de aprendizagem (sala de aula), não acontece a seriação tradicionalmente denominada como 1º, 2º e 3º ano do Ensino Médio; visto que, nesse ambiente funcionam turmas interseriadas onde o conteúdo programático apresenta-se de forma não linear e transdisciplinar, ou seja, o conteúdo se estende por outros domínios da disciplina e ainda, transita por outras, uma vez que, a função da transdisciplinaridade está em perceber a essência de cada aprendizagem. Por meio dessa abordagem diferenciada, com uma visão de escola aberta, ela pode proporcionar aos alunos gerenciar sua própria aprendizagem, sendo eles responsáveis pelas propostas sugeridas e trabalhadas ao longo das oficinas (RIGON, 2010).

E, para propiciar o desenvolvimento das competências e habilidades exigidas, há um planejamento curricular regulamentado contemplando o ensino de Conjuntos Numéricos, Funções, Polinômios, Equações Algébricas, Progressão Aritmética e Geométrica, Matrizes, Números Complexos, Geometria Analítica, Matemática Financeira, Estatística, Análise combinatória, Probabilidade, Geometria Plana, Espacial, e Trigonometria; constituindo uma matriz linear de conteúdos, porém trabalhada de forma não linear ao longo de três anos de metodologia. O interessante é que o aluno tem autonomia para gerenciar esses conteúdos de modo a estudá-los nesse período de ensino, nas oficinas de aprendizagem.

Em uma oficina se tem no máximo trinta alunos (cada oficina tem no máximo seis equipes), acontece a cada bimestre e a metodologia prioriza mudanças de diretrizes e de caráter disciplinar. Contudo, trabalhar com as oficinas de aprendizagem requer mudanças significativas. E a primeira mudança está no espaço físico da escola: a distribuição do espaço na sala de aula. Nessa metodologia, as classes são substituídas por mesas redondas partilhadas por cinco a seis alunos, que trabalham em equipe para solução de problemas apresentados.

Um grande diferencial das oficinas de aprendizagem é a definição de grupos e equipes. Na visão metodológica (auxiliada pelo professor de Psicologia), grupos têm metas passageiras e equipes têm metas duradouras. Então, o grande “porquê” de o professor e demais profissionais abordarem as mesas redondas de equipes de trabalho.

Outro fator importante para o sucesso da metodologia é o ambiente, que deve ser agradável, limpo, organizado e confortável. Além de relações de respeito, troca de experiências que propiciem o crescimento de todos.

ISSN: 2526-8899

A importância da apresentação da Metodologia das Oficinas de Aprendizagem tem o intuito de investigar o quanto essa nova metodologia é conveniente para o desenvolvimento da autonomia do aluno e o quanto ela influencia na aprendizagem, que acontece de forma transdisciplinar e interdisciplinar.

O papel do professor é fundamental para o desenvolvimento da metodologia, pois, ele deverá estar presente, mediante sua disciplina, em todos os desafios lançados e questões-problemas propostos nas oficinas de aprendizagem. É dessa forma que acontece a interação do conhecimento, de forma transdisciplinar, ou seja, os conteúdos são trabalhados em forma de teia ligados ao tema gerador central. Esta teia é elaborada no início do período bimestral, em que professores e equipe pedagógica elaboram o material didático a ser trabalhado de forma transdisciplinar, em que disciplinas permeiam entre si com a mediação do professor.

Outro fato curioso é que o adolescente gerencia seu conhecimento. Ou seja, durante as "vendas" das oficinas, o aluno tem a oportunidade de escolher o conteúdo que ainda não foi visto por meio da elaboração de oito vídeos (*Movie Maker*), onde são mostradas as temáticas das oficinas contendo a justificativa, os objetivos, o referencial teórico e os conteúdos a serem vistos. Os vídeos devem se bem atrativos e com o intuito de vender o produto elaborado pelos professores a fim de se fazer as oficinas.

Em todos os momentos do ano, ele fica atento para o conteúdo selecionado na oficina de aprendizagem para então gerenciar o que ainda não foi estudado.

A questão é que nas oficinas de aprendizagem não há quadros cheios de informações, não há linearidade de conteúdo, não há testes com respostas prontas, oportunizando aos alunos e ao professor trabalhar valores, conhecimentos, habilidades, dons e competências significativas. Neste sentido, as oficinas são lugares de transformação:

Nas oficinas o professor deixa de ser dominador e passa a ser o facilitador de um trabalho que é realizado em equipe com os demais professores. É aquele que vai motivar, incitar e instigar o aluno por meio de desafios lançados. Após o desafio lançado, a cada aula o professor irá coordenar os passos para que se possa apresentar o conteúdo programado, explicar o tipo de atividade a ser conduzida (análises, relações, comparações) e definir os passos da aula, delimitando o tempo a ser cumprido.

Conforme as atividades propostas nas oficinas, o modo como são trabalhados os conteúdos, também é similar ao ensino por investigação em que há problemas com peculiaridades motivadoras, envolvimento dos alunos, realização de feedbacks,

ISSN: 2526-8899

desenvolvimento cientifico e desenvolvimento de habilidades sociais e de comunicação. (DUSCHL, 2004).

Encaminhamentos Metodológicos

A pesquisa foi constituída por 3 instrumentos de coleta de dados, sendo o primeiro deles um questionário exploratório contendo questões abertas e fechadas e outros dois instrumentos contendo uma lista de problemas para verificar a autoeficácia dos alunos perante os desafios apresentados, e por fim, a resolução efetiva dos problemas propostos.

Para a composição da amostra desse estudo foram selecionados 30 alunos de forma aleatória, enquanto participavam das Oficinas de Aprendizagem: “O Homem que Calculava I”; “O Homem que Calculava II”, “Mande bem no ENEM I” e “Mande bem no ENEM II” na escola conveniada ao Serviço Social da Indústria da cidade de Bandeirantes – PR.

O primeiro instrumento trouxe 5 questões que permitiram identificar aspectos de ordem emocional, cognitivo e de gênero voltados à matemática escolar e a resolução de problemas.

No instrumento 2, foram apresentados 10 problemas envolvendo conteúdos da Matemática relativos ao Ensino Fundamental e Médio, sendo 5 de Álgebra e 5 de Geometria, e apresentavam ao final, opções que pudessem traduzir o grau de confiança (autoeficácia) dos estudantes na resolução dos desafio apresentados. Nesse instrumento os alunos não resolviam os problemas apresentados, apenas manifestavam suas convicções da capacidade de resolver os problemas, atribuindo muito confiante (MC), confiante (C), pouco confiante (PC), nada confiante (NC).

Quanto ao instrumento 3, os mesmos 10 problemas apresentados no instrumento 2 foram propostos num outro encontro e de modo que os alunos deveriam resolvê-los. A cada um dos 10 problemas foram feitas as seguintes perguntas: Você compreendeu o enunciado do problema? Quais as dificuldades que encontrou para interpretar o enunciado do problema? Quais as dificuldades que encontrou para resolver o problema?

No planejamento dos problemas, intencionalmente foram inseridos no contexto das problematizações dados supérfluos, não necessários para a resolução dos mesmos, com objetivo de evidenciar a influência dos mesmos no processo de autoeficácia dos estudantes.

A aplicação dos instrumentos 2 e 3, teve duração de 1h e 40 minutos e para a resolução dos problemas propostos foi informado aos alunos que os testes fariam parte de uma pesquisa

ISSN: 2526-8899

acadêmica, sem nenhuma implicância nos conceitos atribuídos à atividade avaliativa da oficina, porém os desafios apresentados permeavam as questões exploradas nas mesmas.

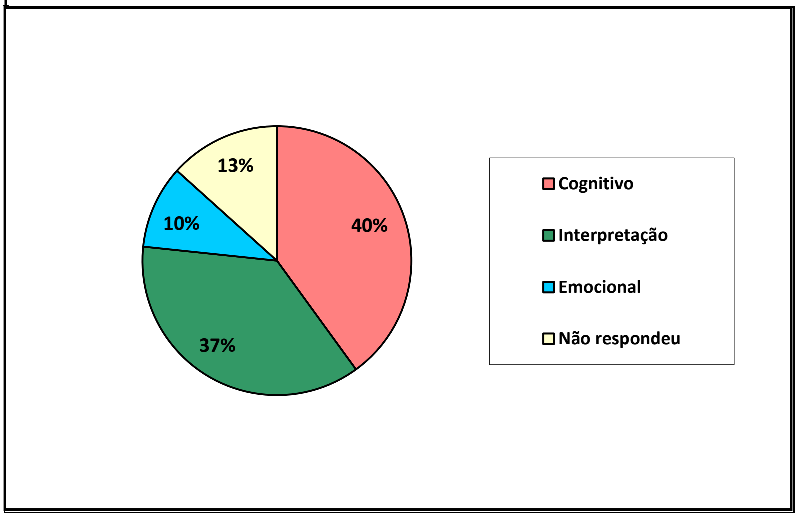
Análise e discussão dos resultados

A média de idade dos alunos que participaram da pesquisa foi de 16 anos, sendo 63,33% do sexo masculino e 36,67% do sexo feminino.

Quando perguntados se gostavam da Matemática, 43,33% responderam que sim, 36,67% não gostavam da disciplina, 13,33% não responderam e 6,67% ficaram indecisos. A maioria (53,33%) apontou que não gosta de resolver problemas matemáticos, além de elegeram a Matemática como a disciplina que deveria ser retirada da escola, com 33,4% dos votos, contra os 10% do Inglês, que apareceu em segundo lugar como a mais votada.

Ao analisar as perguntas relacionadas às dificuldades apresentadas durante a resolução dos problemas, percebeu-se que 40% foram relacionadas a fatores de ordem cognitiva, 37% se deram devido à interpretação do enunciado, 10% tiveram caráter emocional e 13% dos alunos não responderam às perguntas, conforme a figura 1.

Figura 1: Qual sua maior dificuldade quando tem que resolver um problema de matemática?



Fonte: Autores (2019).

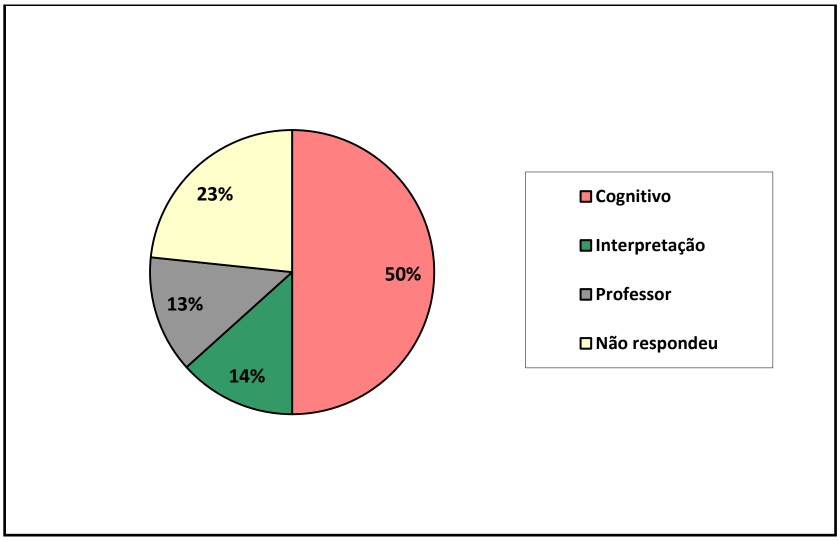
Apesar de a maioria dos alunos apresentarem dificuldades de natureza conceitual, percebe-se que outros fatores também proporcionaram entraves na resolução dos problemas, como os de ordem emocional. Brito (2005) destacou três componentes que estão relacionados com a formação das atitudes, que estão interligados e que determinam a predisposição do sujeito (positiva ou negativa) em relação aos objetos a serem apreendidos: o componente cognitivo

ISSN: 2526-8899

(relacionado ao conhecimento e às crenças); o afetivo (relacionado ao sentimento) e o conativo (referente às ações, aos comportamentos e que sugerem intenções do sujeito em relação ao objeto).

Conforme a figura 2, outro fator importante também foi apontado como colaborador das dificuldades encontradas durante a resolução dos problemas: a figura do professor.

Figura 2: A que você atribui as suas dificuldades de resolver problemas em matemática?



Fonte: Autores (2019).

Segundo Brito (2005), as preferências ou aversões do professor para com a matéria em estudo podem ser percebidas pelos alunos e resultar em atitudes que serão imitadas. Logo, podem melhorar as condições para a aprendizagem dos alunos por meio do comportamento que apresentam, sendo o mesmo extensivo à família e aos grupos sociais.

Destarte, a média da nota dos 30 alunos quanto ao grau de confiança foi de 24,5; considerando pontuações que variaram numa escala que atribuiu 4 (muito confiante), 3 (confiante), 2 (pouco confiante) e 1 (nada confiante) a cada uma das 10 questões, ressaltando que elas abordavam problemas básicos da matemática; sendo que 36,67% dos alunos ficaram abaixo e 63,37% acima da média, o que mostrou um grau de confiabilidade elevado antes da resolução das questões que foram resolvidas.

Quanto ao instrumento 3 que considerou a resolução dos problemas algébricos e geométricos, tem-se que dos 30 alunos, 24,15% acertaram as questões propostas; 24,15% erraram; 1,7% acertou parcialmente e 50% não responderam aos problemas propostos.

Apesar de a maioria dos alunos apresentarem-se confiantes antes da resolução dos problemas propostos, percebeu-se que o desempenho após a resolução não se deu de forma

ISSN: 2526-8899

satisfatória, com um índice pequeno de acertos. O fato de a maioria não responder às questões apresentadas pode estar relacionado a compreensões básicas que os problemas requerem, como habilidade verbal (BRITO, 2005) e a habilidade para perceber relações entre os dados fornecidos no problema (KRUTETSKI, 1976). Os dados mostraram dificuldades desses estudantes na resolução dos problemas, ocasionada pelos dados supérfluos inseridos intencionalmente e que acabaram dificultando a interpretação dos estudantes.

Considerações Finais

Na dinâmica das Oficinas de Aprendizagem o professor assume o papel de estimulador e propõem atividades desafiadoras, o que pode ter contribuído para uma maior autoeficácia dos estudantes diante dos desafios propostos, uma vez que estão habituados com situações desafiadoras.

Os dados revelaram a importância do professor no processo de resolução de problemas, assim, é necessário que os mesmos possam atentar aos aspectos de convicções pessoais de capacidade e as oficinas de aprendizagem são ferramentas metodológicas potenciais que buscam favorecer o desenvolvimento de autopercepções positivas.

Referências

BRITO, M. R. F. Contribuições da Psicologia Educacional à Educação Matemática. *In*: Brito, M. R. F. (org.). **Psicologia da Educação Matemática:** teoria e pesquisa. Florianópolis: Insular, 2005. p. 49-66.

DUSCHL, R. A. **The HS Lab Experience:** reconsidering the role of evidence, explanation and the language of science - paper prepared for the Committee on High School Science Laboratories: role and vision. Washington: National Research Council, 2004. Disponível em <http://www4.nationalacademies.org/xpedio/idcplg?IdcServive=GET_FILE&DocName=DBASE_073329&RevisionSelectionMethod=Latest> Acesso em 20 out. 2015.

GHIRALDELLI, P. **A Evolução das ideias Pedagógicas no Brasil Republicano**. Cad. Pesq., São Paulo (60): 28-37, Fev. 1987. Disponível em:<http://publicacoes.fcc.org.br/ojs/index.php/cp/article/view/1231/1235> Acesso em: 14 jul. 2015.

KRUTESTKI, V. A. (1976). **The psychology of mathematical abilities in schoolchildren**. Chicago: University of Chicago Press, 1976.

RIGON, M. C. **Prazer em Aprender:** o novo jeito da escola. Curitiba: Ed. Kairós, 2010.

ISSN: 2526-8899

SANTROCK, J. W. **Psicologia Educacional.** 3. ed. São Paulo: Mcgraw-hill Interamericana, 2009.

ISSN: 2526-8899

A AVERSÃO À MATEMÁTICA NO OLHAR DOS PROFESSORES LICENCIADOS EM MATEMÁTICA DA REDE MUNICIPAL DE ENSINO DE FOZ DO IGUAÇU/PR

Jocineia Medeiros[1]

Marcos Lübeck[2]

Resumo

Este trabalho é parte de uma pesquisa em andamento que está sendo realizada no Programa de Pós-graduação *Stricto Sensu* em Ensino (PPGEn), ao nível de Mestrado, e que tem como um dos objetivos principais compreender o que pensam os professores polivalentes licenciados em Matemática que lecionam nos anos iniciais do Ensino Fundamental no Município de Foz do Iguaçu/PR quanto a aversão à Matemática dos seus alunos e a sua influência no processo de ensino e aprendizagem. Com isso, pretende-se conhecer um pouco mais sobre o ensino e aprendizagem da Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental e investigar o papel dos professores polivalentes com formação em Licenciatura em Matemática nesse processo. A pesquisa possui uma característica exploratória, utilizando-se de levantamento bibliográfico e documental, além de um questionário, que está em fase de aplicação, como instrumento de investigação para a coleta de dados, cuja a análise será qualitativa. O estudo será relevante por contribuir com o debate sobre a origem da aversão à Matemática e por desvelar se a mesma está arraigada nos anos iniciais do Ensino Fundamental, além de dar informações e trazer reflexões sobre os processos de ensino e aprendizagem de Matemática implementados neste ciclo pelos professores polivalentes que são também licenciados em Matemática.

Palavras-chave: Anos Iniciais do Ensino Fundamental; Aversão à Matemática; Professor Licenciado em Matemática; Professor Polivalente.

Abstract

This work is part of an ongoing research that is being carried out in the Stricto Sensu Postgraduate Program in Teaching (PPGEn), at Masters level, and has as one of the main objectives to understand what multi-skilled teachers have in Mathematics who teach in the early years of Primary Education in the Municipality of Foz do Iguaçu / PR regarding the aversion to Mathematics of their students and their influence in the teaching and learning process. With this, it is intended to know a little more about the teaching and learning of Mathematics in the early years of Elementary School and to investigate the role of polyvalent teachers with a degree in Mathematics in this process. The research has an exploratory characteristic, using a bibliographical and documentary survey, as well as a questionnaire, which is in the application phase, as a research tool for data collection, whose analysis will be qualitative. The study will

[1] Universidade Estadual do Oeste do Paraná (UNIOESTE); jo4medeiros@gmail.com
[2] Universidade Estadual do Oeste do Paraná (UNIOESTE); marcoslubeck@gmail.com

ISSN: 2526-8899

be relevant because it contributes to the debate about the origin of the aversion to Mathematics and to reveal if it is rooted in the initial years of Elementary School, besides giving information and bringing reflections about the processes of teaching and learning of Mathematics implemented in this cycle by multi-purpose teachers who are also graduates in Mathematics.

Keywords: Early Years of Elementary Education; Aversion to Mathematics; Professor of Mathematics; Full Professor.

Introdução

Devido ao fato de a Matemática ser importante para a formação básica dos alunos, preparando-os para exercer sua cidadania, e ser considerada por muitos uma disciplina complexa, dentro e fora do ambiente escolar, causando animosidade, é que se pensou em uma pesquisa que contribua para reflexões acerca da aversão à Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Ao findar a conclusão do curso de Licenciatura em Matemática, comecei a lecionar esta disciplina para professores em preparação para concursos. Na época, os concursos visados eram para professor de Educação Infantil e anos iniciais do Ensino Fundamental. Os alunos para os quais ministrava aulas eram professores que já lecionavam e almejavam obter um segundo padrão, além, é claro, de outros interessados em realizar o concurso.

Ocorre que, logo no início e durante as aulas, causava-me estranheza ouvir vários comentários como "odeio Matemática", "nunca fui boa em Matemática", "Matemática é muito difícil", entre outros, pronunciados por professores que já lecionavam em anos iniciais do Ensino Fundamental. Não é incomum ouvir as pessoas comuns relatando desprazer com a Matemática, contudo, achei curioso o fato de professores não nutrirem sentimentos amistosos pela Matemática, e provavelmente terem que lecionar esta disciplina.

Como me formei professora de Matemática, com a possibilidade de atuar nos anos iniciais do Ensino Fundamental, e por ser portadora da habilitação ao Magistério em Nível Médio, apesar de nunca ter lecionado neste nível de ensino, pensei em pesquisar pessoas com as mesmas habilitações, mas que de fato estejam lecionando nos anos iniciais para compreender sua visão sobre a aversão à Matemática neste nível de ensino.

Assim, esta pesquisa tem como objetivo geral compreender o que pensam professores licenciados em Matemática que lecionam nos anos iniciais do Ensino Fundamental, quanto a aversão à Matemática dos seus alunos e sua influência no processo de ensino e aprendizagem. E como objetivos específicos: Analisar documentos e bibliografias sobre ensino e

ISSN: 2526-8899

aprendizagem em Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental da rede municipal de Foz do Iguaçu; Compreender o que pensam professores polivalentes, licenciados em Matemática, quando questionados acerca do que entendem sobre a aversão à Matemática dos seus alunos, se ela acontece, como ela acontece, por que acontece, como pode ser superada e como eles a enfrentam em sua prática educativa; Investigar a influência de professores polivalentes com formação em Matemática, no processo de ensino e aprendizagem de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

A Aversão à Matemática

A Lei de Diretrizes e Base da Educação Nacional (LDBEN) – nº 9394/96 – que traz no inciso I do artigo 26, entre outros, a Matemática como sendo obrigatória nos currículos da Educação Infantil, do Ensino Fundamental e do Ensino Médio. Reforça sua presença no artigo 32, quando trata que o Ensino Fundamental obrigatório, com duração de 9 (nove) anos, terá além da leitura e escrita, o cálculo como meio básico para desenvolver a capacidade de aprendizado do aluno, contribuindo com o objetivo da formação básica do cidadão.

Assim, a Matemática apresenta uma dicotomia vital. De um lado sua obrigatoriedade e reconhecimento de sua importância no currículo e, por outro lado, a frustração em relação a muitos resultados não-positivos vinculados a sua aprendizagem, que corroboram para o questionamento do porquê de se estudar Matemática.

Não são raras imagens negativas com relação à Matemática. Para Dal Vesco (2002, p. 127), “a concepção de que a Matemática é difícil leva ao desamparo e, acentuado pelas exigências escolares, leva à aversão; o apenas não-gostar de Matemática já torna o conhecimento difícil”.

A aversão possui vários termos que a denotam como algo negativo. No Dicionário Aurélio é caracterizado como “ódio, rancor, antipatia, repugnância, repulsa” (FERREIRA, 2010, p. 251). E no Dicionário Caldas Aulete (1987, p. 220), é caracterizado como “sentimento que nos afasta do que julgamos mau ou hediondo; antipatia, ódio, repugnância”. Assim, a aversão à Matemática será tratada na pesquisa como um sentimento de repulsa, uma vontade de se afastar/fugir e não gostar da Matemática.

> Atitudes tais como sentir tensão, preocupação, insegurança e medo; repetir exercícios matemáticos mecânicos e resolver problemas totalmente desvinculados do real vivido geram estresse e afastam as pessoas da área da Matemática. Com isso, a oportunidade de aprender a fazer uso desse

ISSN: 2526-8899

> conhecimento no mundo real, social e cultural se perde na sentida aversão pela Matemática. (DANYLUK 2001, p. 8).

A aversão à Matemática pode ser um empecilho para a aprendizagem matemática, bem como para o seu ensino, dificultando sua compreensão, sendo assim objeto de preocupação para educadores matemáticos. E, "[…] a dificuldade de compreensão pode deixar o estudante inseguro por não compreender o conteúdo, ter aversão à disciplina Matemática e medo de não ser aprovado" (DAL VESCO, 2002, p. 128).

Apesar de muitos autores não tratarem diretamente da expressão "aversão à Matemática", estes apontam aspectos que guardam certa relação com a temática, isto é, retratam-na com outras palavras. Assim, nos estudos de Papert (1988), Felicetti e Giraffa (2012), Schliemann (2006), Carvalho (2011), Nacarato, Mengali e Passos (2009), entres outros, percebem-se menções a termos como fobia, fracasso, insucesso, sentimento de medo, desgosto, bloqueios, etc.

Nos anos iniciais do Ensino Fundamental, um único professor é habilitado para lecionar várias disciplinas na mesma série, contudo este professor deve atender ao que diz o artigo 62 da LDBEN

> A formação de docentes para atuar na educação básica far-se-á em nível superior, em curso de licenciatura plena, admitida, como formação mínima para o exercício do magistério na educação infantil e nos cinco primeiros anos do ensino fundamental, a oferecida em nível médio, na modalidade normal. (BRASIL, 1996, p. 23).

Assim, é possível ter professores com formação a Nível Médio, na modalidade Normal e com formação em Nível Superior, em cursos de Licenciatura em Matemática, Língua Portuguesa, Ciências Biológicas, Física, Química, História, Geografia, Pedagogia, e outros.

> O trabalho dos professores das séries iniciais envolve um desafio ainda maior, porque trata da gênese do conhecimento escolar, articulando informações do cotidiano com as primeiras situações de formalização. Por mais elementares que sejam os conteúdos, já existe uma formalização mínima que o diferencia das referências do mundo não-escolar. (PAIS, 2006, p.128).

É sabido que os professores dos anos iniciais tem grande responsabilidade no que se refere a iniciar nas crianças um pensamento sistematizado da Matemática, e que havendo falhas neste processo de ensino e aprendizagem, se não sanadas a tempo, podem acarretar no repúdio pela disciplina dificultando o aprendizado nos anos seguintes.

> O sucesso ou o fracasso dos alunos diante da Matemática depende de uma relação estabelecida desde os primeiros dias escolares entre a Matemática e os alunos. Por isso, o papel que o professor desempenha é fundamental na aprendizagem dessa disciplina, e a metodologia de ensino por ele empregada

ISSN: 2526-8899

> é determinante para o comportamento dos alunos. (LORENZATO, 2008, p. 1).

Entre vários fatores que contribuem para a aversão e o/ou dificuldades em Matemática dos alunos, é de notável importância fazer uma análise na relação que os professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental tem com a Matemática e sua influência no processo de ensino e de aprendizagem, pois há indícios que a sua visão de Matemática e de Educação podem refletir no aluno.

> O professor autoritário, o professor licencioso, o professor competente, sério, o professor incompetente, irresponsável, o professor amoroso da vida e das gentes, o professor mal amado, sempre com raiva do mundo e das pessoas, frio, burocrático, racionalista, nenhum deles passa pelos alunos sem deixar sua marca. (FREIRE, 1996, p. 73).

Importante elencar que a visão que o professor tem da Matemática pode ou não influenciar no processo de ensino e de aprendizagem desta disciplina. Com efeito, “os futuros professores passam pela escolas elementares aprendendo a detestar a Matemática […]. Depois, voltam à escola elementar para ensinar uma nova geração a detestá-la.” (POLYA, 1978, *apud* LORENZATO, 2008, p. 118). Uma vez que o professor não gosta de Matemática e, além disso, tem dificuldades na aprendizagem desta, há indícios que é possível que diretamente ou indiretamente transmita para o aluno tais dificuldades e o desprazer em estudar Matemática, e desta forma, repercutindo pelo resto da vida escolar do aluno.

> [...] ninguém facilita o desenvolvimento daquilo que não teve oportunidade de aprimorar em si mesmo. Ninguém promove a aprendizagem daquilo que não domina, é preciso que o professor experimente, enquanto aluno aquilo que ele deverá ensinar a seus próprios alunos [...]. (MELLO, 2000, p. 98).

Possivelmente, a falta de domínio dos conteúdos matemáticos corrobora para que professores tratem com superficialidade muitos conceitos matemáticos justificando, assim, o apego aos livros didáticos. Neste aspecto, um professor polivalente ser Licenciado em Matemática tem a vantagem da carga horária das disciplinas dedicadas aos estudos referentes à Educação Matemática serem em quantidade e qualidade significativa, o que possibilita uma boa base e conceitos sólidos.

Logo, é importante que os professores que estejam lecionando e apresentam possíveis dificuldades e/ou sentimentos não amistosos pela Matemática, reflitam sua prática, de forma a ir em busca de ações que os possibilitem conhecer os conteúdos da Matemática, não de forma mecanizada, mas de modo a entender bem os conceitos e significações. Assim, possibilitando saber como ensinar com propriedade para que de fato ocorra a aprendizagem do seu aluno.

ISSN: 2526-8899

Encaminhamentos Metodológicos

A pesquisa tem caráter exploratório que, de acordo com Fiorentini e Lorenzato (2007), “esse tipo de pesquisa pode envolver levantamento bibliográfico, realização de entrevistas, aplicação de questionários ou testes ou até mesmo estudo de casos” (p. 70). Neste aspecto, inicialmente está sendo efetuado uma ampla pesquisa bibliográfica, que “[…] é feita a partir do levantamento de referências teóricas já analisadas, e publicadas por meios escritos e eletrônicos, como livros, artigos científicos, páginas de web sites” (FONSECA, 2002, *apud* GERHARDT; SILVEIRA, 2009, p. 37). E, conjuntamente a pesquisa documental, que

> [...] trilha os mesmos caminhos da pesquisa bibliográfica, não sendo fácil por vezes distingui-las. A pesquisa bibliográfica utiliza fontes constituídas por material já elaborado, constituído basicamente por livros e artigos científicos localizados em bibliotecas. A pesquisa documental recorre a fontes mais diversificadas e dispersas, sem tratamento analítico, tais como: tabelas estatísticas, jornais, revistas, relatórios, documentos oficiais, cartas, filmes, fotografias, pinturas, tapeçarias, relatórios de empresas, vídeos de programas de televisão, etc. (FONSECA, 2002, apud GERHARDT; SILVEIRA, 2009, p. 37).

Em complemento à pesquisa, utilizar-se-á para a coleta de dados um questionário, que está em fase de aplicação, como instrumento de investigação.

> Pode-se definir questionário como a técnica de investigação composta por um conjunto de questões que são submetidas a pessoas com o propósito de obter informações sobre conhecimentos, crenças, sentimentos, valores, interesses, expectativas, aspirações, temores, comportamento presente ou passado, etc. (GIL, 2008, p. 121).

A rede pública municipal de Foz do Iguaçu possui 51 unidades de ensino e 1784 professores, segundo dados levantados em 2016 por Segantini (2017). A escolaridade exigida para lecionar nos anos inicias do Ensino Fundamental é Nível Magistério ou Normal Superior ou Licenciatura Plena em Pedagogia com habilitação em Ensino Fundamental Séries Iniciais. Assim, um único professor com esta formação, leciona várias disciplinas na mesma série, comumente chamado de professor polivalente. Contudo, para a aplicação do questionário, tomamos apenas como sujeitos para investigação os professores polivalentes Licenciados em Matemática, com o intuito de ajudar a compreender o que pensam estes professores, quanto a aversão à Matemática dos alunos e a influência no processo de ensino e aprendizagem. É importante destacar que “compreender não é apenas entender o que as coisas representam, mas

ISSN: 2526-8899

é entender o modo de existir dessas coisas-no-mundo" (DANYLUK, 1991, p. 28-29, *apud* DAL VESCO, 2002, p. 122).

Importante frisar, segundo Marconi; Lakatos (2003) que um questionário muito longo, causa desinteresse e fadiga, já um questionário muito curto, corre-se o risco de não obter informações suficientes, "deve conter de 20 a 30 perguntas e demorar cerca de 30 minutos para ser respondido. É claro que este número não é fixo: varia de acordo com o tipo de pesquisa e dos informantes." (MARCONI; LAKATOS, 2003, p. 203).

Desta forma, o questionário que está em fase de aplicação, foi elaborado no Google docs com 26 questões mistas distribuídas em 3 blocos, sendo o Bloco 1: Eixo de perguntas para conhecer um pouco sobre você; Bloco 2: Eixo de perguntas sobre a Matemática nos Anos Iniciais; e Bloco 3 – Eixo de perguntas sobre a formação específica em Matemática. O questionário pode ser respondido num tempo aproximado de 20 a 30 minutos, embora estará disponível para acesso por 30 dias. Na análise dos dados, serão utilizadas decodificações para que os participantes não sejam identificados.

A análise dos dados será apresentada de forma qualitativa, que de acordo com Lüdke e André (2012), "analisar os dados qualitativos significa "trabalhar" todo o material obtido durante a pesquisa [...]" (p. 45), neste caso, as informações obtidas nos documentos bibliográficos e questionários.

> Em alguns livros costumam aparecer as denominações análise e interpretação. Há autores que entendem a análise como descrição dos dados e a interpretação como articulação dessa descrição com conhecimentos mais amplos e que extrapolam os dados específicos da pesquisa. Outros autores já compreendem a análise num sentido mais amplo, abrangendo a interpretação. Somos partidários desse posicionamento por acreditarmos que a análise e a interpretação estão contidas no mesmo movimento: o de olhar atentamente para os dados da pesquisa. (MINAYO, 2002, p. 68).

Minayo (2002, p. 69) ainda sugere que se façam reflexões referentes as finalidades da fase de análise em que se aponta as seguintes finalidades: "[...] estabelecer uma compreensão dos dados coletados, confirmar ou não os pressupostos da pesquisa e/ou responder às questões formuladas, e ampliar o conhecimento sobre o assunto pesquisado". Assim, em vez de utilizar categorias ou algo similar nas análises dos questionários, selecionar-se-á episódios para organizar e interpretar dados e informações obtidas, de modo a buscar aproximação ou confrontamento da visão teórica em relação aos dados da realidade, além de interpretar as causas e predições que respondam às questões formuladas. Logo, analisar qualitativamente "no meu entender, é o caminho para escapar da mesmice. Lida e dá atenção as pessoas e às ideias,

ISSN: 2526-8899

procura fazer sentido de discursos e narrativas que estariam silenciosas. E a análise dos resultados permitirá propor os próximos passos" (D'AMBRÓSIO, 2006, p. 19).

Resultados

Espera-se com a pesquisa, dentre outros, contribuir para o ensino da Matemática, em que se busca compreender a aversão à Matemática e desvelar se ela está arraigada nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Espera-se, também, contribuir com informações e reflexões sobre o ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental sendo ministrados por professores polivalentes Licenciados em Matemática, além de conseguir respostas que possibilitem responder aos questionamentos apontados na pesquisa.

Considerações finais

A partir do que foi pesquisado até o momento, percebe-se o quão interessante é investigar possíveis obstáculos no ensino e na aprendizagem matemática e que favorecem a aversão à Matemática, tais como formação e a influência dos professores; metodologias utilizadas; a ausência da participação dos pais na vida escolar dos filhos; acúmulo de dúvidas não sanadas; ensino à base de técnicas sem propiciar a conceituação e significação das atividades trabalhadas; os diversos problemas no meio social em que vivem os alunos; a imagem social da disciplina; influências das crenças e concepções dos familiares sobre a Matemática no desempenho do aluno, entre tantos outros.

Assim, esse estudo será relevante por contribuir com o debate sobre a aversão à Matemática, que pode ser um grande empecilho para o ensino e aprendizagem da mesma. Neste sentido, compreender se existe ou não aversão à Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental em que se está formalizando a Matemática, em especial segundo o olhar dos professores polivalentes Licenciados em Matemática, permite trazer reflexões para as práticas educativas dos professores além de estímulos para buscar formas para intervir em diversas situações problemáticas. Haja vista que "é pensando criticamente a prática de hoje ou de ontem que se pode melhorar a próxima prática" (FREIRE, 1996, p. 43-44).

Referências

ISSN: 2526-8899

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Nº 9394/96. Brasília: Senado Federal, Coordenação de Edições Técnicas, 2017. Disponível em: <http://www2.senado.leg.br/bdsf/bitstream/handle/id/529732/lei_de_diretrizes_e_bases_1ed.pdf.>. Acesso em: 18 set. 2018.

CALDAS AULETE. **Dicionário Contemporâneo da Língua Portuguesa**. 5. ed. Rio de Janeiro: Delta, 1987.

DAL VESCO, A. A. **Alfabetização Matemática e as Fontes de Estresse no Estudante**. Passo Fundo: UPF, 2002.

DANYLUK, O. S. Apresentação. In: DAL VESCO, A. A. **Alfabetização Matemática e as Fontes de Estresse no Estudante**. Passo Fundo: UPF, 2002, p. 7-8.

D'AMBRÓSIO, U. Prefácio. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2006, p. 9-21.

FERREIRA, A. B. H. **Dicionário Aurélio da Língua Portuguesa**. 5. ed. Curitiba: Positivo, 2010.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática**: percursos teóricos e metodológicos. 2. ed. Campinas: Autores Associados, 2007.

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia**: saberes necessário à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

GERHARDT, T. E.; SILVEIRA, D. T. (org.) **Métodos de pesquisa**. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009. Disponível em: <https://books.google.com.br>. Acesso em: 25 set. 2018.

GIL, A. C. **Métodos e Técnicas de Pesquisa Social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

LORENZATO, S. **Para Aprender Matemática**. 2. ed. rev. Campinas: Autores Associados, 2008.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em Educação**: abordagens qualitativas. São Paulo: E.P.U., 2012.

MARCONI, M. de A. LAKATOS, M. **Fundamentos de metodologia científica**. 5. ed. - São Paulo : Atlas 2003.

MELLO, G. N. de. Formação Inicial de Professores para Educação Básica: uma (re)visão radical. **Perspectiva**, São Paulo, v. 14, n. 1, p. 98-110, jan./mar. 2000.

MINAYO, C. S. **Pesquisa Social**: teoria, método e criatividade. Petrópolis: Vozes, 2002.

PAIS, L. C. **Ensinar e Aprender Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

SEGANTINI, J. H. **Análise Diagnóstica da Informática na Educação nos 4º e 5º anos do Ensino Fundamental I em Foz do Iguaçu/PR**. Foz do Iguaçu: Unioeste, 2017.

ISSN: 2526-8899

"ANGLE SHOOTER": UMA FERRAMENTA DE ENSINO NA DISCIPLINA DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL NO CURSO DE JOGOS DIGITAIS

Rosemeiry de Castro Prado[1]
André Luiz Orlandi Favaro[2]
Eunice Corrêa Sanches Belloti [3]
Marcela Aparecida Penteado Rossini[4]
Marcos Antonio Martuchi[5]
Elaine Pasquaini[6]
Marcos Graciano[7]
Guilherme Orlandini[8]
Donizete Silva Junior[9]
Vinícius Gonçalves[10]

Resumo

Este trabalho tem como intenção apresentar o jogo eletrônico "ANGLE SHOOTER: um tiro de parábola no aprendizado da Matemática", desenvolvido durante as aulas de Cálculo Diferencial e Integral da Faculdade de Tecnologia do Estado de São Paulo – Fatec/Ourinhos, no segundo termo do Curso de Tecnologia em Jogos Digitais, do primeiro semestre do ano de 2018. Com o propósito de ir além da sua associação com a de uma forma de entretenimento, o jogo procura significar a teoria à prática dos aprendizados desenvolvidos ao longo do semestre em que a disciplina foi ministrada. Especificamente, os conhecimentos que perpassam os estudos da função do segundo grau foram utilizados acordados às necessidades de diversificar as metodologias de ensino e de ressignificar os conhecimentos, mesmo já tendo sido abordados anteriormente, interferem de modo diretos na apropriação de novos conhecimentos que abrange no ensino superior. Além de se apresentar o jogo desenvolvido, a pesquisa abre caminho para perpassar por questões que estão situadas no campo educacional, pautando-se numa prática pedagógica baseada numa metodologia interativa e que acredita no potencial dos jogos educativos como uma metodologia de ensino e de construção de saberes matemáticos. A ferramenta que ainda está em construção tem como um de seus objetivos interagir com os diversos públicos interessados no tema, mostrando-se como uma possibilidade de construir conhecimentos no âmbito educacional.

Palavras-chave: Jogos Educativos, Cálculo, Jogos Eletrônicos.

[1] Faculdade de Tecnologia do Estado de São Paulo (Fatec-Ourinhos). rose.prado@fatecourinhos.edu.br
[2] Faculdade de Tecnologia do Estado de São Paulo (Fatec-Ourinhos). andre.orlandi@fatecourinhos.edu.br
[3] Faculdade de Tecnologia do Estado de São Paulo (Fatec-Ourinhos). eunicebelloti@gmail.com
[4] Faculdade de Tecnologia do Estado de São Paulo (Fatec-Ourinhos). marcelapenteado@yahoo.com.br
[5] Faculdade de Tecnologia do Estado de São Paulo (Fatec-Ourinhos). marcos.martuchi@fatecourinhos.edu.br
[6] Faculdade de Tecnologia do Estado de São Paulo (Fatec-Ourinhos). elaine.pasqualini@fatecourinhos. edu.br
[7] Faculdade de Tecnologia do Estado de São Paulo (Fatec-Ourinhos). marcos.graciano@fatecourinhos.edu.br
[8] Faculdade de Tecnologia do Estado de São Paulo (Fatec-Ourinhos). guilherme.orlandini@fatecourinhos.edu.br
[9] Faculdade de Tecnologia do Estado de São Paulo (Fatec-Ourinhos). donizete.silva@fatec.sp.gov.br
[10]Faculdade de Tecnologia do Estado de São Paulo (Fatec-Ourinhos). viniciusdejgoncalves@gmail.com

ISSN: 2526-8899

Abstract

This paper intends to present the electronic game "ANGLE SHOOTER: a Parable of Learning in Mathematics", developed during the classes of Differential and Integral Calculus of the Faculty of Technology of the State of São Paulo - Fatec / Ourinhos, in the second term of In order to go beyond its association with that of a form of entertainment, the game seeks to signify the theory to the practice of the learning developed during the semester in which the discipline was given. Specifically, the knowledge of secondary school studies has been used in order to diversify teaching methodologies and to re-significate knowledge, even though it has been previously addressed, directly interfere in the appropriation of new knowledge that it covers in teaching higher. In addition to presenting the game developed, the research opens the way to pass through issues that are located in the educational field, based on a pedagogical practice based on an interactive methodology and that believes in the potential of educational games as a methodology of teaching and construction of mathematical knowledge. The tool that is still under construction has as one of its objectives to interact with the various stakeholders interested in the subject, showing itself as a possibility to build knowledge in the educational scope.

Palavras-chave: Educational Games, Calculus, Electronic Games

Introdução

Muito se tem discutido sobre o uso e o papel da tecnologia e das práticas pedagógicas no âmbito da aprendizagem. Segundo Papert (1986), a construção do conhecimento baseia-se em uma ação concreta e intencional podendo esta fazer uso do computador como recurso à apropriação de saberes. Deste modo, quando um aluno utiliza os recursos computacionais, ele cria a possibilidade de contato com novas ferramentas a favor da aprendizagem e da arte da descoberta intelectual (PAPERT, 1993).

Ao longo dos anos, computadores, *softwares* e jogos digitais, dentre outros, alcançaram papel importante no processo do ensino-aprendizagem, pela capacidade de atrair a atenção dos discentes devido a aspectos lúdicos inerente às ferramentas tecnológicas (BRASIL, 1996).

Apesar do senso comum acreditar que o jogo eletrônico tem como principal objetivo o entretenimento do usuário, não visando como prioridade o aprendizado do indivíduo, tal objeto sociocultural carrega consigo a possibilidade de se construir conhecimentos e aprendizados (como os de Matemática).

Logo, do ato de jogar podem surgir atividades pelas quais perpassam o desenvolvimento dos processos psicológicos básicos, demandando exigências, normas e controle dos jogadores (BRASIL, 1997).

ISSN: 2526-8899

Destarte, criam-se circunstâncias que mediante o conhecido e o imaginado podem repensar a educação com diversão, de modo a provocar repetições funcionais e regulares, presentes nas atividades escolares (BUENO, 2010).

Desta forma, embasados em teorias com fundamentações e sustações teóricas, pesquisadores têm buscado formas de aliar o potencial lúdico dos jogos à necessidade de metodologias de ensino e de aprendizagem, de modo que, com o passar do tempo os jogos eletrônicos vem ganhando cada vez mais espaço na área da educação.

Indo ao encontro de tal pensamento, Papert (1993), afirmava que o computador e seus recursos poderiam servir de ferramentas que não só proporcionariam o divertimento e a motivação necessária ao jovem/criança para aprender, como também poderia ajudar a responder às perguntas desses alunos, sem a supervisão de um adulto. Ou seja, proporcionariam a autonomia necessária para que se aprendesse sem a dependência das respostas de um adulto (PAPERT, 1993).

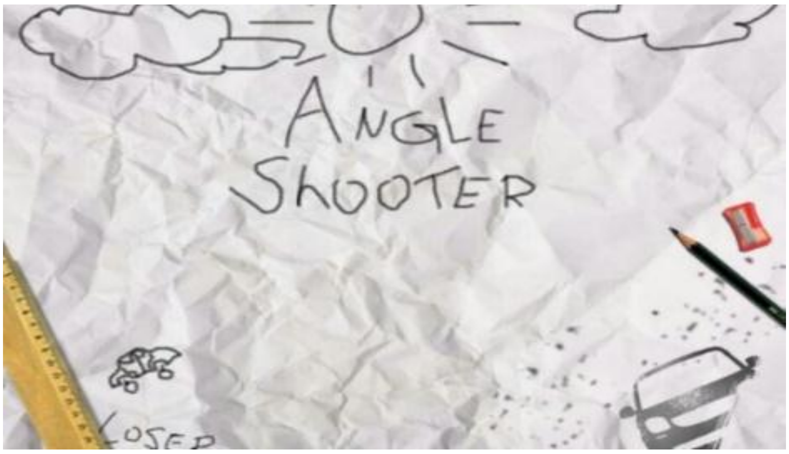
De acordo com Barbosa e Murarolli (2013), o jogo computadorizado é uma ferramenta que pode trazer diversos benefícios para o processo que envolve ensinamentos e aprendizagens dos conteúdos historicamente elaborados e construídos.

Atualmente, existe uma variedade exorbitante de tipos, assuntos e formatos de jogos computadorizados, e pode-se utilizá-los para atingir vários objetivos pedagógicos (ALVEZ; BATTAIOLA, 2011).

Caminhando ao encontro de tais propósitos e perspectivas, este trabalho tem como objetivo apresentar o jogo educacional “Angle Shooter” que envolve conteúdos de Matemática abordados no início do curso de Cálculo Diferencial e Integral da Fatec/Ourinhos: o conceito de função do segundo grau e sua representação gráfica, a parábola.

Figura 1: Imagem da tela inicial do jogo “ANGLE SHOOTER”.

ISSN: 2526-8899



Fonte: Autores (2018)

A ferramenta tem o intuito de auxiliar no processo de aprendizado da disciplina que apresenta vários desafios e dificuldades de aprendizado por parte dos alunos, tais como a deficiência de níveis mentais da dedução e do rigor matemático, da capacidade de abstração do ente geométrico, das dificuldades de confronto entre os conceitos espontâneos e os conceitos científicos (VYGOTSKY, 1987), além da desarmonia entre o componente conceitual e o componente figural do objeto geométrico, da falta de habilidade de saber controlar diversas informações no mesmo desenho e da dificuldade de compreensão dos objetos geométricos, gerando confusão entre as propriedades do desenho (BELLEMAIN, 2001).

Como mencionado anteriormente, o jogo educacional “ANGLE SHOOTER: um tiro de parábola no aprendizado da Matemática” foi proposto como forma metodológica da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, no segundo termo do curso de Jogos Digitais, da Fatec/Ourinhos, focando-se na metodologia de ensino baseada num jogo de tabuleiros utilizada nas disciplinas de Cálculo da Universidade de Brasília (UnB). O jogo, denominado *Math Game*, constituiu um projeto de extensão da UnB. Ao aplicar essa metodologia, foi percebido um intenso engajamento dos estudantes, os quais demonstraram ainda motivação e colaboração na resolução dos problemas. O jogo tem se mostrado um elemento socializador, no sentido de que os estudantes se reúnem em grupos para jogá-lo e tem por objetivo melhor os índices de reprovação nessa disciplina ao longo do tempo

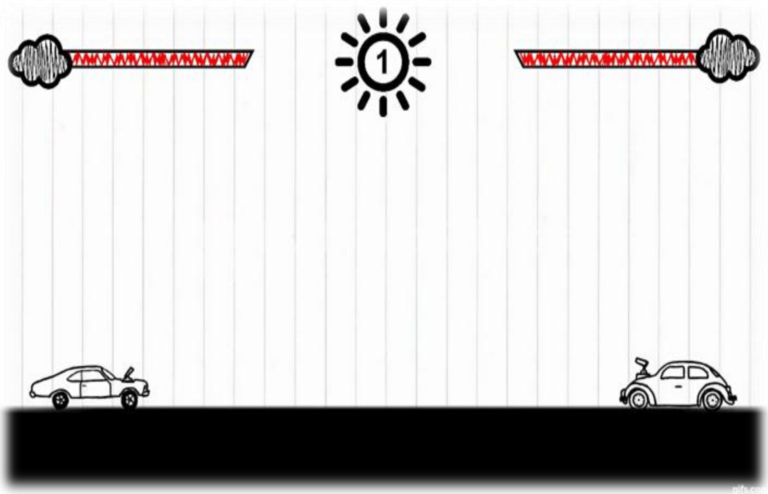
O desafio de assistir as aulas de modo a destinar os conteúdos ensinados na construção de um jogo permitiu aos cinco componentes do grupo do “ANGLE SHOOTER” usufruírem da game *engine Unity*, uma ferramenta “completa” e intuitiva que permite uma grande rapidez no desenvolvimento, oferecendo vários recursos para a criação de jogos eletrônicos. Para a criação

ISSN: 2526-8899

das imagens, o software *Photoshop,* caracterizado como editor de imagens bidimensionais foi utilizado.

A linguagem de programação usada no jogo foi "C#", linguagem padrão da *Unity*. Por meio do código do jogo "*timer += Time.deltaTime; transform. Translate (speedX * Time.deltaTime, speedY * Time.deltaTime,0); speedY*50*timer* Time.deltaTime; if (transform.position.y < -1.5) Destroy(gameObject)",* deu-se o comportamento do projétil, garantindo que todos os disparos dos jogadores formassem parábolas. As variáveis "*speedX*" e *"speedY"* controlaram a velocidade do projétil no eixo x e no eixo y, respectivamente. As duas variáveis começaram de modo a originar um valor fixo que foi multiplicado pelo tempo que o jogador segurava o botão de disparo. Para simular a gravidade, o projétil foi movimentado para baixo em sua trajetória, a variável *"speedY"* foi subtraída por "*timer"* (variável com um valor que aumentava conforme o tempo em que o projétil estava no ar, criando uma sensação de gravidade e peso). O comportamento do projétil foi programado apoiado no conceito de uma função quadrática e as trajetórias formaram parábolas em todos os lançamentos.

Figura 2: Interface de combate entre os dois jogadores.



Fonte: Autores (2019).

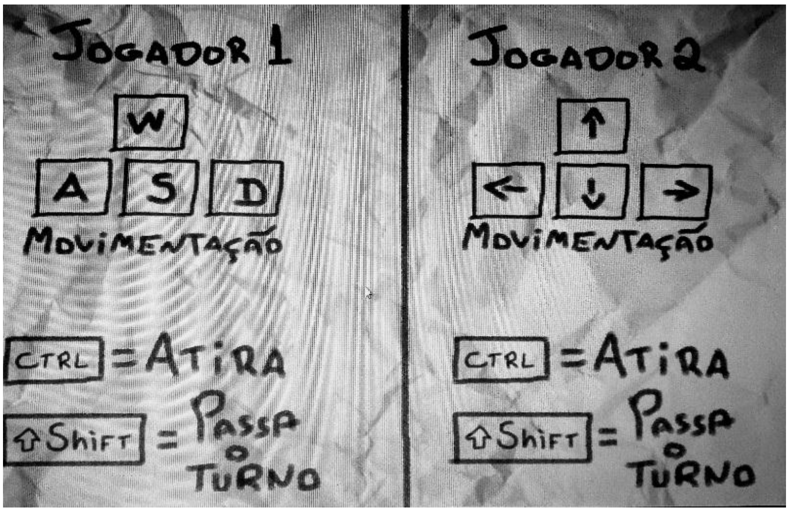
No jogo, têm-se dois carros atirando projéteis entre si, formando trajetórias parabólicas e com o objetivo de fazer a barra de vida do inimigo chegar a zero.

A situação de aprendizagem consiste em que o usuário possa compreender, por meio da repetição, os significados, a articulação entre o conhecido e o imaginado, desenvolvendo um autoconhecimento, regularidades e aproximações das teorizações do conceito de parábola. O jogo foi construído sob uma aparência de simplicidade, que de acordo com os autores "transmite

ISSN: 2526-8899

a impressão de que a inspiração para a construção ocorreu de forma espontânea e possível a qualquer aluno do curso, com um visual que parece ser desenhado a mão em uma folha de caderno, material utilizado em sala de aula e da cultura escolar.

Figura 3 – Comandos do Jogo



Fontes: Autores (2018)

O jogador pode perceber como as parábolas estão presentes na mecânica do jogo, valendo-se de conhecimentos contidos durante cada trajetória, como a altura máxima e os locais de partida e de chegada da curva.

Resultados da Revisão

Ao se pesquisar particularmente sobre os conteúdos pelos quais perpassam as funções do segundo grau, os elementos do grupo identificaram que poucos jogos tendem a dedicar-se ao tratamento de tal função, fato que interessou aos alunos do trabalho “ANGLE SHOOTER: um tiro de parábola no aprendizado da Matemática”. A construção de uma ferramenta a ser usada na disciplina de Cálculo envolveu características como a ludicidade, a liberdade de escolha, obediência às regras do jogo, a criatividade, a interatividade, a hipertextualidade, mas também resultou na possibilidade de interação entre prática, ferramenta e objetos de ensino, além do envolvimento com recursos que contribuíram para o processo de aprendizagem de conceitos específicos da Matemática.

De acordo com os participantes do trabalho apresentado, os conhecimentos que a princípio faziam parte de seus conceitos espontâneos a respeito do objeto de estudo e que eram oriundos de suas vivências e convivências, somaram-se a novos conceitos, já que as noções

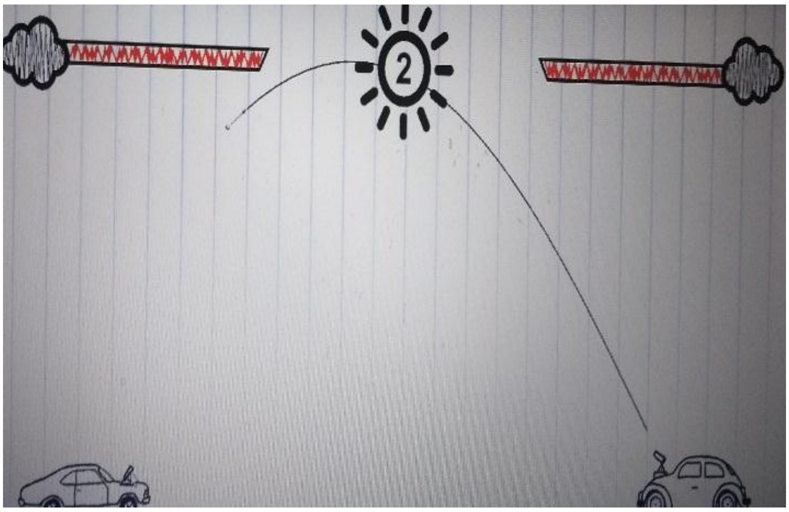
ISSN: 2526-8899

primárias sobre o conteúdo abordado não deram conta da construção do jogo proposto. A aquisição de conceitos científicos possibilitou realizações que não poderiam ser efetivadas somente com a disponibilização dos conceitos espontâneos até então acomodados pelos estudantes.

Os conceitos científicos não foram assimilados em sua forma já pronta, mas sim por um processo de desenvolvimento relacionado à capacidade de formação de conceitos, existente no e pelo sujeito.

Por meio das intervenções prévias deliberadas pelo professor e da autonomia dada aos alunos, houve um desencadeamento de processos que determinaram o desenvolvimento intelectual dos seus estudantes, a partir da aprendizagem dos conteúdos escolares que caminharam ao encontro dos conceitos científicos (SCHROEDER, 2007).

Figura 4: A Trajetória Parabólica em direção ao alvo



Fonte: Autores (2018)

Assim, por exemplo, a cada altura máxima realizada pela trajetória da curva para atingir o carro alvejado, associou-se à coordenada do ponto máximo (vértice) da função do segundo grau $y = ax^2 + bx + c$, ou, então, à derivada de primeira ordem da parábola ($y' = 0$). Além disso, às coordenadas da origem e da chegada da curva traçada para se obter o sucesso do jogo possibilitaram relações entre as raízes da função estudada no início do curso de Cálculo.

Considerações finais

ISSN: 2526-8899

Ao contemplar a fase de construção do jogo, a equipe envolvida também experimentou a apreensão de vários significados, de práticas, da interdisciplinaridade e da aplicabilidade de diversos saberes adquiridos ao longo do curso. Além da utilização de seus conhecimentos espontâneos, os alunos caminharam ao encontro dos conhecimentos científicos necessários à construção do jogo, fato que colaborou com a mudança de ideias a respeito da disciplina que, por causar medo, insegurança e desmotivação, tem provocado um número significativo de desistências ou reprovações durante o curso.

Como proposta futura, espera-se aplicar o jogo a alunos do curso como uma possibilidade de investigação relacionada a aspectos da aprendizagem e às interações dos conceitos matemáticos. Também é esperado que pedagogicamente o jogo possa ser utilizado para fins educacionais, circulando pelos diferentes níveis de ensino, visto que, o conteúdo abordado encontra-se nas cercanias e em contextos dos Ensinos Fundamental II, Médio e Superior.

Referências

ALVEZ, Marcia; BATTAIOLA, André**. Recomendações para ampliar motivação em jogos e animações educacionais.** Universidade Federal do Paraná. Salvador – BA, 2011. Disponível em <http://www.sbgames. org/sbgames2011/proceedings/sbgames/papers/art /short/92008.pdf > Acesso em: 06 de junho de 2018.

BARBOSA, Priscilla A.; MURAROLLI, Priscila L. **Jogos e novas tecnologias na educação.** Bacharel em Ciências da Computação pela FETECE. Pirassununga – SP. Disponível em <http://www.fatece.edu.br/ arquivos/arquivos%20revistas/perspectiva/ volume2/3.pdf > Acesso em: 06 de junho de 2018.

BELLEMAIN, F. **Geometria dinâmica**: diferentes implementações, papel da manipulação direta e usos na aprendizagem. In: GRAPHICA. São Paulo. 2001. Comunicação Gráfica no Século 21: Tecnologia, Educaçao e Arte. São Paulo: Associação Brasileira de Expressão Gráfica, 2001.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais do ensino médio**: Secretária de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1996.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais:** matemática. Secretária de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

ISSN: 2526-8899

BUENO, Fabrício. **Jogo Educacional para o Ensino de Estatística**. Universidade Federal da Fronteira Sul. Florianópolis - SC. Disponível em<http://www.sbgames.org/ sbgames 2010 /proceedings/culture/short/short8.pdf > Acesso em: 06 de junho de 2018.

EVANGELISTA , Tatiane da. Silva.; CALLIERO , Tais . ; AMORIN, Roni Geraldo Gomes ; NETO, A.F.S. MATH GAME: UMA ESTRATÉGIA LÚDICA PARA O ENSINO DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL EM CURSOS DE ENGENHARIA. **Revista de Ensino de Engenharia,** v. 37, n. 1, p. 57-65, 2018.

MIRANDA, Claudia Steffany da Silva. **Integrando Jogos Virtuais às Aulas se Matemática: uma experiência envolvendo conceito de ângulo**. 2012. 89 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Federal do Mato Grosso Sul. Campo Grande – MS. 2012.

PAPERT, Seymour. **A Máquina das Crianças**: Repensando a Escola na Era da Informática. Porto Alegre: Artmed Editora. 1993.

SCHROEDER, Edson. Conceitos espontâneos e conceitos científicos: o processo da construção conceitual em Vygotsky. **Atos de Pesquisa em Educação** – PPGE/ME FURB, v. 2, nº 2, p. 293-318, maio/ago 2007. Disponível em: <http://proxy. furb.br/ojs /index.php/atosdepesquisa /article/view/569/517>. Acesso em: 10 jul. 2018.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e linguagem.** São Paulo: Martins Fontes, 1987.

ISSN: 2526-8899

ENSINO DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA: PRÁTICAS REVELADAS POR PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Cristiane de Fatima Budek Dias[1]

Caroline Subirá Pereira[2]

Guataçara dos Santos Junior[3]

Resumo

Este artigo apresenta os resultados de um estudo realizado no ano de 2015, que tem como objetivo verificar as práticas referentes ao ensino de Probabilidade e Estatística de professores de um município paranaense. O estudo é recorte de uma pesquisa de Mestrado, do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia, que teve como intuito desenvolver um ambiente informatizado para o ensino de Probabilidade e Estatística. A coleta dos dados foi efetuada por meio de um questionário composto de perguntas abertas, a análise se deu com base nas interpretações dos autores e no referencial teórico estudado para a pesquisa. Os resultados apontam que, apesar de serem conteúdos propostos para os anos iniciais do Ensino Fundamental desde a década de 1990, a Probabilidade e Estatística ainda não estão consolidadas nas práticas docentes. Além disso, os dados revelam indícios de falta de conhecimento específico do conteúdo pelo professor dos anos iniciais.

Palavras-chave: Probabilidade; Estatística; Ensino; Professores.

Abstract

This article presents the results of a study conducted in the year 2015, which aims to verify the practices regarding the teaching of Probability and Statistics of teachers of a municipality of Paraná. The study is a cut of a Master's research, from the Graduate Program in Teaching of Science and Technology, that had as an intention to develop a computerized environment for the teaching of Probability and Statistics. Data collection was done through a questionnaire composed of open questions, the analysis was based on the authors' interpretations and the theoretical framework studied for the research. The results show that, despite being proposed contents for the initial years of Elementary School since the 1990s, Probability and Statistics are not yet consolidated in teaching practices. In addition, the data show evidence of lack of specific knowledge of the content by the teacher of the early years.

[1] Doutoranda em Ensino de Ciência e Tecnologia, Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR/Ponta Grossa. cristianed@alunos.utfpr.edu.br.
[2] Doutoranda em Ensino de Ciência e Tecnologia, Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR/Ponta Grossa. carolinepereira@alunos.utfpr.edu.br.
[3] Professor do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia, Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR/Ponta Grossa. guata@.utfpr.edu.br.

ISSN: 2526-8899

Keywords: Probability; Statistic; Teaching; Teachers.

Introdução

A atenção aos conteúdos de Probabilidade e Estatística é crucial nestes tempos em que as informações circulam rapidamente e em que conhecimentos básicos probabilísticos e estatísticos são fundamentais para a leitura da realidade. Observa-se que, frequentemente, são apresentadas ao cidadão um bombardeio de informações estatísticas sobre taxas de emprego e desemprego; de violência em suas diferentes formas; dos processos eleitoreiros; das melhores marcas de produtos para o consumo de qualquer que seja o gênero; do meio ambiente e muitas outras.

A veiculação dessas informações traz para o cotidiano das pessoas a linguagem probabilística e estatística. O cidadão, então, precisa ler e interpretar as informações para que possa tomar decisões coerentes no meio em que vive. É nesse sentido que, no final do século XX, Probabilidade e Estatística passam a fazer parte dos conteúdos curriculares nacionais para a Educação Básica, propondo-se já para os primeiros anos de escolaridade, alguns conhecimentos básicos sobre tais conteúdos. Essa inclusão se deu nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) em 1997, no qual os conteúdos referentes a essa temática são propostos no bloco Tratamento da Informação do documento de Matemática.

Essa inclusão um tanto tardia, acabou trazendo alguns obstáculos, relacionados diretamente às práticas docentes, visto que, muitos professores não tiveram uma sistematização dos conceitos estatísticos em sua formação escolar e profissional (GUIMARÃES et al., 2009), por isso é importante fazer uma análise das concepções, das práticas e das disposições docentes em relação à Probabilidade e Estatística.

Deste modo, este artigo apresenta os resultados de um estudo realizado no ano de 2015, para a verificação das práticas referentes ao ensino de Probabilidade e Estatística de professores de um município paranaense. O estudo faz parte de uma pesquisa de Mestrado que teve como intuito desenvolver um ambiente informatizado para o ensino de Probabilidade e Estatística.

Probabilidade e Estatística nos anos iniciais do Ensino Fundamental

ISSN: 2526-8899

Ao fazer uso de informações e representações estatísticas, os discursos, propagandas e notícias acabam ganhando credibilidade e, dificilmente, podem ser contestadas pelo cidadão (CASTRO; CAZORLA, 2007). As informações midiáticas veiculadas dessa maneira, passam a ideia de cientificidade, e podem esconder muitas intenções e finalidades, pois nem sempre são neutras. Assim, de acordo com Fernandes (2014, p.12), o cidadão pode até chegar a questionar a veracidade das informações, porém, “[...] normalmente não está instrumentalizado para contestar e contra-argumentar tais informações”.

Dessa forma, é indispensável que ao cidadão sejam possibilitadas condições para a leitura, a interpretação e a compreensão das informações estatísticas e probabilísticas, para que sejam capazes de reflexões críticas e de tomadas de decisão mais acertadas com base nos dados e, isso, indica a necessidade de que as crianças, como cidadãs, tenham acesso a esse conhecimento já na educação da infância, nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

No documento dos PCN está expresso que o intuito na abordagem da Estatística é de proporcionar ao estudante conhecimentos relativos à coleta, organização, comunicação e interpretação de dados (BRASIL, 1997). E, no que se refere à Probabilidade, a ênfase volta-se para o entendimento do aluno de que, grande parte dos acontecimentos cotidianos é de caráter essencialmente aleatório, havendo a possibilidade de identificação de prováveis resultados dessas situações.

Nos anos iniciais, “a classificação, a coleta, organização, análise e a interpretação de dados, a construção, variabilidade, diferentes escalas, diferentes tipos de gráficos e tabelas, o trabalho com correlações” são conceitos passíveis de trabalho e entendimento pelas crianças (OLIVEIRA 2012, p. 47). Vale lembrar que é a partir da abordagem desses conteúdos que se oportuniza aos estudantes dessa etapa educativa o desenvolvimento do raciocínio estatístico.

Em relação às práticas que podem favorecer experiências construtivas para o conhecimento em Probabilidade e Estatística, alguns autores apontam para abordagens alicerçadas na tecnologia, que trazem ganhos de tempo que favorecem as discussões sobre os dados conseguidos em pesquisas (BATENARO; DIAZ, 2013; BEN-ZVI, 2011).

Há também, indicação de trabalho com a resolução de problemas (LOPES, 2003) e com a investigação estatística. Uma abordagem pautada na investigação é favorável no sentido de oportunizar o mapeamento de temas interessantes aos estudantes e incidem sobre o conhecimento da realidade que os circunda (GRANDO; NACARATO; LOPES, 2014).

ISSN: 2526-8899

Neste sentido, entende-se que são diversos os conteúdos e as práticas[4] que podem ser realizadas nos anos iniciais do Ensino Fundamental e que, é importante que os professores tenham conhecimento do currículo e que diversifiquem suas práticas para que a aprendizagem se efetive.

Metodologia

Esta é uma pesquisa descritiva, pois busca identificar, relacionar e descrever os fatos (GIL, 2008). A análise dos dados foi realizada de forma interpretativa, com base nos conhecimentos dos autores e no referencial teórico estudado. Para verificar as práticas referentes ao ensino de Probabilidade e Estatística dos professores do munícipio em que o estudo foi realizado, aplicou-se um questionário composto por perguntas abertas, nos quais foram questionados aspectos relativos à formação, tempo de atuação, ano (turma) em que lecionam e questões específicas sobre o trabalho realizado com os conhecimentos do bloco de conteúdos Tratamento da Informação (Estatística, Probabilidade e Combinatória).

O instrumento foi aplicado a 37 professores(as) de seis escolas da rede municipal de ensino, sendo que o mesmo foi entregue a professores de escolas de diferentes regiões do município. Para facilitar a descrição e análise dos dados e com o intuito de preservar o anonimato dos docentes, os mesmos estão identificados pela letra P seguida de um número (P1; P2; P3; até P37). Foram elencadas quatro categorias de análise (Quadro 1).

Quadro 1 – Categorias de Análise

Categorias	**Descrição**
Atividades de Probabilidade e Estatística	Trata do desenvolvimento ou não de atividades envolvendo os conteúdos de Probabilidade e Estatística.
Estratégias didático-pedagógicas	Traz discussões sobre as estratégias didático-pedagógicas utilizadas para o desenvolvimento das Atividades de Probabilidade e Estatística.
Recursos utilizados e uso de tecnologias	Trata dos recursos apontados pelos professores no trabalho com probabilidade e estatística.
Dificuldades encontradas	Apresenta as principais dificuldades elencadas pelos docentes.

Fonte: Autoria própria.

Na discussão de cada uma dessas categorias foram selecionados os excertos que mais a representam para ilustrar os dados coletados. Na sequência, é apresentada a análise dos resultados dentro de categoria.

[4] Outros apontamentos específicos sobre o currículo e prática podem ser obtidos em Dias; Silva e Santos Junior (2017) e em Dias (2016).

ISSN: 2526-8899

Atividades de Probabilidade e Estatística

A maioria dos professores (84%) mencionaram trabalhar com os conteúdos de Probabilidade e Estatística em suas aulas. Entretanto, fica aparente a confusão ao que se refere o bloco de conteúdos Tratamento da Informação: *"Sim, a informação é uma prática para novos conhecimentos e novas aprendizagens" (P30).*

Dos respondentes que mencionam não trabalhar com os conteúdos relativos à Probabilidade e Estatística, merece destaque a justificativa de P13: "*Esses conteúdos são trabalhados a partir do 5º ano. Estou com uma turma de 4º ano".* Esse relato pode indicar o desconhecimento do currículo, que é apontado por Shulman (1986) como um conhecimento base para o professor.

Quando se trata dos conteúdos referentes à Probabilidade e Estatística trabalhados pelos professores que apontam realizar essa prática, identificou-se muitos conteúdos não específicos dessa temática: "*Área de língua portuguesa e matemática.(P8).";* "*Cálculo mental" (P26); "Vogais, consoantes, encontros vocálicos, dificuldades ortográficas e formas geométricas, produções..."(P35),* entre outras. Percebe-se que muitos respondentes acabaram mencionando alguns conteúdos que trabalham diariamente com os alunos e/ou conteúdos dos demais blocos dos PCN (1997).

Em relação aos conteúdos trabalhados, os que apresentam maior frequência nas respostas dos professores são gráficos e tabelas. Entretanto, as respostas não deixam claro se os professores trabalham com a leitura, interpretação ou construção dos mesmos. Também, não há uma descrição clara dos tipos de gráficos e tabelas que estão sendo abordadas. Apenas uma das respostas é transparente nesse aspecto: "*Construção de tabelas (simples e de dupla entrada), gráficos (barras e colunas)" (P12).* A coleta de dados, a produção de texto a partir de representações estatísticas e a abordagem do número enquanto código na organização de informação são os conteúdos que se apresentam com menor frequência.

Verificou-se a ausência de alguns conteúdos como: "Obtenção e interpretação de média aritmética"; "Exploração da ideia de probabilidade em situações-problema simples, identificando sucessos possíveis, sucessos seguros e as situações de "sorte""; "Utilização de informações dadas para avaliar probabilidades; Identificação das possíveis maneiras de combinar elementos de uma coleção e de contabilizá-las usando estratégias pessoais"

ISSN: 2526-8899

(BRASIL, 1997); "Interpretação de gráficos e tabelas para a identificação de características previsíveis ou aleatórias de acontecimentos" (PONTA GROSSA, 2015).

Estratégias didático-pedagógicas

Notou-se uma alta frequência de práticas alicerçadas apenas no livro didático. Ribeiro (2007) afirma que essa prática acaba fazendo com que os professores tenham uma visão tecnicista da Estatística, pois, esse instrumento dá ênfase nas técnicas e procedimentos em detrimento dos componentes do conhecimento estatístico.

Em contrapartida, um ponto positivo observado são as práticas voltadas à coleta, organização e representação dos dados. Esse aspecto é ressaltado por autores como Grando, Nacarato eLopes (2014); Guimarães (2014) e pelo PCN (1997). O trabalho com as situações-problema, também, revela-se como uma prática bastante frequente e é defendido por Lopes (2003). As experimentações não são tão frequentes nas práticas dos professores pesquisados, contudo, também se fazem presentes: "*Em 2014 levei para turma um pacote de amendoim colorido. Cada aluno tirou com uma colher uma quantidade, repetimos. Cada aluno somou quantos amendoins pegaram, somamos os resultados no quadro, e verificamos quem se aproximou da quantidade certa que havia no pacote" (P9).*

Os PCN (1997) referem-se a um trabalho em que os alunos sejam levados a observar situações e fenômenos naturais no cotidiano e essa prática é evidenciada por meio do seguinte relato de P18: *"Gráfico do tempo: diariamente anotar no início da aula como está o tempo (ensolarado, nublado, chuvoso), no final do mês, fazer um levantamento de quantos dias ensolarados, qnts nublados, qnts chuvosos e elaborar o gráfico de barras com cores: cinza nublado, amarelo ensolarado, azul chuvoso, por exemplo".* Essa prática é revelada por um respondente que atua no 1º ano. O que indica que é possível uma prática contextualizada e de acordo com a faixa etária da criança. Ademais, acredita-se que muitas outras discussões a respeito do gráfico construído com os alunos também podem ser desencadeadas, levando às primeiras noções probabilísticas.

A prática da produção textual não se revela tão frequente entre os professores respondentes do questionário. Sugerida, tanto nos PCN (1997), como nas diretrizes municipais, apresenta um índice muito pequeno de trabalho pelos professores. Sabe-se que escrever sobre os dados é fundamental para que as habilidades de leitura e escrita dos alunos sejam desenvolvidas (GRANDO; NACARATO e LOPES, 2014).

ISSN: 2526-8899

Recursos utilizados e uso de tecnologias

Da mesma forma que a análise das práticas indica um trabalho frequentemente vinculado ao livro didático, a análise das respostas em relação aos materiais utilizados não se revela contrária. O livro didático se sobrepõe aos demais recursos (46%). Os materiais manipuláveis (34%), embora muito utilizados não apresentam evidência tão significativa. São tímidas as práticas que demonstram a utilização de recursos como os jogos (8%), as mídias impressas (4%) (revistas, jornais) e a literatura (8%). Esses são recursos importantes que poderiam ser melhor explorados pelos professores. O trabalho com dados reais e com as mídias impressas é indicado pelos PCN (1997), pois são fontes importantes no cotidiano das crianças.

Algumas questões do instrumento, trataram especificamente do uso de TIC para o ensino de Probabilidade e Estatística. Percebeu-se que, entre os professores que abordam esses conteúdos em suas aulas, 55% dos respondentes não faz uso de tais recursos. Em 42% das respostas são evidenciados essa utilização, entretanto, em apenas uma das respostas em que deveriam descrever como trabalham esses conteúdos em suas aulas está exposto o uso da *Internet* como recurso.

Das justificativas para a não utilização de TIC alguns respondentes apontaram: "*Não, por não saber utilizá-los, caso contrário trabalharia"(P1).* Essa justificativa dá indícios do interesse do professor, que acaba esbarrando na falta de preparo para uso de recursos tecnológicos em suas aulas. Esse indício, sugere que práticas formativas nesse sentido sejam mais frequentes e eficazes. Esse desconhecimento sobre as tecnologias é apontado por Freitas (2010), sendo que isso pode gerar, tanto trabalhos ineficazes com os recursos disponíveis, como uma "fuga" aos mesmos.

Sobre os recursos mais utilizados, entre aqueles professores que mencionam fazer esse uso, estão o computador (28%), a calculadora (28%), os recursos de áudio e vídeo (16%), a multimídia (17%) e as planilhas eletrônicas (11%). O computador é um dos recursos mais utilizados, considerando que as planilhas eletrônicas são parte desse recurso. A calculadora, igualmente, merece destaque, pois a pesquisa aponta que esse recurso, ainda, é tido como uma das principais tecnologias para o trabalho com conceitos matemáticos. Talvez isso se deva ao fácil acesso e às orientações presentes nos documentos oficiais, que propõem que práticas com esse recurso sejam realizadas nas escolas (PONTA GROSSA, 2015; BRASIL, 1997).

ISSN: 2526-8899

Dificuldades encontradas

A maioria dos professores (55%) mencionou ter alguma dificuldade no trabalho com a Probabilidade e Estatística, em contrapartida 39% apontaram que não possuem nenhuma dificuldade ao trabalhar o tema em suas aulas e 6% não rsponderam. O estudo de Colodel e Brandalise (2010) evidencia aspecto semelhante ao indicar que o bloco de conteúdos Tratamento da Informação é um dos campos da Matemática em que os professores sentem mais dificuldade para trabalhar.

Entretanto, na análise das dificuldades apontadas pelos professores que as possuem, verifica-se que 59% das dificuldades estão relacionadas aos alunos; 29% aos professores (eles próprios) e 12% à escola (em relação a recursos didáticos para o trabalho). Das dificuldades relacionadas aos alunos, estão elencadas as dificuldades de aprendizagem; de interpretação; as dificuldades na transposição de dados de textos e/ou problemas para tabelas e gráficos; a falta de conhecimentos prévios sobre o assunto; dificuldades quando as representações possuem porcentagem; falta de maturidade dos alunos; a realidade dos mesmos; entre outras. O argumento: "*Algumas vezes sim, porquê falta conteúdos básicos, que são os preliminares, é difícil aprender algo, quando não tem-se pré-requisitos para aprender" (P5),* delega a responsabilidade aos pré-requisitos necessários aos alunos, ou seja, aos conteúdos anteriores necessários. Esse aspecto é apontado por Bianchini e Nehring (2015) em seu estudo.

Dentre as dificuldades relacionadas ao próprio trabalho docente, ou seja, à sua prática, os professores relatam a falta de conhecimento dos recursos disponíveis; a complexidade do tema; a falta de conhecimentos prévios e mais aprofundados sobre o assunto; entre outras. Esses resultados podem transparecer a falta de conhecimento dos professores em relação ao conteúdo e aos recursos que são possíveis de utilização em suas aulas.

Em relação às dificuldades elencadas como da "escola", está a falta de recursos didáticos. Os professores reconhecem que o livro didático é bastante limitado e acaba não permitindo um trabalho mais aprofundado: "*Uma das dificuldades é o fato de não ter os recursos citados acima, porque nos livros são poucas atividades que tem relacionados a isso e o que se tem ainda é fora da realidade deles" (P17).*

Partir da coleta de dados reais e do cotidiano dos alunos parece ser a forma encontrada por alguns professores que relatam não sentir dificuldades na abordagem dos conteúdos: "*Não, pois a coleta de dados é sobre fatos existentes no dia a dia" (P23).* Argumentos semelhantes

ISSN: 2526-8899

são observados em Colodel e Brandalise (2010), revelando que faz sentido uma prática em que a investigação da realidade permeie todo o trabalho.

Considerações Finais

Verifica-se na prática docente revelada pelos professores pesquisados que, muitos declaram trabalhar os conteúdos referentes à Probabilidade e Estatística, porém, com práticas alicerçadas, frequentemente, no Livro Didático, sem aprofundamentos e reflexões mais amplas com os alunos sobre as tomadas de decisão com base em dados.

Além disso, a compreensão sobre os conceitos de Probabilidade e Estatística observada nas respostas ao questionário, revela indícios da necessidade de formação específica de conteúdo sobre a temática, pois, muitas respostas indicam certa confusão em relação aos conhecimentos probabilísticos e estatísticos.

Referências

BATANERO, C.; DÍAZ, C. (Org.) **Estadística con proyectos.** Departamento de Didáctica de la Matemática Facultad de Ciencias de la Educación Universidad de Granada, 2013.

BEN-ZVI, D. Statistical reasoning learning environment. **EM TEIA – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana,** v. 2, n. 2, 2011.

BIANCHINI, D. F.; NEHRING, C. M. Formação continuada no PNAIC: foco em atividades de estatística. Anais do XII Encontro Gaúcho de Educação Matemática, 12, Porto Alegre (RS), 2015.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática, 1º e 2º ciclos do ensino fundamental. Ministério da Educação. Secretaria do Ensino Fundamental. Brasília, DF, 1997.
CASTRO, F. C.; CAZORLA, I. M. O papel da estatística na leitura do mundo: o letramento estatístico. **Publicatio UEPG Ciências Humanas, Ciências Sociais Aplicadas, Linguística, Letras e Artes, Ponta Grossa**, v. 16, n.1, p. 45-53, jun. 2008.

COLODEL, D. L.; BRANDALISE, M. A. T. Tratamento da informação nos anos iniciais do ensino fundamental: entre concepções e práticas. In: Anais Erematsul, 2010.

FERNANDES, R. J. G. **Estatística e probabilidade: uma proposta para os anos iniciais do ensino fundamental.** 2014. 194 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciência e Tecnologia) – Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2014.

ISSN: 2526-8899

FREITAS, M. T. Letramento digital e formação de professores. **Educação em Revista**, Belo Horizonte, v. 26, n. 3, dez. 2010.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GRANDO, R. C.; NACARATO, A. M.; LOPES, C. E. Narrativa de Aula de uma Professora sobre a Investigação Estatística. **Educação & Realidade**, v. 39, n. 4, 2014.

GUIMARÃES, G. **Estatística nos anos iniciais**. Salto para o Futuro. Ano XXIV - Boletim 6 - SETEMBRO 2014.

GUIMARÃES, G.; GITIRANA, V.; MARQUES, M.; CAVALCANTI, M. R. A educação estatística na educação infantil e nos anos iniciais. **Zetetiké**, Cempem – FE – Unicamp – v. 17, n. 32 – jul/dez – 2009.

LOPES, C. A. E. **O conhecimento profissional dos professores e suas relações com estatística e probabilidade na educação infantil.** 2003. 281 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, 2003.

OLIVEIRA, P. N. **A provinha Brasil de matemática e o conhecimento estatístico: instrumento avaliativo a ser utilizado pelo professor?** 2012. 158f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco. Recife, 2012.

PONTA GROSSA. **Diretrizes curriculares**: ensino fundamental. Prefeitura Municipal de Ponta Grossa, Secretaria Municipal de Educação. Ponta Grossa/PR, 2015.

RIBEIRO, J. O. **Leitura e interpretação de gráficos e tabelas: um estudo exploratório com professores.** 2007. 174 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Centro de Ciências Exatas e Tecnologia, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2007.

SHULMAN, L. S. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, Washington (EUA), v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.

ISSN: 2526-8899

O PAPEL DE UM CENÁRIO INTERATIVO NO ENSINO DE MATEMÁTICA POR MEIO DA ROBÓTICA EDUCACIONAL

Edvanilson Santos de Oliveira [1]

Patrícia Sândalo Pereira [2]

Abigail Fregni Lins [3]

Resumo

O presente trabalho revela os primeiros anos de introdução da Robótica Educacional (RE) em uma escola pública localizada na cidade de Campina Grande, Paraíba, destacando a criação de um ambiente robótico para desenvolvimento de aulas práticas de Matemática. A pesquisa de campo foi realizada com alunos do 8º ano do Ensino Fundamental, em que buscamos identificar de que maneira essas relações, desenvolvidas a partir de um ambiente interativo, podem mobilizar o potencial de aprendizagem. Para tanto, utilizamos como aporte teórico a Robótica Educacional (RE), suas características e seus aspectos conceituais relacionados a Teoria da Relação com Saber, a qual está imbricada em estudos advindos de algumas áreas do conhecimento humano, como Antropologia, Sociologia e Psicologia. Neste caminhar, apresentamos o processo de construção de um cenário interativo, realizado a partir de um trabalho colaborativo com professores e alunos de graduação em Matemática, partícipes de um projeto maior, em rede, OBEDUC/CAPES, entre as instituições UFMS, UEPB e UFAL. Analisamos o registro dos alunos, nossos sujeitos, a partir de questionários, vídeos, áudios e resolução de atividades com robôs, além de observarmos os participantes no *locus* da pesquisa. A partir dos resultados, podemos afirmar que a Robótica Educacional, aliada a uma proposta didática adequada, pode vir a promover mudanças significativas na sala de aula.

Palavras-chave: Cenário Interativo; Robótica Educacional; Relação com o Saber.

Abstract

The present work reveals the first years of introduction of Educational Robotics (RE) in a public school located in the city of Campina Grande, Paraíba, highlighting the creation of a robotic environment for the development of practical classes in Mathematics. Field research was carried out with students from the 8th year of elementary school, in which we sought to identify how these relationships developed from an interactive environment can mobilize the learning potential. For that, we use as theoretical contribution to Educational Robotics (RE), its characteristics and its conceptual aspects related to Theory of Relation with Knowing, which is imbricated in studies coming from some areas of human knowledge, such as Anthropology,

[1] Universidade Federal do Mato Grosso do Sul - UFMS. Email. edvanilsom@gmail.com
[2] Universidade Federal do Mato Grosso do Sul - UFMS. Email. sandalo.patricia13@gmail.com
[3] Universidade Estadual da Paraíba - UEPB. Email. bibilins@gmail.com

ISSN: 2526-8899

Sociology and Psychology. In this walk, we present the process of constructing an interactive scenario, based on a collaborative work with professors and undergraduate students in Mathematics, participating in a larger network project, OBEDUC / CAPES, between UFMS, UEPB and UFAL institutions. We analyzed the students' registration, our subjects, from questionnaires, videos, audios and resolution of activities with robots, besides observing the participants in the locus of the research. From the results, we can affirm that Educational Robotics, coupled with an adequate didactic proposal, can promote significant changes in the classroom.

Keywords: Interactive Scenario; Educational Robotics; Relationship with Knowing.

Introdução

O objetivo do presente trabalho é refletir sobre as primeiras experiências de estudantes com a Robótica Educacional (RE) através da utilização de um ambiente robótico construído para o ensino-aprendizagem da Matemática. Neste período, o Governo do Estado da Paraíba proveu 150 Laboratórios de Robótica compostos por Kits Tecnológicos. Um dos principais motivos que motivaram a inserção da RE nas escolas está relacionado ao baixo Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB).

Nossa pesquisa está inserida em um Projeto maior intitulado Trabalho Colaborativo com Professores que Ensinam Matemática na Educação Básica em Escolas Públicas das Regiões Nordeste e Centro-Oeste, que nasce também no mesmo período. Uma equipe formada por professores da Educação Básica, Mestrando e pesquisadores Doutores, desenvolveram um ambiente robótico para aplicação de aulas práticas de Matemática. Tal Projeto estava vinculado ao Programa Observatório da Educação/CAPES.

Sob a ótica da Tecnologia Educativa articulada à Educação Tecnológica, no contexto específico da Educação Matemática, Oliveira e Lins (2014) realizaram um mapeamento da produção cientifica sobre Robótica Educacional e o ensino de Matemática na base de dados da Capes entre os anos de 1998 a 2012, identificando que a Robótica na Educação Matemática não se constitui como um tema frequentemente estudado pelos pesquisadores brasileiros, apesar das pesquisas revelarem as inúmeras possibilidades didáticas e a relevância na produção de sentido e significado no uso deste tipo de tecnologia no âmbito educacional.

Robótica Educacional

ISSN: 2526-8899

A Robótica Pedagógica, Robótica Educacional ou Robótica Educativa consiste basicamente nos processos de ensino e aprendizagem por meio da montagem e programação de sistemas constituídos por microcontoladores. Neste sentido, Campos (2011) afirma que é possível encontrarmos os diferentes termos citados anteriormente relacionados aos seguintes tópicos:

Objeto robótico: o conceito tem relação direta aos kits (hardware) de robótica;

Espaço físico/laboratório: Apesar da semelhança ao item anterior, a ênfase está no processo cognitivo que o ambiente físico proporciona, englobando os espaços, as atividades e relações que se estabelecem;

Projeto específico: Tem sua característica fundamentada em projetos isolados no desenvolvimento de algum tema especifico;

Metodologia: Este item destaca a utilização deste como recurso metodológico, ou seja, ênfase na prática pedagógica.

Portanto, apesar de percebermos a existência de diferentes significados correspondente ao uso das expressões Robótica Pedagógica, Robótica Educacional ou Robótica Educativa, para nossa pesquisa faremos uso da expressão Robótica Educacional, pois compreendemos que a Robótica é um recurso tecnológico no qual através de um software com interface gráfica amigável e peças de montar, os alunos são inseridos em um mundo novo, com possibilidades de produzir conhecimento nas áreas de Engenharia Mecânica, Engenharia Eletrônica, Inteligência Artificial entre outras, inclusive a exploração de conteúdos presentes no currículo do ensino regular. Para Marchand (1991, p. 119):

> Robótica Educacional é principalmente a aquisição de habilidades gerais e cientificas em áreas como Ciências Experimentais e tecnologia, mas também pode ser utilizada em outras áreas. São caracterizadas pelo uso pedagógico do computador, modelação, análise e controle de vários processos físicos. Os robôs educacionais podem assumir muitas formas que vão desde um simples software que através de um dispositivo controla um determinado objeto até o controlador "inteligente" [4].

De acordo com esse contexto, a inserção da RE em sala de aula requer do professor uma prática reflexiva, crítica e criativa, de modo a contribuir para a construção de propostas didáticas contextualizadas, que possam articular os conteúdos presentes no currículo, ao uso da RE para resolução de problemas do cotidiano, promovendo sentido e significado nos processos de ensino.

[4] Tradução feita pelo autor.

ISSN: 2526-8899

A Teoria da Relação com o Saber

A Teoria da Relação com Saber imbrica estudos advindos de algumas áreas do conhecimento humano, como Antropologia, Sociologia e Psicologia, tendo como autor, o pesquisador Charlot. A Relação com o Saber, como define Charlot (2005), é a relação com o mundo, com o outro e consigo mesmo de um sujeito confrontado com a necessidade de aprender. O essencial é que o aluno se aproprie de conhecimentos que tenham sentido para ele e que, ao resolverem questões ou problemas, apropriem-se do conhecimento. Ainda no sentido do prazer em aprender, Charlot (2013) menciona o depoimento de um aluno francês, que disse: Na escola eu gosto de tudo, menos das aulas e dos professores. Fica evidente, nesse caso, que a escola tem um sentido para o aluno, mas esse sentido não está vinculado ao aprender. Não há prazer e, se não há prazer, não há sentido no aprender.

Na teoria de Charlot, o sujeito é, ao mesmo tempo, um ser humano singular e social. Assim, "não há saber que não esteja inscrito em relações de saber" (CHARLOT, 2000, p. 63), levando o autor a assumir a postura de que a educação deveria ter como objeto os processos os quais levam o sujeito a adotar uma relação com o saber, e não apenas a acumulação de conteúdos intelectuais.

Outro ponto importante que Charlot traz em sua teoria é ação do professor e a mobilização pessoal do aluno na realização de uma atividade. Se o professor não oferecer ao aluno um ensino (pedagogia mais tradicional) ou situação (pedagogia mais construtivista) que o conduza a apropriação de um determinado saber ou construí-lo, o processo de ensino-aprendizagem fracassa.

Quanto ao processo de escolarização, Charlot (2009) discute acerca da mobilização, atividade e sentido no aprender: "para haver atividade, a criança deve mobilizar-se, para que se mobilize, a situação deve apresentar um significado para ela" (CHARLOT 2000, p. 54).

De acordo com Charlot (2013), ninguém aprende sem desenvolver uma atividade intelectual. Ao fazer menção aos trabalhos de Leontiev, colaborador de Vygotsky, explica que uma atividade é uma série de operações, com um motivo e um objetivo. Por que faço isso? É o motivo. Para que faço isso? É o objetivo. Como atingir esse objetivo? Realizando ações, que requerem operações. Uma determinada atividade tem eficácia e sentido. Ela é eficaz quando as operações permitem chegar ao resultado visado. O sentido da atividade, de acordo com

ISSN: 2526-8899

Leontiev, depende da relação entre o motivo e o objetivo. Quando ambos coincidem é mesmo uma atividade; senão, é apenas uma ação.

Encaminhamento Metodológico

Esta pesquisa foi realizada de acordo com uma abordagem qualitativa, em que a fonte direta de dados é o ambiente natural, na qual o pesquisador é o instrumento principal:

> Os investigadores qualitativos estão continuamente a questionar os sujeitos de investigação, como objetivo de perceber aquilo que eles experimentam, o modo como eles interpretam as suas experiências, o modo como eles próprios estruturam o mundo social em que vivem (BOGDAN; BICKLEN 1994, p. 51).

A respectiva experiência foi realizada em uma Escola da rede pública de ensino, localizada em um bairro da periferia da cidade de Campina Grande, Paraíba. Um dos motivos dessa escolha, foi o de possibilitar por meio da Robótica Educacional a inclusão sócio digital dos partícipes investigados.

Os alunos (17 participantes) realizaram Atividades Teóricas e Práticas, contudo, no presente artigo, selecionamos os registros com o olhar para as atividades práticas desenvolvidas no cenário interativo, com o objetivo de identificarmos suas relações com a RE, bem como investigarmos a importância do cenário no processo de construção de saberes matemáticos.

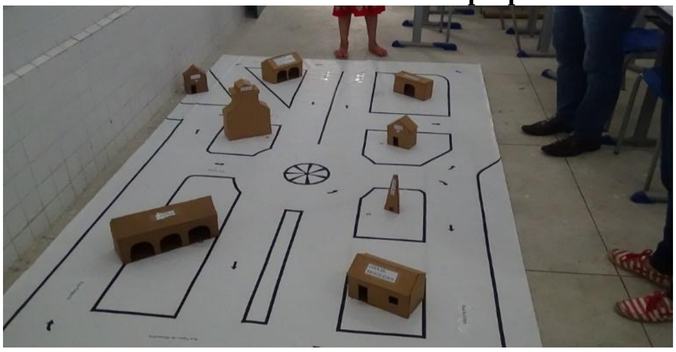
Construção do Cenário Interativo

Como discutido anteriormente, a construção do cenário interativo e de propostas didáticas foram desenvolvidas com contribuições dos membros da equipe do Projeto OBEDUC/CAPES Núcleo UEPB denominada *Robótica na Educação Matemática*. As atividades desenvolvidas e propostas versaram sobre Geometria Plana e Raciocínio Proporcional com auxílio da RE. Tendo em vista a ausência de atividades específicas, que explorem conteúdos matemáticos utilizando robôs, adaptamos algumas atividades para aplicações com o uso da RE explorando o Raciocínio Proporcional com base em Van de Walle (2009).

A equipe construiu um cenário sobre um tapete com ruas e casas representando um bairro, conforme Figura 1:

ISSN: 2526-8899

Figura 1. Cenário interativo construído, conteúdos ruas e obstáculos (casas), onde o robô deveria se locomover e resolvendo desafios propostos



Fonte: Elaborado pelo autor

As atividades realizadas na pesquisa simularam situações do cotidiano, em que a construção e programação de robôs poderiam auxiliar moradores do bairro, como por exemplo: construir e programar um robô, para auxiliar no transporte de água, tendo em vista que esta é uma atividade comum na região, principalmente no período de seca no sertão nordestino.

Resultados

À luz da Teoria da Relação com o Saber, procuramos refletir através dos registros advindos dos instrumentos de coletas de dados, de que maneira cada sujeito categoriza e organiza suas ideias relacionadas à aprendizagem de conteúdos matemáticos através do desenvolvimento de atividades práticas realizadas em um cenário interativo para uso da RE. Apesar de aplicarmos a pesquisa com dezessete alunos, selecionamos como partícipes deste estudo, os alunos que participaram integralmente de todas as etapas de coletas de dados, totalizando cinco alunos. Com o objetivo de preservar suas identidades, utilizaremos os nomes Pedro, João, Tiago, Marta e Maria.

Ao término da utilização das atividades práticas realizadas no cenário interativo, buscamos obter provas detalhadas das situações sociais, solicitando aos sujeitos que dissertassem sobre duas questões:

1) Descreva o que mais ou menos gostou das atividades de robótica em sala de aula?

> Pedro: Que foi muito interessante e que aprendi muita coisa de quantos quilômetros um carrinho gasta para ir às casas e o que eu menos gostei foi de nada.
> João: Gostei mais do novo desenvolvimento na prática por robôs por aprender a Matemática melhor isso é muito bom e o que eu não gostei, gostei de tudo.
> Tiago: Gostei de quase tudo, <u>menos a parte de montar a jarra</u>, o resto é excelente. (grifo nosso)

ISSN: 2526-8899

> Marta: Mais gostei: Aprendi na diversão. Menos gostei: Os questionários. (grifo nosso)
> Maria: Eu gostei muito dos robôs, é muito legal. Eu não gostei porque acabou.
> Fonte: Transcrição do protocolo de pesquisa

Antes de iniciarmos nossa análise achamos conveniente nos reportarmos a uma entrevista concedida a Charlot por uma estudante francesa durante suas pesquisas com o saber e estudantes de classes populares:

> O Francês, aquelas coisas de subordinadas, eu não entendo mais nada. O inglês é sempre igual. A gramática, a História, Hitler e a cambada toda me enchem a cabeça, é sempre igual, não muda nunca. Eles nos explicam. História são coisas que aconteceram antes do meu nascimento. Não estava nem aí, ninguém nem vivia e, além do mais, ninguém, vivia, não se pode verificar se é verdadeiro ou se são mentiras. São coisas velhas [...]. Eles nos ensinam História, tudo bem, é legal durante uma hora, duas horas, três horas, tudo bem! Mas, um ano inteiro não é possível, eu não consigo suportar (CHARLOT, 2002, p. 26).

Ao analisarmos o depoimento da aluna, percebemos que a relação estabelecida por ela se constitui de um sentimento de rejeição ao que é proposto pela escola. Para Charlot (2002), a aluna não possui uma ligação com a escola, na verdade de fato nunca entrou na escola, apesar de estar presente nas aulas de diversas disciplinas. Com base neste discurso, Charlot (2002) discute a importância dos processos escolares mudarem esse tipo de relação estabelecida pela aluna, caso contrário, esta relação pode desencadear no fracasso escolar, pois implica, utilizando o conceito bachelardiano, em um obstáculo pedagógico ao processo de aprendizagem. Enquanto a aluna não estabelecer relações com o saber, que denotem a importância na construção social e singular do sujeito, sua atividade racional pode ser obstruída, constituindo em um obstáculo epistemológico.

Nesta perspectiva, ao confrontarmos a entrevista da aluna francesa com os registros dos nossos sujeitos, percebemos uma perspectiva de aceitação a RE na escola. As relações estabelecidas não indicam a RE como um obstáculo epistemológico, pelo contrário, podemos inferir que a RE pode vir a se constituir em um aporte pedagógico com potencial significativo ao conceber a escola em um espaço rico para construção do conhecimento, de modo prazeroso.

Entretanto, destacamos dois aspectos citados por Tiago e Marta, os quais afirmam não ter gostado. Tiago menciona a construção da jarra, atividade realizada na proposta didática, e que as equipes não tiveram êxito na construção de uma jarra com mesma proporção ou proporção diferente com peças do Kit de RE. A dificuldade apresentada pelos alunos de um modo geral, pode ser atribuída ao pouco contato que os alunos tiveram com o Kit de RE e suas

ISSN: 2526-8899

peças, e que o recomendado é que os sujeitos possam ter um tempo maior para explorar e (re) conhecer os materiais disponíveis antes de realizar construções, caso contrário, o sentimento de insucesso pode se tornar em um obstáculo epistemológico.

Marta afirma não ter gostado dos questionários. Os questionários em nossa pesquisa foram indispensáveis para análise das relações estabelecidas com a RE e o raciocínio proporcional, objetos do presente estudo, todavia, para Marta, os questionários não lhes apresentaram sentido, como também, muitas atividades escolares podem em alguns momentos ter sentido apenas para o professor.

Propiciar um ambiente em que as atividades tenham sentido para o aluno é o grande desafio nas práticas educativas, sendo assim, os resultados obtidos na próxima questão revelam o sentido concedido pelos alunos à aprendizagem Matemática com o uso da Robótica.

A seguir apresentamos o segundo questionamento:

2) Você acha que aprendeu Matemática com o uso da Robótica? Como? Explique.

> Pedro: Sim, pois com a Robótica a Matemática é muito mais útil e é uma aprendizagem com brincadeiras.
> João: Sim, pois tínhamos mais prática e facilidade ao aprendermos a manusear o robô.
> Tiago: Sim, porque nós tínhamos que calcular a saída e a chegada dos robôs.
> Marta: Acho que sim. Foi preciso calcular o tempo de o robô ir até a jarra de suco.
> Maria: Sim, com os robôs e quando eu botava nos blocos A, B, C e etc.
> Fonte: Transcrição do protocolo de pesquisa

De acordo com Charlot (2013), ninguém aprende sem desenvolver uma atividade intelectual, e por isso o autor toma como referência os trabalhos de Leontiev, colaborador de Vygotsky, explicando que uma atividade é uma série de operações com um motivo e um objetivo. O porquê faço isso? É o motivo. Para que faço isso? É o sentido. Como atingir esse objetivo? Realizando ações, que requerem operações.

Os sujeitos investigados afirmam achar ter aprendido Matemática, esta auto - avaliação nos remete ao motivo da atividade. Ao solicitarmos que expliquem procuramos encontrar o sentido concedido pelo aluno na atividade realizada. Todos os sujeitos de modo geral atribuem sentido a atividade prática com robôs, alguns dos sujeitos fazem menção a uma determinada ação realizada com robôs que indicam ter aprendido Matemática, tais como: "calcular a saída e chegada dos robôs", "calcular o tempo de ir até a jarra" e "botava nos blocos A, B e C".

O sentido da atividade depende dessa relação entre motivo e objetivo, quando estes coincidem há uma atividade, caso contrário existe apenas uma ação:

ISSN: 2526-8899

> Quando o sentido se afasta do resultado visado pela ação de estudar, o engajamento nesta é frágil. Ao contrário, quando o motivo e objetivo da atividade coincidem, esta faz muito sentido e sente-se prazer ao desenvolvê-la e, ainda mais, ao atingir o objetivo. Atividade, sentido, prazer: esses são os termos da equação pedagógica a ser resolvida (CHARLOT, 2013, p. 145).

Outro ponto importante é a questão do prazer em aprender Matemática, o desejo de aprender é fundamental na vida escolar. Pedro afirma “é uma Matemática com brincadeiras”, neste sentido podemos inferir que o sujeito sentiu prazer ao desenvolver a atividade com robôs no cenário interativo.

Ainda no sentido do prazer em aprender, Charlot (2013, p. 159) menciona o depoimento de um aluno francês “na escola eu gosto de tudo, menos das aulas e dos professores”. Para o respectivo aluno tem um sentido que não está vinculado ao aprender, pois não demonstra prazer, e se não há prazer, não há sentido no aprender. Diferentemente, nossos registros mostraram que de um modo geral os sujeitos encontraram prazer em utilizar a Robótica nas aulas de Matemática, construindo uma forte relação com o saber.

Considerações finais

Diante do exposto podemos inferir o importante papel da atividade prática com robôs, a qual pode ter características que podem mobilizar os sujeitos na sala de aula, ampliando as possibilidades de aprendizagem.

Assim, ao registrarmos as primeiras experiências dos sujeitos com a RE em práticas educativas em uma escola pública e seus impactos nos processos de aprendizagem, percebemos a necessidade de considerarmos a singularidade humana e a relação com o saber estabelecida com base no uso de um novo recurso metodológico ou tecnológico, como um cenário interativo em ambiente robótico.

Sendo assim, entendemos que esse panorama pode propiciar um novo sentido aos alunos nos processos de aprendizagem e que nesta perspectiva é possível tornar a escola um lugar prazeroso, capaz de conduzir os sujeitos ao empoderamento de saberes diversos.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Referências

ISSN: 2526-8899

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos.** Porto: Porto Editora, 1994.

CHARLOT, B**. Da relação com o saber: elementos para uma teoria**. Artmed Editora: Porto Alegre, 2000.

CHARLOT, B. **Relação com o saber, formação de professores e globalização: questões para a educação hoje.** Porto Alegre: Artmed, 2005.

CHARLOT, B. **Da relação com o saber às práticas educativas**. São Paulo: Cortez, 2013.

OLIVEIRA, E.S.; LINS, A.F. Mapeando a produção cientifica sobre robótica educacional e o ensino de Matemática na base de dados da CAPES. **Anais do VII Colóquio Internacional Enseñanza de las Matemáticas. Lima, Peru**, 2014.

ISSN: 2526-8899

A CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO BASEADO NAS DIFICULDADES E A CONCEPÇÃO DOS PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS

Thamyres Karolyne Wirmond[1]

Graziela Ferreira de Souza [2]

Nilceia Aparecida Maciel Pinheiro[3]

Resumo

O presente artigo apresenta os resultados de uma investigação junto a professores sobre suas concepções e dificuldades encontradas no processo de ensino. Define-se como problema da pesquisa: qual seria a atitude tomada pelos professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, diante da dificuldade de aprendizagem de seus alunos? Deste modo, o objetivo deste estudo é apresentar as atitudes tomadas pelos professores frente às dificuldades de seus discentes em conteúdos relacionados à matemática, e analisar se ocorre a utilização do erro como ferramenta de ensino. Os dados foram obtidos por meio da aplicação de questionários destinados a professores de matemática, atuantes nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, de cinco escolas municipais de Ponta Grossa-PR, aplicados durante o segundo semestre de 2018. Os resultados apontam que os professores sequer consideram o erro como um método de ensino. Em sua maioria recorrem a abordagens lúdicas e poucos citam a contextualização de situações cotidianas e a relação interdisciplinar no processo de construção do conhecimento. Verifica-se que é necessário fomentar práticas de formação docente, de modo inicial e continuada em que os professores tenham como princípio de atuação a reflexão e reavaliação suas práticas de modo constante, para viabilizar um ensino com maior abrangência, convertendo as dificuldades encontradas em ferramentas de ensino e aprendizagem.

Palavras-chave: Ensino de Matemática; Anos Iniciais; Erros; Concepção de Professores; Práticas de Ensino.

Abstract

This article presents the results of an investigation with teachers about their conceptions and difficulties found in the teaching process. It's defined as a research problem: what would be the attitude chosen by the teachers on the First Years of elementary school, faced with the difficulties of their students? So, the objective of this study is to present the attitudes chosen by teachers face with the difficulties of their students in relation to mathematics contents, and to

---

[1] Acadêmica de Licenciatura Interdisciplinar em Ciências Naturais e aluna de Iniciação Científica em Ensino de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná. thamy_wirmond@hotmail.com
[2] Doutoranda do Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia (PPGECT) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná. grazielasouza@alunos.utfpr.edu.br
[3]Doutora em Educação Científica e Tecnológica e professora titular do Programa de Doutorado e Mestrado em Ensino de Ciência e Tecnologia, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná. nilceia@utfpr.edu.br

ISSN: 2526-8899

analyze if it occurs the use of error as a teaching tool. The data was obtained through the application of questionnaires destined to mathematics teachers, active in the First Years of Elementary Education, from five municipal schools in Ponta Grossa-PR, applied during the second semester of 2018. The results indicate that teachers not even consider the error as a teaching method. Most of them appeal to a playful approach, and few cite the contextualization of everyday situations and the interdisciplinary relationship in the process of knowledge construction. It is necessary to promote practices of teacher's training, in an initial and continuous way in which teachers have as a principle of action the reflection and reassessment of their practices in a constant way, to make possible an in-depth teaching, converting the difficulties found in teaching and learning tools.

Keywords: Mathematics Teaching; First Years; Errors; Teacher's Conceptions; Teaching Practices.

Introdução

A matemática dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental é parte essencial na formação de cidadãos com atuação crítica na sociedade, sendo capaz de ampliar as habilidades na resolução de problemas e no desenvolvimento do raciocínio lógico. Porém, o ensino mecânico e tradicional é uma das causas de deficiências encontradas na formação dos alunos, resultando em lacunas no seu conhecimento e uma defasagem matemática de difícil reconstrução posterior.

Desta forma, torna-se necessário implementar práticas de ensino que possibilitem ao aluno investigar, analisar e construir o seu próprio conhecimento, com interesse e curiosidade, valorizando sobretudo, os erros e dificuldades apresentadas no percurso.

Ao entender o papel do erro do aluno como um processo positivo durante a aprendizagem, o professor permite ampliar seus horizontes de ensino, uma vez que ao examinar a raiz de onde os erros surgiram cria condições de analisar e compreender o desenvolvimento do raciocínio do aluno e refletindo sobre os processos de ensino que desenvolve.

Cury (2013) ressalta que o erro do aluno de alguma maneira demonstra um conhecimento construído, mas não elaborado totalmente, sendo necessário que o docente elabore estratégias para intervir e mostrar um caminho que questione suas respostas, analisando seus erros como uma metodologia de ensino. Assim, a partir de atividades elaboradas em sala de aula, os erros poderão ser explorados e aproveitados como ferramentas de ensino e aprendizagem.

Por esta razão, buscou-se nesse estudo investigar as concepções e compreensões dos professores sobre o significado dado ao erro do aluno, e sua relação no processo de construção do conhecimento matemático.

ISSN: 2526-8899

Deste modo, a partir da investigação com professores atuantes nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, esse estudo analisa as atitudes tomadas pelos mesmos diante das dificuldades de seus discentes em conteúdos relacionados à matemática.

O papel do docente perante ao erro do discente

É de suma importância preocupar-se com os inúmeros desafios encontrados no ensino dos conceitos fundamentais e também na concepção da matemática para os professores pedagogos, sendo eles os professores responsáveis pela introdução das bases matemáticas nas crianças. Conforme aponta Silva (2014), a tarefa de educar está atrelada a vários fatores, dentre eles, pode-se destacar a autoestima como combustível motivacional, essencial no âmbito escolar de modo a oportunizar uma melhor aprendizagem.

Esse aspecto motivacional pode ser negligenciado muitas vezes quando os erros e dificuldades apresentados no processo de aprendizagem são considerados como algo negativo. De acordo com La Taille (1997), ao cometer um erro, o aluno terá como consequência um estímulo negativo, para que não volte a cometê-lo, tornando o acerto uma obrigação, assim e o conhecimento que poderia ser aprimorado pelo processo de reflexão do erro, acaba se tornando desestimulante. Nesse contexto, o autor alerta ainda sobre a importância do diálogo do professor com o aluno no momento da correção, para nutrir a curiosidade, e não despertar receio em situações como essas.

Considera-se que as situações problemas que oportunizam os erros, são ricas em informações a serem trabalhadas pelo professor com os alunos, pois conforme citam Nascimento e Curi (2018), quando os erros forem explicados de maneira proveitosa, atuando como instrumento de reflexão e discussão, superando dúvidas e provendo avanços para professores e alunos serão talvez mais eficazes do que com a explicação dos acertos, a qual possivelmente deixaria dúvidas e lacunas em relação aos erros.

Desta forma, as dificuldades dos alunos durante o processo de aprendizagem podem ser uma forma de reconstruir e reestruturar o processo de ensino. Assim, o professor pode, propor desafios para instigar o interesse do discente, explorar as diferentes formas de raciocínio dos alunos, trabalhando na direção da efetivação da aprendizagem. Nesse contexto, Moisés (2001, p.69), considera que:

> [...] o educador tem que estar atento para reconstruir o conhecimento a partir do erro. Ao descobrir que algo está errado no caderno, ele deve levar o aluno

ISSN: 2526-8899

> a descobrir onde errou. Assim, estará demonstrando respeito pelo que o aluno fez.

Contudo, segundo Carvalho (2001) é necessário um acompanhamento constante para a efetiva construção do conhecimento baseada nos erros. Dessa forma, a correção interativa deve-se manter presente durante todo o período de aprendizagem do conteúdo, e não somente na produção final do aluno, sendo essa periodicidade fudamental para o desenvolvimento do aprendizado.

Assim, o discente poderá entender a importância de aprender, refletir sobre o que já é capaz e identificar pontos em que necessita de auxílio, seja do professor ou de outros colegas para desenvolver cada vez mais e melhor suas atividades, diferentemente do que acontece aos processos voltados apenas para o desempenho final e assertivo de atividades e avaliações.

A construção do conhecimento matemático fundamentado no erro

Para que a construção do conhecimento matemático se manifeste de maneira significante, sobretudo aos alunos dos Anos Iniciais, é indispensável que o docente reconstrua sua prática de diversas maneiras. Assim, é possível atingir a maioria das particularidades de seus discentes, sempre instigando sua curiosidade e criatividade. Além disso, é preciso promover uma superação das presentes limitações no Ensino da Matemática, rompendo com o reprodutivismo existente no método tradicional, o qual na maioria das vezes dissemina uma aversão pela disciplina.

As Diretrizes Curriculares Estaduais de Matemática (Paraná, 2008) afirmam que os conhecimentos universais e teóricos, como os conhecimentos matemáticos, devem ser organizados de um modo que supere sua tradicional limitação teórica, transformando-se em saberes dinâmicos, práticos e relativos. Tendo, portanto, como objetivo, produzir estratégias para que os discentes sejam capazes de atribuir significados para a matemática e desenvolvam atividades para justificar, analisar, discutir e criar soluções para as situações-problema.

De acordo com essa discussão, cabe ressaltar que é necessário dentro do processo educacional oportunizar atividades que relacionem e organizem os conhecimentos e, para que isso ocorra, o ensino deve estar pautado na interação entre os próprios estudantes no meio em que estão inseridos.

ISSN: 2526-8899

Azambuja (2013) defende que métodos de aprendizagem simples, similares às relações cotidianas concretas, terão uma eficácia decorrente, pois possibilitarão associações à outras disciplinas e servirão de base para o entendimento efetivo das mesmas.

Não obstante, é comum observar uma dificuldade dos professores em relação a contextualização interdisciplinar. Pesquisas realizadas por Mestriner e Klaus (2013), revelam que os professores demonstram certa deficiência na atividade de articular conteúdos com a matemática, tanto na teoria quanto na prática, o que condiciona a processos de ensino guiados pela transmissão de conteúdos e resolução de exercícios repetitivos, levando a um “ciclo-vicioso” de sentimento de aversão pela matemática.

Por conseguinte, para que o conhecimento matemático tenha impacto positivo na vida escolar dos discentes, não se pode afirmar que um modelo de aprendizagem é melhor que o outro, porém, o docente deve refletir sua prática e pensar em novas oportunidades para que aproveite das casualidades frequentes (erros) de seus alunos para motivar o processo de aprendizagem.

Encaminhamentos Metodológicos

Para atingir os objetivos propostos por esta pesquisa foram coletados dados a partir da aplicação de questionário destinado a professores atuantes no ensino de matemática, nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental da rede pública de ensino de Ponta Grossa-PR.

A amostra, investigou cinco instituições de ensino, cuja participação dos docentes ocorreu de forma voluntária. Os questionários, contendo 15 questões sobre o desenvolvimento e atuação do docente no ensino de matemática, foram entregues a 50 professores, no período de setembro a novembro, retornando para análise um total de 27 documentos.

Este estudo apresenta um recorte da análise desse material, investigando o papel do erro no processo de aprendizagem por meio das respostas obtidas ao questionamento “Diante de uma dificuldade de aplicação e aprendizagem do conteúdo, qual é a sua atitude?”

A análise das respostas está baseada em uma perspectiva qualitativa, selecionando os dados por similaridade, baseando-se na análise de conteúdo (BARDIN, 2016) e agrupando-os em categorias de acordo com os elementos verificados nas falas dos professores. Para assegurar a identidade, os participantes foram identificados pelas siglas P1, P2...P27.

Resultados

ISSN: 2526-8899

A partir das respostas foi possível identificar categorias emergentes das unidades de análise, as quais possibilitaram agrupar os dados trazidos pelos professores em suas falas, conforme a distribuição apresentada no quadro a seguir:

Quadro1- Respostas dos participantes selecionadas por ideias similares

Categorias	Total de respostas
Utilização de situações concretas	9 professores
Utilização da ludicidade	3 professores
Retomada de conteúdos	3 professores
Busca de auxílio da equipe pedagógica	2 professores
Busca de novas metodologias	10 professores

Fonte: Dados da pesquisa.

De acordo com Azambuja (2013), contextualizar o ensino de matemática, diz respeito à articulação das vivências concretas podendo oportunizar um aprendizado significativo. No caso da matemática, pode-se a partir das práticas, interpretar os conteúdos matemáticos presentes na vida do aluno, para que ele saiba lidar com situações que lhes remetem ao que foi aprendido.

Nesse sentido, nove professores consideram importante fazer o uso dessa articulação com as vivências do cotidiano, como uma possível solução para as dificuldades no processo de construção do conhecimento. De um modo geral, as respostas dos professores para essa categoria são similares, e algumas delas podem ser observadas, conforme segue:

> *"Tento tornar o conteúdo em algo concreto, aplicando em ações do dia a dia, tentando diferentes métodos para melhor resultado."(P1)*
>
> *"Tento ensinar as atividades no concreto, ou até mesmo com vídeos, para que possam entender, assimilar e até mesmo gravar na memória."(P2)*

Assim, pode-se observar que o ensino de matemática articulado com as vivências cotidianas possui uma grande importância dentro do processo de construção do conhecimento, formando cidadãos críticos, dotados de raciocínio e capazes de solucionar os problemas vivenciados no dia-a-dia, reiterado pelos aspectos legais presentes na Base Nacional Comum Curricular (BRASIL,2017).

Outro fator importante dentro do ensino da matemática nos anos iniciais é a ludicidade. Essa possibilita a participação dos alunos de forma mais ativa e oportuniza aprendizagens mais significativas e motivadoras. Na pesquisa, três dos professores pesquisados revelam trazer

ISSN: 2526-8899

atividades lúdicas buscando pela superação da dificuldade de seus alunos, os quais podem ser representados pela fala do professor P3, que afirma:

> *"procurar novas formas de ensinar, procurar jogos e atividades lúdicas."*

De acordo com as respostas apresentadas pelos professores em relação ao uso de ludicidade verifica-se conformidade com o Referencial Curricular Nacional para Educação Infantil quando ressalta que:

> A participação ativa e a natureza lúdica e prazerosa, têm servido de argumento para fortalecer a concepção de que é possível aprender matemática brincando, contrariando a ideia de que para aprender matemática é necessário um ambiente em que predomine a rigidez, a disciplina e o silêncio. (BRASIL, 2002, p.211).

Verifica-se então que a ludicidade promove rompimento com os paradigmas reprodutivistas do ensino tradicional, sendo esse um possível começo para o uso de metodologias alternativas, sobretudo, a utilização do erro como ferramenta de ensino.

A pesquisa mostrou também que três professores, diante da dificuldade de seus discentes, buscam retomar o conteúdo com a mesma metodologia utilizada, a fim de revisar e seguir em frente, porém limitando sua prática ao ensino expositivo tradicional ao apenas reforçar as mesmas práticas de ensino. Isso se observa na fala do participante P4:

> *"Nos conteúdos aplicados a atitude diante da dificuldade é voltar o conteúdo, se houver oportunidade, para seguir em frente.*"

A fala revela um cotidiano muito comum nas práticas docentes que é a retomada, porém com perspectiva de repetição do que foi anteriormente desenvolvido. Muitas vezes esse processo não se desenvolve acompanhado da reflexão do professor sobre sua prática, e desse modo, não efetiva a aprendizagem.

Como alternativa mais eficaz para a concepção traduzida na fala do participante P4, pode-se retomar o conteúdo a partir das observações e registros das dúvidas decorrentes ao longo do processo, para que, ao final da aula ou unidade de ensino sejam propostos exercícios que trabalhem as dificuldades de maneira construtiva e contextualizada, nutrindo a curiosidade e o envolvimento dos alunos.

O outro grupo de respostas diz respeito ao trabalho dos professores juntamente com a equipe pedagógica. A parceria do docente com a equipe gestora é fundamental para o alinhamento das ações de todo o segmento educacional. Esse aspecto é observado na fala dos

ISSN: 2526-8899

participantes, os quais demonstram encontrar na equipe de sua escola apoio em momentos de dificuldades:

> *"Peço auxílio à equipe pedagógica."(P5)*

> *"Solicito mais orientações com a coordenação pedagógica e professores com mais experiências nesse conteúdo."(P6)*

Tendo em vista o perfil de formação do professor atuante nos Anos Iniciais, muitas das dificuldades sinalizadas pelos professores no ensino de matemática são decorrentes do seu processo de formação. Em sua grande maioria, os profissionais atuantes nesse segmento são professores polivalentes, com formação em Pedagogia porém, conforme assevera Curi (2005), o curso de Pedagogia é um dos que possui menor carga horária dedicada aos estudos da matemática, por isso, a assistência da equipe pedagógica pode auxiliar e buscar possibilidades de formação e capacitação para situações específicas.

Todavia, o professor deve possuir um comprometimento com a sua prática, ajustando-a de acordo com as necessidades encontradas e buscando junto à sua instituição formas de capacitação continuada para minimizar aspectos decorrentes da carência técnica em sua formação.

Constatou-se também, dez professores que não sabendo lidar com as dificuldades de seus alunos, buscam por novos métodos para atendê-los, como pode ser observado em algumas das respostas seguintes:

> *"Procuro ler mais sobre e tentar outras formas de ensinar."(P7)*

> *"Pesquisar mais sobre o conteúdo e outras metodologias para ensiná-los."(P8)*

Nessa perspectiva, entende-se que o professor deve se manter pesquisador, atento às necessidades de reflexão na sua prática de ensino e uma consequente ação, embasado pelo pensamento de Ponte (2002, p.5-6) o qual sustenta que "é preciso pesquisar e experimentar formas de trabalho que levem os seus alunos a obter os resultados desejados".

Diante das situações analisadas, pode-se concluir que em nenhum dos relatos os professores demonstraram utilizar os erros e dificuldades dos alunos como uma ferramenta para a construção do conhecimento, porém, entende-se segundo Demo (2004) que um dos papéis do educador é dialogar com o discente, buscando mostrar que apesar de seu desempenho não ser satisfatório, pode entender as raízes do problema e oferecer apoio e caminhos para uma

ISSN: 2526-8899

verdadeira aprendizagem. Por essa razão, os desdobramentos do presente artigo vislumbram nessa situação uma lacuna de pesquisa de modo a contribuir com processos de formação continuada de professores.

Considerações finais

A partir das respostas dos professores perante a questão investigada foi possível observar que os docentes não compreendem em sua prática as potencialidades que o erro pode trazer na superação de obstáculos de ensino e aprendizagem apresentados pelos seus alunos.

Além disso, de acordo com a amostra analisada conclui-se que é necessário que os professores avancem em suas concepções de ensino, refletindo sobre sua prática em sala de aula e suas perspectivas, na busca por estratégias de ensino emancipadoras e significativas aos seus alunos.

Portanto, para que a construção do conhecimento matemático fundamentado no erro, e a articulação com as vivências cotidianas e interdisciplinares ocorra, é essencial que o professor reflita sobre seu currículo e prática . Possibilitando que a aprendizagem em matemática busque romper com o "ciclo-vicioso" de aversão e falta de predileção discente, proporcionando às futuras gerações, um ensino de qualidade.

Vislumbra-se que essa mudança será oportunizada por reflexões sobre a formação profissional, tanto em nível inicial como de forma continuada, para as quais se aponta por meio desse estudo, uma possibilidade para futuras pesquisas.

Agradecimento

O presente trabalho foi realizado com apoio da Universidade Tecnológica Federal do Paraná e da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Referências

AZAMBUJA, M. T. **O uso do cotidiano para ensinar matemática em uma escola de Caçapava do Sul**. 2013. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Ciências Exatas) - Universidade Federal do Pampa, Caçapava do Sul, 2013.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo.** São Paulo. Edições 70, 2016.

ISSN: 2526-8899

BRASIL. SEF. **Referencial Curricular Nacional para Educação Infantil.** Volume 3, Brasília, 2002.

BRASIL. SEF. **Parâmetros curriculares nacionais**: Matemática/ Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997, 142 p.

BRASIL. SEB. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2017.

CARVALHO, M. M.; CARVALHO, D. D. M. Para compreender o erro no processo de ensino-aprendizagem. **Presença Pedagógica**. Belo Horizonte, v.7, n.42, nov./dez.2001.

CURY, H. N. Uma proposta para inserir a análise de erros em cursos de formação de professores de Matemática. São Paulo: **Educação Matemática Pesquisa**, v. 15, n. 3, 2013.

CURI, E. A formação matemática de professores dos anos inciais do ensino fundamental face às novas demandas brasileiras. **Revista Iberoamericana de educación**. n. 37/4, jan. 2005.

DEMO, P**. Ser professor é cuidar para que o aluno aprenda**. 2ª ed. Porto Alegre: Mediação, 2004.

LA TAILLE, Y. O erro na perspectiva piagetiana. In: AQUINO, J. G. (org**.**). **Erro e fracasso na escola: alternativas teóricas e práticas.** São Paulo: Summus, 1997.

MESTRINER, S. A.; KLAUS, V. L. C. A formação matemática de professores que atuam nos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental e os conflitos no processo de transição do 5º para o 6º ano. **Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE.** Paraná. v.1, p.1-20, 2013.

MOISÉS, L. **O desafio de saber ensinar**. 8 ed. São Paulo: Papirus, 2001.

NASCIMENTO, J. C. P.; CURI, E. Ensino de Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental no Brasil: o que dizem as pesquisas apresentadas no XII ENEM-2016. **Research, Society and Development**, v.7, n.7, p.6, 2018.

PARANÁ**. Secretaria de Estado da Educação do Paraná. Diretrizes Curriculares da Educação Básica**. Curitiba, 2008.

PONTE, J. P. Investigar a nossa própria prática. In: GTI (org.) **Reflectir e investigar sobre a prática profissional.** Lisboa: APM, 2002.

SILVA, G. B. **O papel da motivação para a aprendizagem escolar**. 2014. Monografia(Curso de Especialização em Fundamentos de Educação). Universidade Estadual da Paraíba, João Pessoa-PB, 2014.

ISSN: 2526-8899